

7 数学级

完整课程大纲

Illustrative Mathematics® 6-8 数学 (v.360)

9 单元 • 单元目标 • 部分目标 • 逐课大纲

来源: <https://accessim.org/6-8/grade-7?a=teacher>

已授权 CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

课程概览

Illustrative Mathematics 6-8 课程的 7 年级分为 9 单元。学生学习比例图、深化比例关系、测量圆、将比例应用到百分比、使用有理数进行算术、使用表达式/方程/不等式、研究角度、三角形和棱镜、探索概率和采样，并通过可选的“全部放在一起”单元达到高潮。

单元顺序为：

- 单位 1：比例图纸
- 单位 2：引入比例关系
- 单位 3：测量圆
- 单位 4：比例关系和百分比
- 单位 5：有理数算术
- 单位 6：表达式、方程和不等式
- 单位 7：角度、三角形和棱柱
- 单位 8：概率和抽样
- 第9单元：综合运用

每个单元都分为字母部分（A、B、C、D（如适用）），每个部分都是一系列日常课程。可选课程标记为“（可选）”。

单位 1：比例图纸

单元学习目标

学生研究平面图形的缩放副本和现实世界物体的比例绘图，了解缩放副本中的长度是原始长度和 缩放比例的乘积，同时保留角度。

单元说明

在本单元中，学生学习平面图形的比例复制品和现实世界物体的比例图。学生了解到缩放副本中的所有长度都是原始长度乘以 缩放比例 的结果。此外，缩放副本中的角度测量值与原始图中的角度测量值相同。这项工作建立在学生以前年级所学的测量长度、面积和角度的基础上。本单元提供几何背景来预览学生稍后在 7 年级中将使用比例关系进行推理的类型。也为位似变换和相似度上的8工作奠定了基础。学生通过查看图片的副本并描述缩放副本和非缩放副本的区别来开始本单元。他们计算比例因子并绘制按比例缩放的图形副本。请注意，缩放副本的研究仅限于具有相同方向的图形对，换句话说，它们不是彼此的旋转或反射。在 8 年级，学生在学习平移、旋转、反射和 位似变换 时将扩展他们的缩放副本知识。接下来，学生学习比例图。他们发现用于推理图形比例副本的原则和策略也可以用于比例绘图。他们使用比例图来计算实际长度和面积，并创建比例图。

A 部分：缩放副本

本节学习目标

- 通过检查相应的边长和角度测量来确定一个图形是否是另一个图形的缩放副本。
- 使用给定的 缩放比例 绘制图形的缩放副本。

本节说明

在本节中，学生学习按比例绘制的图片和平面图形。学生首先查看图片的副本，其中一些是按比例绘制的，另一些则不是。他们用自己的话来描述图片的缩放副本和非缩放副本的区别。随着本节的进展，学生将了解到，当原始图形中的所有长度乘以一致的 缩放比例 并且所有角度测量值保持不变时，就会创建缩放副本。接下来，学生按比例绘制副本。他们了解到，当缩放比例大于1时，副本会更大，而当它小于1时，副本会更小。在本节的最后一课中，学生使用教具探索缩放副本的 面积。本课程是可选课程，因为标准不要求学生识别 面积 随边变化的 缩放比例 的平方变化的模式。

课时

1. 什么是缩放副本？ — 让我们探索缩放副本。
2. 相应的部件和比例因子 - 让我们描述一下缩放副本的特征。
3. 制作缩放副本——让我们绘制缩放副本。
4. 缩放关系——让我们找到缩放副本之间的关系。
5. 缩放比例 的大小 — 让我们看看不同比例因子的影响。

6. 缩放和 面积（可选）- 让我们构建缩放的形状并研究它们的几何区域。

B 部分：比例图纸

本节学习目标

- 根据对象的实际测量值或给定另一个不同比例的比例图来创建比例图。
- 解释如何使用比例和比例图来计算实际距离和面积。

本节说明

在本节中，学生将学习比例绘图并使用它们来解决问题。他们发现用于推理图形比例副本的原则和策略可以用于比例绘图。首先，学生使用涉及单位的音阶（例如，“1 cm 代表 10 km”）。他们解释并绘制地图和平面图。他们还以不同的比例复制了比例图。随后，学生将使用不包含单位的量表（例如，“量表为 1 到 100”）。他们学习将带单位的尺度表达为不带单位的尺度，反之亦然。考虑到绘图尺寸的限制，他们确定要使用的适当比例。他们研究比例图中的区域和长度之间的关系，包括计算给定比例图的实际面积。本部分包括一门可选课程，学生可以在其中使用地图并解决涉及恒定速度的问题。

课时

1. 比例绘图——让我们探索比例绘图。
2. 比例绘图和地图（可选）——让我们使用比例绘图来解决问题。
3. 创建比例图 — 让我们创建自己的比例图。
4. 改变比例绘图中的比例——让我们探索同一实际事物的不同比例绘图。
5. 没有单位的音阶——让我们探索一种不同的表达音阶的方式。
6. 比例绘图中的单位 - 让我们使用不同的比例来描述同一张绘图。

