

几何·单位 1 工作表

构造和刚性变换

姓名：_____

日期：_____

仔细思考每个构建为何有效以及是什么使转换变得僵化。该单元的重点是推理的精确性，而不仅仅是绘图的精确性。

A 部分·热身词汇

用你自己的话简要定义每个术语。

1. 定义每个术语，以便其他学生可以使用它来识别图表上的对象。

a. 线段的垂直平分线：

b. 刚性变换：

c. 全等数字：

B 部分·施工步骤

2. 描述——在分步说明中，伙伴只需使用圆规和无标记直尺即可遵循——如何构造线段 AB 的垂直平分线。包括为什么每个步骤有效。

步骤：

理由 - 为什么两个圆弧交点与 A 和 B 等距？

3. 通过绘制两个圆来构建等边三角形，每个圆以线段 AB 的一个端点为圆心，其中 AB 为半径。该三角形具有顶点 A、B 和交点 C。

解释为什么 $AC = AB$ 。

解释为什么 $BC = AB$ 。

为什么这证明三角形 ABC 是等边而不仅仅是等腰？

C 部分 · 刚性变换

4. A 点位于 (2, 5)。应用每个变换并给出图像。然后说 A 被保留了怎么办。

a. 向量平移 (-3, 1): $A' = (\quad , \quad)$

b. x 轴上的反射: $A' = (\quad , \quad)$

c. 绕原点逆时针旋转 90 度: $A' = (\quad , \quad)$ 这三个都是刚性变换。这对距离和角度有何保证？为什么？

5. 不用坐标网格：三角形 ABC 关于直线 m 反射，得到的图形是三角形 A'B'C'。不画图，回答：

a. AB 等于 A'B' 吗？为什么？

b. 直线 m 是 AA' 的垂直平分线吗？为什么？

c. 如果 C 恰好位于 m 线上，那么 C' 在哪里？解释。

D部分 · 两种方法

6. 在线段 AB 上建一个正方形。给出两种不同的方法。

方法 1 — 使用垂直平分线 / 垂线	方法 2 — 使用不同的想法（旋转、圆形等）

哪种方法更有效？为什么？

E部分 · 误差分析

7. 泰勒说：“任何保持形状看起来相同的变换都是僵化的。” 麦说：“位似变换 $\times$ 缩放比例 1 是刚性的；位似变换 $\times$ 缩放比例 2 不是刚性的。”
谁是正确的？

解释其他学生的推理有什么问题。在你的答案中使用“刚性”的定义。

8. 安德烈被问到：“使用指南针将线段 AB 复制到射线 CD 上。”他用尺子测量AB，得到 6.3 cm，并用尺子从C中标记6.3 cm。他做了有效的构建吗？

是/否：

为什么IM课程坚持使用圆规和直尺而不是尺子？

F部分 · 对称性与证明

9. 列出每个形状的所有对称性（将图形映射到自身的刚性变换）：

a.等边三角形：

b. 非正方形矩形：

c. 正六边形：

您注意到常规 n 边形的对称数有什么规律？

10. 证明三角形角和定理：任意三角形 相加 的三个角最多为 180 度。

提示：通过顶点 C，画一条平行于边 AB 的直线。利用直角测量 180 度的事实以及您所知道的平行线与横截面相切形成的交替内角的知识。

用你自己的话写一个叙述性证明——句子，而不仅仅是两栏：

11. 打开：设计师想要使用两个圆圈来制作徽标。描述（用构造步骤）构造两个圆的方法，其中每个圆都穿过另一个圆的中心，并且两个交点和两个中心形成菱形。

步骤及理由：
