

整除与余数

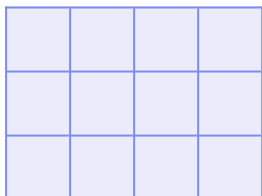
指南

如何公平地分享事物，发现剩菜，并从数字中读出数字的秘密。

分享无余

想象你有 12 块饼干和 3 位朋友。像发牌一样，一次给每位朋友一块，再继续下一轮。最后每人恰好得到 4 块饼干，你手里一块也没有了。

这就是平均分配的意思。 $12 \div 3 = 4$ 没有剩余，所以我们说 12 可以被 3 整除。当一个数字被均匀划分时，您可以将对象排列在一个完美的矩形中 - 行相等，没有散乱。



剩余：你手里还剩下什么

现在把 14 块饼干分给 4 位朋友。分完 3 轮，用了 12 块，但手里剩下的 2 块不够再分一整轮。这 2 块就是余数，也就是不能平均分完的部分。

您可以在数轴上看到它。按 4 计数：0、4、8、12、16。数字 14 位于 12 和 16 之间 - 它是 2 超越 12。该差距就是剩余部分。有一个规则始终成立：余数必须小于您要除的数字，因为如果它更大，您可以再进行一轮整轮比赛。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

工作示例 $23 \div 5$ 是什么？

- 按 5 向 23 计数：5、10、15、20 — 即 4 五。
- 再加上五个就是 25，太大了，所以停在 20。
- 找到剩下的： $23 - 20 = 3$ 。

答案：4 余数 3

最后一位技巧（2、5 和 10）

这里有个有趣的规律：判断一个数能否被 2、5 或 10 整除，只需看它的最后一位。其他数位都可以忽略，即使是 4,981,730 这样的大数也一样。

它之所以有效，是因为每个数字都由十位加上最后一位数字组成，而十位总是被 2、5 和 10 均匀分割。所以只有最后一位数字会导致剩余。能被 2 整除吗？最后一位数字是 0、2、4、6 或 8。能被 5 整除吗？最后一位数字是 0 或 5。能被 10 整除吗？最后一位数字是 0。

尝试在数轴上按 5 进行计数：每个停靠站都以 0 或 5 结束，永远如此。这个模式就是整个技巧。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

工作示例 6,340 能否被 2、5 和 10 整除？

- 只看最后一位数字：它是 0。
- 0 是偶数，因此 6,340 可以被 2 整除。
- 0 也在 0 或 5 列表中，因此它可以被 5 整除。
- 0 的最后一位数字表示它也可以被 10 整除。答案：三个都可以

数字和技巧（3 和 9）

判断一个数能否被 3 和 9 整除，只看末位数字不够，但有个更巧妙的方法：把所有数位上的数字相加。如果这个和能被 3 整除，原数也能被整除；如果这个和能被 9 整除，原数同样也能被整除。

为什么添加数字有效？十是 $9 + 1$ ，一百是 $99 + 1$ 。9 和 99 总是相除与 3 和 9 均匀，因此剩下要检查的就是小 +1 - 每个数字一个。这正是数字和的意义。

如果数字和仍然是一个大数，则再次相加其数字。您可以重复，直到数字小到足以检查您的头脑。

工作示例 741 能被 3 整除吗？能被 9 整除吗？

1. 相加 数字： $7 + 4 + 1 = 12$ 。

2. $12 = 3 \times 4$ ，因此 741 可以被 3 整除。

3. 但 12 不能被 9 整除（9 与剩下的 3 拟合一次），所以 741 不能被 9 整除。答案：能被 3 整除：可以。能被 9 整除：否。

现实世界中的余数

每当真实的事物无法完美分割时，余数就会出现——人、汽车、盒子、一周中的日子。数学给出了商和余数，但真正的问题决定如何处理它们。

有时剩下的就是答案：“还剩下多少饼干给你？”有时你会四舍五入：如果 26 孩子需要容纳 4 的汽车，六辆车载着 24 孩子，而 2 孩子仍然站在路边 - 所以你需要一辆 7 车。有时你会四舍五入：对于 26 鸡蛋，你只能装满 2 整箱 12。同样的除法，三个不同的答案。总是问剩下的是什么意思。

工作示例 一个营地有 30 孩子。每个帐篷睡 4。营地需要多少个帐篷？

1. 相除： $30 \div 4 = 7$ 余数 2，自 $7 \times 4 = 28$ 起。

2. 剩下的都是 2 孩子——真正的孩子，仍然需要睡觉的地方。

3. 总结：7 完整帐篷以及 1 为最后一个 2 孩子提供的更多帐篷。答案：8 帐篷

记住

★对于 2、5 和 10，只有最后一位数字重要——其余数字不会导致剩余。

★对于 3 和 9，添加数字；如果和仍然很大，则再将其数字相加。

★余数总是小于您相除的数字 — 如果不是，您可以再进行一轮。

★在应用题中，余数是真实的：在回答之前决定是否保留、向上舍入或向下舍入。

现在你试试

1) 您有 10 贴纸和 2 朋友。您能把贴纸平分吗？

答案：_____

2) 当您在 5 孩子们中平等分享 17 弹珠时还剩下什么？

答案：_____

3) 74 能被 2 整除吗？

答案：_____

4) 85 能被 10 整除吗？

答案：_____

5) 522 能被 3 整除吗？

答案：_____

6) 4,608 能被 9 整除吗？

答案: _____

7) 您将 50 松饼装入 6 盒子中。装满尽可能多的盒子后，还剩下多少松饼？

答案: _____

8) 100 除以 9 余数是多少？（提示：尝试数字和技巧。） 答案: _____

答案——检查一下你自己

1. 是
2. 余数 2
3. 是
4. 否
5. 是
6. 是
7. 2
8. 余数 1