C 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 按比例绘制（可选）- 让我们绘制平面图。

单元 2：引入比例关系

单元学习目标

学生通过处理表格（如 方程）和图表中表示的关系，发展比例关系的概念。

单元说明

在本单元中，学生发展比例关系的概念。它们使用表格（如 方程）和图表中表示的比例关系。这建立在 6 年级与同等 比 的工作基础上，帮助学生为学习 8 年級的线性函数做好准备。学生首先查看表格。在等效比的表中，一对行之间的乘法关系由缩放比例给出，而列之间的乘法关系由单位比率给出。学生了解到，两列中的值对之间的关系称为“比例关系”，而描述这种关系的 单位比率 称为“比例常数”。接下来，学生用方程表示比例关系并解决问题。他们确定给定的表和 方程 是否可以表示比例关系。然后学生研究比例关系图。他们认识到比例关系的图形是穿过原点的直线。他们解释图表上的点。在本单元结束时，学生应该能够轻松地处理与比例关系相关的常见环境（例如恒定速度、单位定价和测量转换），并能够确定关系是否成比例。在后面的单元中，学生将应用比例推理来解决多步骤问题并计算更复杂的比率。

A 部分：用表格表示比例关系

本节学习目标

- 确定表格中表示的比例关系的比例常数，并在上下文中解释它。
- 解释如何计算表示比例关系的表中的未知值。

本节说明

在本节中，学生将处理表格中表示的比例关系。学生首先回顾涉及 比 的情况并确定哪些 比 是等效的。接下来，他们学习将等效的 比 表格视为表示比例关系。学生了解到表中一行中的所有条目都可以通过将另一行中的条目乘以相同的数字来获得。这个数字称为比例常数。学生使用表格来解决涉及比例关系的问题。

课时

1. 其中一件事情与其他事情不同——让我们记住等效的 比 是什么。
2. 介绍与表格的比例关系——让我们使用表格来解决涉及比例关系的问题。
3. 有关比例常数的更多信息 — 让我们使用表格解决更多涉及比例关系的问题。

第 B 节：用方程表示比例关系

本节学习目标

- 使用方程解决涉及比例关系的问题。
- 给定表格或情况描述，写出方程来表示比例关系。

本节说明

在本节中，学生使用方程来表示比例关系并解决问题。他们了解到任何比例关系都可以用方程表示，其中常数是比例常数。学生首先回顾一些他们之前用表格检查过的相同上下文。他们思考如何用方程来表达重复的计算。接下来，学生看到有两个不同的方程代表每种情况，具体取决于哪个数量被视为与另一个数量成比例。这两个方程中的两个比例常数互为倒数。然后学生写出方程并用它们来解决新上下文中涉及比例关系的问题。

课时

1. 比例关系和方程 — 让我们编写方程来描述比例关系。
2. 每个关系有两个方程 — 让我们研究一下代表比例关系的方程。
3. 写方程来表示关系——让我们用方程来解决涉及比例关系的问题。

第 C 节：比较比例关系和非比例关系

本节学习目标

- 确定表中的值是否可以表示比例关系。
- 使用表格来确定方程是否表示比例关系。

本节说明

在本节中，学生判断两个量是否存在比例关系。首先，学生检查表格。他们为表的每一行计算单位比率并检查这些费率是否都相同。如果是这样，那么这种关系可能是成比例的。接下来，学生们与方程一起工作。学生使用方程创建表格并确定关系是否成比例。随后，他们根据情况的特征来决定该情况是否涉及比例关系，即是否涉及恒定比率。

课时

1. 比较关系与表格——让我们探讨一下比例关系与其他关系有何不同。
2. 与方程的关系比较——让我们开发一些方法来确定关系是否成比例。
3. 解决比例关系问题——让我们解决比例关系问题。

第 D 节：用图表示比例关系

本节学习目标

- 确定给定的图形是否表示比例关系。
- 从比例关系图中确定比例常数。
- 解释比例关系图上的点。

本节说明

在本节中，学生将研究用图表表示的比例关系。学生了解到任何比例关系的图形都位于穿过第一象限的原点的直线上。首先，学生比较比例关系和非比例关系的图形。接下来，他们创建并解释比例关系图。随后，他们比较了在同一轴上绘制的不同比例关系，发现比例常数表示直线的陡度。

课时

1. 介绍比例关系图——让我们看看比例关系图与其他关系图有何不同。
2. 解读比例关系图——让我们来读一下比例关系图的故事。
3. 使用图表来比较关系——让我们在同一网格上绘制多个关系的图表。
4. 每个关系有两个图表 - 让我们使用表格、方程 和图表来回答有关比例关系的问题。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。第一课是可选的，因为它提供了将本单元中的概念应用于数学模型的额外练习的机会。

