

代数 2 · 单位 5 工作表

指数函数和方程

姓名：_____

日期：_____

本单元加深了指数思维：有理输入、不同区间的增长/衰减、数字 e 的引入以及对数作为求解未知指数的方法。

A 部分 · 成长与衰退

1. 细菌培养从 200 细胞开始，每小时增加三倍。

a. 编写一个函数 $P(t)$ 来计算 t 小时后的细胞数量。

b. 5 小时后有多少个细胞？_____ 8 小时后？_____

c. 开始后半小时有多少个细胞？展示你的推理——该函数对 $t = 0.5$ 仍然有效吗？

B 部分 · 更改时间单位

2. 投资每年增长 8%。找出每月的等效增长率。

a. 写出年度模型 $V(t) = V_0 \cdot (\text{___})^t$ ，其中 $V_0 = 1000$ 。

b. 如果每月乘数为 m ，则为 $m^{12} = 1.08$ 。求解 m 。

c. 月费和 $8/12 = 0.667\%$ 一样吗？为什么或为什么不同？

C 部分 · 对数

3. 无需计算器即可评估。

a. $\log_2(32) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_2(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_2(1/8) = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\log_{10}(1000) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_{10}(0.01) = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\log_3(81) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_5(\sqrt{5}) = \underline{\hspace{2cm}}$

d. 用你自己的话来说： $\log_b(x)$ 是回答什么问题的数字？

D 部分 · 求解指数方程

4. 求解每个方程。需要时使用对数。

a. $2^x = 64$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $3^x = 20$ $x \approx \underline{\hspace{2cm}}$ （展示您如何使用 $\log$ ）

c. $5 \cdot 2^t = 100$ $t = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $10^{(2x+1)} = 500$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

零件 E · 编号 e

5. 考虑随着 n 的增长，\$1 的复利： $(1 + 1/n)^n$ 。

a. 填写近似值（使用计算器）。

b. $(1 + 1/n)^n$ 接近什么数字？命名它。 $\underline{\hspace{2cm}}$

c. 为什么 e 被视为持续增长的“天然”基础？

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2.25
10	≈ 2.59374
100	
1000	
1,000,000	

F 部分 • 指数和对数建模

6. 放射性样品的半衰期为 12 年。您从 100 克开始。

a. $A(t)$ 表示 t 年后剩余金额。

b. 25 克还剩多久？运用推理。

c. 10 克还剩多久？使用日志。

G部分 • 两种方法

7. 使用两个不同的 log 碱基求解 $4^x = 7$ 。

方法1: log基础10	方法2: log基础e (ln)

--	--

你得到相同的数字答案吗？为什么一定要你？

H部分 · 误差分析

8. 迭戈写道：“ $\log(a \cdot b) = \log(a) \cdot \log(b)$ 。”他说得对吗？

☐ 是 ☐ 否 — 使用 $a = 10$ 、 $b = 100$ 进行测试。比较 $\log(1000)$ 与 $\log(10) \cdot \log(100)$ 。

$\log(a \cdot b)$ 的正确 $\log$ 规则是什么？

9. Lin 声称：“由于指数函数永远增长，它们最终必须大于任何多项式。”这是真的吗？

第一部分 · 反思

10. 为什么对数有用？ 给出一个现实世界的原因（酸度、分贝、地震等），其中对数可以使差异易于管理。