课时

1. 四种表示法（可选）——让我们用四种不同的方式来对比成比例和不成比例的关系。
2. 高效用水——让我们研究一下如何节约用水。

单位 3：测量圆

单元学习目标

学生将比例关系知识应用于测量圆，学习半径、直径、圆周长和面积之间的关系。

单元说明

在本单元中，学生将比例关系知识应用于测量圆。他们学习圆的半径、直径、圆周长和面积之间的关系，并利用这些关系来解决问题。这建立在学生以前年级的多边形周长和面积作业的基础上。学生将在8年级学习球体、圆柱体和圆锥体的体积时以这项工作为基础。该单元从旨在帮助学生建立词汇量以更准确地描述圆圈的活动开始。引入了术语“中心”、“半径”、“直径”和“圆周长”。然后学生考察圆周长和直径之间的关系，发现它是一个比例关系。他们运用这种关系来解决问题。接下来，学生探索圆形区域的面积。他们看到一个非正式的推导，显示了面积公式的来源，然后使用这个公式来解决问题。最后，学生解决需要确定情况是否与圆的圆周长或面积相关的问题。

A 部分：圆的圆周长

本节学习目标

- 认识到圆的圆周长、直径和半径之间存在比例关系，并使用方程表达这些关系。
- 解决涉及圆周长的问题。

本节说明

在本节中，学生应用比例推理来解决涉及圆周长的问题。本部分从学生测量正方形开始。学生在决定相关测量列表是否可以代表比例关系时，学会考虑潜在的测量误差。接下来，学生调查圆圈。他们学习术语半径、直径和圆周长，以及术语“圆”的更准确含义。然后，他们重复之前在测量正方形时使用的过程来测量圆形。他们认识到圆的圆周长与其直径成正比。学生估计比例常数，然后引入 π 。学生运用这种关系来解决问题。本节的最后一课重点介绍车轮旋转次数与其行驶距离之间的比例关系。本课程是可选课程，因为它提供了更多练习涉及圆周长的比例关系的机会。

课时

1. 您的测量能力如何？— 让我们看看我们的测量有多准确。
2. 探索圆圈——让我们探索圆圈。
3. 探索圆周长— 让我们探索圆的圆周长。
4. 应用圆周长— 让我们用 π 来解决问题。
5. 圆周长和车轮（可选）——让我们探索不同的车轮滚动的距离。

部分 B：圆的面积

本节学习目标

- 证明圆的面积可以用 π 和半径的平方的公式计算。
- 认识到圆的面积与其直径或半径不成正比。
- 解决涉及圆的面积的问题。

本节说明

在本节中，学生学习计算圆的面积并应用它来解决问题。本节首先回顾如何分解区域以计算其面积。接下来，学生使用类似的策略来估计各个圆的面积。他们发现圆的直径和面积之间的关系不成正比。然后，学生探索圆的面积等于 π 乘以半径的平方这一事实的非正式推导。每个推导都涉及分解圆并重新排列各个部分。一种方法产生平行四边形，而另一种方法产生三角形。学生应用面积公式来解决问题。他们学习用 π 表达精确答案，以及使用 π 的近似值以数字形式表达答案。

课时

1. 估计面积——让我们估计一下奇怪形状的面积。
2. 探索圆的面积 — 让我们研究一下圆的面积。
3. 将面积与圆周长联系起来 — 让我们重新排列圆来计算它们的面积。
4. 应用圆的面积 — 让我们找到由圆组成的形状的面积。

C 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节的最后一课是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 区分圆周长和面积 — 让我们对比一下圆周长和面积。
2. 彩色玻璃窗（可选） - 让我们使用圆周长和面积来设计彩色玻璃窗。

单位 4：比例关系和百分比

单元学习目标

学生加深对比例关系和百分比的理解，解决多步骤问题并处理涉及分数的情况。

单元说明

在本单元中，学生加深对比例关系和百分比的理解。他们解决多步骤问题并处理涉及小数金额的情况。这是建立在学生在 6 年级中使用比、比率和百分比完成的作业以及 7 年级中以前的单位（具有比例关系）的基础上的。学生将在高中时以这项工作为基础，使用代表复合百分比增加和减少的指数函数。学生通过重新审视恒定比率开始本单元，但这次给定的值是小数。要确定该情况的单位比率，学生必须计算两个分数的商。学生还可以理解将增加或减少表示为初始金额的分数。的情况。他们创建图表并应用分配属性来生成表示这些情况的表达式。他们还使用长除法将分数写为小数，包括他们第一次介绍重复小数。接下来，学生理解将增加或减少表示为初始金额的百分比的情况。他们继续创建图表并编写方程来表示情况。给定其他两个量，他们求解三个量中的任何一个——初始量、最终量或变化的百分比。他们还对小数百分比进行推理。然后学生应用百分比增减来解决各种现实情况中的问题，例如税收、小费、利息、加价、折扣、折旧和佣金。最后，学生理解正确测量值和不正确测量值之间的差异以正确量的百分比表示的情况。

A 部分：与分数的比例关系

本节学习目标

- 创建代表涉及添加或减去初始值分数的情况的代数表达式。
- 解决有关分数量的比例关系的问题。
- 使用长除法生成分数的小数表示形式。

本节说明

在本节中，学生将处理涉及分数值的比例关系。首先，他们研究边长包括分数的缩放副本。然后学生解决涉及分数之间的常数比率的问题。他们使用表格来理解比例情况并求解未知值。本节还帮助学生做好了解百分比增减的准备。在本节的前面，学生回顾如何计算百分比。在本节后面，学生将研究将增加或减少表示为初始金额的分数。的情况。他们创建图表和方程来表示这些情况。他们使用分配属性来生成等效表达式，并使用长除法将分数转换为小数。

课时

1. 很多标志 - 让我们探索一下 U.S. 旗帜。
2. 比和分数的费率 — 让我们用分数计算一些费率。

3. 重新审视比例关系——让我们使用比例常数来解决更多问题。
4. 不止于此，小于——让我们用 分数 来描述增加和减少。
5. 用 小数 说出来 — 让我们用 小数 来描述增加和减少。

B 部分：增加和减少百分比

本节学习目标

- 创建代表涉及 百分比 增加或减少的情况的代数表达式或 方程。
- 使用图表解决涉及百分比增加或减少的问题。

本节说明

在本节中，学生将完成 百分比 的增加和减少。首先，他们解释口头描述和图表。他们在给出初始金额和增加或减少的 百分比 后找到新的金额。然后，学生创建自己的图表并解决最终金额已知但初始金额或变化的 百分比 未知的问题。学生将口头描述和代数表达式联系起来，这对于解决未知的初始量特别有用。在本节的最后一课中，学生对非 非负整数 的百分比进行推理，这为他们在现实世界中应用 百分比 的增加和减少做好了准备。

课时

1. 增加和减少——让我们用百分比来描述增加和减少。
2. 一百个百分比 — 让我们解决更多关于百分比增加和百分比减少的问题。
3. 百分比 使用 方程 增加和减少 — 让我们使用 方程 来表示增加和减少。
4. 百分比 的一部分 — 让我们探讨一下小于 1% 的百分比。

C 部分：应用百分比

本节学习目标

- 计算测量误差，并将其表示为实际值的百分比。
- 解决涉及税收、小费、单利、加价、减价或佣金的问题。

本节说明

在本节中，学生将使用 百分比 增加和减少的现实示例。百分比 增加的一些应用包括销售税、小费、利息和加价。百分比 减少的应用包括折扣、折旧和佣金。然而，学生没有必要记住这些术语的含义。目标是让学生能够编写 方程 并解决问题，而无需先画图。然后学生会遇到 百分比 错误。它们将正确值与错误值之间的差异表示为正确值的 百分比 的情况进行解释。给定其他两个量，他们求解三个量中的任何一个——正确量、不正确量或错误的 百分比。

课时

1. 税收和小费——让我们了解一下销售税和小费。

2. 百分比 上下文 — 让我们了解更多涉及百分比的情况。
3. 解决多步骤 百分比 问题 — 让我们解决更多有关销售税和折扣的问题。
4. 测量误差——让我们用百分比来描述我们测量的准确度。
5. 百分比 错误 — 让我们使用百分比来描述其他涉及错误的情况。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 地球上的变化（可选）——让我们用百分比来理解地球上的变化。
2. 提出 百分比 问题 — 让我们探讨一下新闻中如何使用百分比。

单位 5：有理数算术

单元学习目标

学生对有理数进行运算，这些数字都是可以写成正数或负数分数的数字。

单元说明

在本单元中，学生对有理数进行运算，这些数字都是可以写成正数或负数分数的数字。这建立在 6 等级工作的基础上，具有解释、比较和绘制有理数的功能。当学生解决方程（其系数和常数为有理数）时，它为学生为后面的单元做好准备。学生首先回顾如何使用带符号的数字来表示参考点上方和下方的数量，例如温度和海拔的测量值。他们使用表格和数轴图来表示温度或海拔的变化。它们将加法和减法从分数扩展到所有有理数。接下来，学生检查乘法和除法。它们以恒定速度工作，这是一个指示方向和速度的有符号数字。这允许根据位置、运动方向以及特定点之前或之后的时间来解释带符号数字的乘积。学生利用乘法和除法之间的关系来理解除法如何扩展到有理数。然后学生使用有理数上的四种运算的表达式。他们还解决了涉及在上下文中解释负数的问题。他们求解线性方程，其中系数和常数为有理数。这些课程的重点是代表方程的情况以及数字作为方程的解决方案意味着什么，而不是解方程的方法。这些方法是后面单元的重点。

A 部分：有理数加法和减法

本节学习目标

- 利用有符号数的加法和减法来表示情况并解决问题。
- 计算两个有理数的和或差。

本节说明

在本节中，学生将了解带符号数的加法和减法。他们首先考虑如何用表格、数轴图、表达式和方程来表示温度和海拔的变化。然后他们使用这些示例来概括添加有符号数的规则。他们将规则应用于代表货币背景的有符号数，包括存款、取款和债务。接下来，学生利用加法和减法之间的关系开始对有符号数进行减法。他们将减法问题解释为带有未知加数的加法问题，并使用数轴来查找答案。由此，他们概括了减法的规则。他们还了解到“两个数字的差”意味着从第一个数字中减去第二个数字，并且该值可以是正数或负数，具体取决于数轴上数字的相对位置。最后，学生运用他们对带符号数字加法和减法的理解来表示情况并解决问题。

课时

1. 解释负数 — 让我们回顾一下我们对有符号数的了解。
2. 温度变化 — 让我们用相加有符号数。
3. 更改高程 — 让我们解决有关添加有符号数字的问题。

4. 金钱和债务——让我们将我们对有符号数字的了解应用到金钱上。
5. 表示减法——让我们用减去有符号数。
6. 寻找差异——让我们将加法和减法放在一起。
7. 加法和减法解决问题——让我们将我们对有符号数的了解应用到不同的情况。

B：有理数的乘法和除法

本节学习目标

- 利用有符号数的乘法和除法来表示情况并解决问题。
- 计算两个有理数的乘积或商。

本节说明

在本节中，学生将了解带符号数的乘法和除法。他们首先探索恒定速度。这是建立在他们之前的恒速工作的基础上的，但使用带符号的数字来表示从参考点开始沿相反方向的位置和运动。学生计算给定速度和时间的位置。然后他们使用这些示例来概括有符号数相乘的规则。可选课程为学生提供了更多机会来熟练掌握乘法有理数。接下来，学生利用乘法和除法之间的关系开始对有符号数进行除法。他们将除法问题解释为具有未知因素的乘法。由此，他们概括了有符号数的除法规则。最后，学生运用他们对带符号数乘法和除法的理解来表示情况并解决问题。

课时

1. 乘以有理数（1 部分）——让我们使用有符号数来表示运动。
2. 乘以有理数（2 部分）——我们来计算相乘有符号数。
3. 相乘！（可选）——让我们更多地练习有符号数相乘。
4. 除有理数——让我们对相除有符号数进行除法。
5. 负利率——让我们应用我们对有符号数字的了解。

第 C 节：有理数的四种运算

本节学习目标

- 应用有理数的四种运算来解决问题。
- 求解 $px + q = r$ 或 $p(x + q) = r$ 形式的方程，其中 p 、 q 和 r 是有理数。
- 写一个方程来表示涉及有理数的情况。

本节说明

在本节中，学生使用有理数解决涉及四种运算的问题。首先，他们评估涉及有符号数的代数表达式。他们扩展了对代数表示法的理解，包括负数，通过使用“旁边”表示法（即，彼此相邻的数字或变量，带或不带括号）来表示乘法，并使用分数条形来表示除法。接下来，学生检查可以用有理数表示的新上下文。他们用方程表示情况，解决方程问题，并根据情况解释他们的解决方案。本节的重点是代表方程的情况及其含义。

意味着数字是 方程 的解，而不是解 方程 的方法。这些方法是后面单元的重点。

课时

1. 有理数 的表达式 — 让我们开发我们的带符号数感。
2. 使用 有理数 解决问题 — 让我们使用带符号数的所有四个运算来解决问题。
3. 用 有理数 求解 方程 — 让我们求解包含负值的 方程。
4. 用 方程 表示上下文 — 让我们编写 方程 来表示情况。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 股票市场——让我们了解一下股票市场。

单元 6：表达式、方程和不等式

单元学习目标

学生在编写和求解方程和不等式时加深代数推理，并使用更复杂的等价表达式。

单元说明

在本单元中，学生在编写和求解 $px + q = r$ 形式的方程以及类似形式的 $p(x + q) = r$ 和不等式时加深代数推理。学生们还可以使用比他们以前见过的更复杂的等效表达式。这建立在 6 级与更简单的方程和等效表达式的基础上。当学生解决等号两边都有变量的方程以及使用方程系统时，学生将在 8 年级的这项工作的基础上进行构建。学生通过理解涉及乘法和加法的情况来开始本单元。他们用线段图和方程来表示这种情况。他们看到不同的图表和方程可以代表相同的情况，并且他们使用图表来寻找方程的解决方案。接下来，学生将衣架图视为表示方程的另一种方式。这些图帮助学生理解“对方程的每一侧都做同样的事情”来求解方程。学生研究解决相同方程的不同途径，并考虑一种方法是否比另一种方法更有效。然后学生将他们所学到的有关方程的知识应用到不等式中。他们写不等式来表示情况，并通过推理相关的方程来解决不等式。最后，学生使用等价线性表达式，由于有更多项、更多括号和负有理数，该表达式更加复杂。学生使用运算的性质来证明表达式等价的原因。

A 部分：代表 $px + q = r$ 和 $p(x + q) = r$ 表格的情况

本节学习目标

- 创建图表和方程来表示涉及乘法和加法的情况。

本节说明

在本节中，学生了解涉及乘法和加法的情况。他们用线段图和方程来表示这些情况。他们看到不同的图表和方程可以代表相同的情况，并且他们使用图表来找到方程的解决方案。然后学生写方程来表示情况并解决问题，包括涉及百分比增加和百分比减少的更复杂的问题。

课时

1. 数量之间的关系——让我们尝试解决一些新的问题。
2. 用线段图推理上下文——让我们使用线段图来理解不同类型的故事。
3. 用线段图推理方程——让我们看看方程如何描述线段图。
4. 关于方程和线段图的推理（1 部分）——让我们看看线段图如何帮助我们回答有关故事中未知数量的问题。
5. 关于方程和线段图的推理（2 部分）——让我们使用线段图来帮助回答有关方程有括号的情况的问题。

6. 区分两种情况——让我们考虑一下带括号和不带括号的方程以及它们描述的情况类型。

B 节：解决 $px + q = r$ 和 $p(x + q) = r$ 形式的方程以及导致这些方程的问题

本节学习目标

- 求解这些形式的方程，包括涉及分数、小数和负数的形式，并解释求解方法。

本节说明

在本节中，学生使用吊架图来理解求解方程的问题。这些图帮助学生理解通过对方程的每一侧执行相同的操作来求解方程。学生研究解决相同方程的不同途径，并考虑一种方法是否比另一种方法更有效。他们将方程的求解扩展到包括负数。最后，学生应用方程来解决问题，包括涉及百分比增加和百分比减少的更复杂的问题。

课时

- 关于求解方程（1 部分）的推理 — 让我们看看平衡吊架如何像方程，以及移动其重物如何像求解方程一样。
- 关于求解方程的推理（2 部分）——让我们使用吊架来理解用括号求解方程的两种不同方法。
- 处理负数 — 让我们证明，对每一侧执行相同的操作也适用于负数。
- 求解一个方程的不同选项 - 让我们考虑一下当我们求解带有括号的方程时哪种方法更好。
- 使用方程解决问题 — 让我们使用线段图、方程和推理来解决问题。
- 解决有关百分比增加或减少的问题 — 让我们使用线段图、方程和推理来解决负数和百分比问题。

C 节：不等式

本节学习目标

- 在数轴上绘制并标记一个图表，表示不等式的所有解决方案。
- 求解涉及四个不等式符号中任意一个的不等式。

本节说明

在本节中，学生将所学到的有关方程的知识应用到不等式中。首先，学生考虑不等式并确定哪些值使不等式为真。接下来，他们比较了代表相同情况的方程和不等式。他们发现，求解相关的方程给出了使不等式成立的值和使其不成立的值之间的边界点。学生学习测试边界点左侧或右侧的值，以确定数轴的哪一侧包含不等式的解。最后，学生编写并求解不等式来表示有约束的情况。

课时

1. 重新引入 不等式 — 让我们与 不等式 一起工作。
2. 在上下文中寻找 不等式 的解决方案 — 让我们解决更复杂的 不等式。
3. 高效求解 不等式 — 让我们求解更复杂的 不等式。
4. 解释 不等式 — 让我们写成 不等式。
5. 使用 不等式 建模 — 让我们看看 不等式 的解决方案。

D 节：编写等效表达式

本节学习目标

- 应用运算的属性来编写与给定表达式等效的包含较少项的表达式。
- 应用分配属性来因式分解或展开表达式。

本节说明

在本节中，学生将使用线性表达式并证明它们是否等价。学习了使用 有理数 进行算术后，学生现在准备好检查更复杂的表达式。首先，学生们发现，将 减法 重写为添加相反的值使得可以应用 加法 的属性（例如关联或交换属性）来生成等价表达式。接下来，学生将分配律应用到有理 系数 因式分解或展开表达式。他们认为组合相似的项是分配律的一种应用。最后，学生将所有这些技能结合到 相加 和 减去 线性表达式中。

课时

1. 等价表达式中的 减法 — 让我们找到在表达式中使用 减法 的方法。
2. 展开和因式分解——让我们使用分配属性以不同的方式编写表达式。
3. 组合相似项（1 部分）——让我们看看如何判断表达式是等价的。
4. 组合相似项（2 部分）——让我们看看如何正确使用属性来编写等效表达式。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 表达式的应用——让我们使用表达式来解决问题。

单位 7：角度、三角形和棱柱

单元学习目标

学生研究角度关系、独特三角形的条件以及棱镜的面积、表面积和体积。

单元说明

在本单元中，学生将研究角度和边长测量组是否能够确定唯一三角形或多个三角形，或者无法确定三角形。学生还学习和应用角度关系，学习理解和使用术语“互补”、“补充”、“垂直角度”和“独特”。这项工作让他们练习使用有理数和方程来处理角度关系。学生分析并描述棱柱、金字塔和多面体的横截面。他们理解并使用直角棱柱的体积公式，并解决涉及面积、表面积和体积的问题。学生应该能够使用他们的几何工具包，以便他们有机会战略性地选择和使用适当的工具。注意：不期望学生记住哪些条件会产生唯一的三角形、不可能创建的三角形或多个可能的三角形。例如，理解边对边（SSS）信息会导致零个或正好一个三角形，这将在高中几何中进行探索。在这个级别，学生应该尝试用给定的信息绘制三角形，并注意到只有一种方法可以做到（或者不可能做到）。

A 部分：角度关系

本节学习目标

- 解决涉及互补角、补充角和垂直角的多步骤问题。
- 写一个方程来表示给定图中角度之间的关系。

本节说明

学生在本节中探索角度关系。他们首先使用图案块来确定每种类型的角度中有多少适合一个点或另一个已知角度，然后使用该信息来确定图案块的角度测量值。接下来，学生转向特定的角度关系，包括互补和补充，并利用这种理解来解决缺失的角度测量。然后学生探索垂直角并非正式地使用补角关系来理解为什么垂直角必须具有相等的尺寸。接下来，学生使用方程表示这些角度关系。他们将对不同类型的角度关系的理解与方程表示结合起来，以识别和创建方程，然后求解未知的角度测量。

课时

1. 角度的关系——让我们来看看一些特殊的角度。
2. 邻角——让我们看看一些特殊的角对。
3. 不相邻的角度——让我们看一下不相邻的角度。
4. 解决未知的角度——让我们找出一些缺失的角度。
5. 使用方程求解未知角度——让我们使用方程找出缺失的角度。

B部分：在给定条件下绘制多边形

本节学习目标

- 画出具有两个给定角度和一条边长、一个给定角度和两条边长或三条边长的三角形。
- 证明 3 角度或边的测量是否确定唯一的三角形或多个三角形，或者是否不可能存在三角形。

本节说明

在这些课程中，学生们思考确定一个独特的数字需要什么条件，为未来 8 年级和高中的工作做好准备。这些课程延续了 6 年级中使用的语言：如果两个多边形放置在另一个多边形之上时完全匹配，则它们是相同的。学生首先尝试使用固定边长创建多边形，以观察哪些条件可以构造独特的形状或不可能构造形状。接下来，当他们比较创建和不创建三角形的长度时，他们概括了三角形边长的规则。该规则是三角形的任何 2 边长之和必须大于第三条边的长度。然后，学生考虑具有给定边长和角度组合的可能的三角形构造，并注意这些组合何时创建独特三角形以及何时不能创建独特三角形的模式。然后，他们在此基础上构建具有给定角度和边长条件的三角形。学生识别何时可以构建独特模式的模式，尽管他们此时不需要知道三角形全等的正式定义。

课时

1. 构建多边形（1 部分）——让我们构建形状。
2. 构建多边形（2 部分）——让我们构建更多三角形。
3. 三角形与 3 常用度量——让我们对比一下三角形。
4. 绘制三角形（1 部分）——让我们看看通过一定的测量可以绘制多少个不同的三角形。
5. 绘制三角形（2 部分）——让我们再绘制一些三角形。

C 节：立体几何

本节学习目标

- 计算棱柱的表面积和体积。
- 决定是否计算棱镜的表面积或体积以解决现实情况中的问题。

本节说明

在本节中，学生找出直棱柱的表面积和体积。他们首先使用平行于棱柱底部的横截面来理解棱柱的结构。他们基于这个想法，并基于他们在早期等级中使用矩形棱柱的工作，得出结论：任何棱柱的体积都可以通过将底面的面积乘以棱柱的高度来确定。然后，学生将棱镜分解为各种类型的底座，以继续理解棱镜的体积。然后学生使用网络来理解作为二维表面的棱柱的各个部分。他们将横向表面积与一个大矩形相关联，该矩形的高度是棱镜的高度，长度是棱镜底面的周长。然后，学生应用这种理解来寻找现实世界中棱镜的表面积。最后，学生考虑情况是否需要找到给定图形的表面积或体积并在上下文中解决这些问题。

课时

1. 实体切片 — 让我们看看切片三维对象时会得到什么形状。
2. 右棱镜的 体积 — 让我们看看棱镜的体积。
3. 面积 的分解基础 — 让我们看看有些人如何使用 体积。
4. 右棱镜的 表面积 — 让我们看看棱镜的 表面积。
5. 区分 体积 和 表面积 — 让我们在上下文中使用 表面积 和 体积。
6. 应用 体积 和 表面积 — 让我们探索与 体积 或 表面积 成比例的事物。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。因为这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，所以没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 构建棱镜（可选）——让我们从头开始构建一个三角棱镜。

单元 8：概率和抽样

单元学习目标

学生使用 概率 进行采样、设计模拟、表示样本空间以及使用样本对总体进行推断。

单元说明

在本单元中，学生使用 概率 和采样。他们利用对基本机会实验的理解来量化事件发生的可能性，并形成对 概率 的有效理解。然后，他们设计并使用模拟来进一步了解 概率 作为多次重复实验时事件发生的频率。学生使用表格、树形图和列表来表示样本空间，并使用 样本空间 中的结果数量来计算预期的 概率。接下来，学生研究从总体样本中收集数据的不同方法，以了解随机选择为何有用。然后学生生成样本并根据样本数据估计有关总体的信息。最后，学生通过检查中心测量值和根据代表每组的样本数据计算出的变异性测量值来比较两组。

A 部分：单步事件的概率

本节学习目标

- 使用重复实验的结果来估计事件的 概率，并证明估计的合理性。
- 使用 样本空间 确定事件的 概率，并将其表示为 分数、小数 或 百分比。

本节说明

在本节中，学生学习如何使用 概率 量化事件的可能性。首先，他们利用对机会实验的直觉，例如从袋子里取出物品或抛硬币，非正式地描述事件发生的可能性。然后，学生开始为可能性分配值，例如 50% 或 分数，并将这些值识别为在多次重复机会实验后事件可能发生的次数的 分数。在整个部分中，学生会遇到不同的机会实验，例如从袋子中抽画、旋转旋转器或滚动数字立方体，这些实验可用于模拟其他实验。然后，学生设计自己的模拟来估计难以重复的实验的 概率。

课时

1. 神秘袋子——让我们根据已知的信息做出预测。
2. 机会实验——让我们研究一下机会。
3. 什么是概率？— 让我们看看有什么可能。
4. 通过重复实验估计概率——让我们做一些实验。
5. 更多估计概率——让我们估计一些概率。
6. 使用模拟估计概率——让我们模拟现实世界的情况。

第 B 节：多步事件的概率

本节学习目标

- 描述一个可用于模拟现实世界中的复合事件的多步骤实验，并证明它代表了该情况。
- 解释或创建表示复合事件的 样本空间 的列表、表格或树形图，并使用 样本空间 编写事件的 概率。

本节说明

在本节中，学生将对 概率 的理解扩展到涉及多个步骤的更复杂的机会实验，例如滚动数字立方体和翻转硬币或预测多天的天气。他们首先继续进行模拟工作，以估计这些类型情况的概率，然后使用树形图、表格和列表等结构来记录样本空间。在使用这些样本空间编写概率之后，他们通过设计自己的模拟返回模拟机会实验。

课时

1. 模拟多步骤实验——让我们模拟更复杂的事件。
2. 跟踪所有可能的结果——让我们探索多部分实验的样本空间。
3. 多步骤实验——让我们看看具有多个步骤的实验的概率。
4. 设计模拟——让我们模拟一些现实生活中的场景。

C 部分：采样

本节学习目标

- 描述从总体中获取随机样本的方法，并解释为什么它能代表总体。
- 解释为什么需要样本，并描述给定统计问题的样本和总体。

本节说明

在本节中，学生检查从较大群体中获取的样本，并使用随机性来选择比其他方法偏差较小的样本。他们首先根据中心和变异性的测量来比较两个小群体。然后，学生考虑更大的群体，以激发抽样获取数据的需要。这导致考虑一些样本如何比其他样本更能代表总体，以及随机选择更有可能产生代表性样本的想法。

课时

1. 比较组——让我们比较两个组。
2. 更大的群体——让我们比较更大的群体。
3. 怎样才是好的样品？——让我们看看什么才是好的样本。
4. 以公平的方式采样——让我们探索获取代表性样本的方法。

D 部分：使用示例

本节学习目标

- 通过推理中心和分布来确定两个总体是否可能存在显著差异。

- 使用特定类别内的随机样本的比例来对总体进行推断，并解释推理。

本节说明

在本节中，学生使用样本来获取有关他们所代表的人群的信息。特别是，学生根据样本信息估计总体的中心和比例。然后，他们使用样本和涉及变异性测量的一般规则来确定两组是否存在显著差异。

课时

1. 估计中心的人口测量值 - 让我们使用样本来估计人口中心的测量值。
2. 估计人口比例——让我们使用样本来估计人口比例。
3. 有关抽样变异性的更多信息（可选）——让我们比较来自同一群体的样本。
4. 使用样本比较总体——让我们使用样本比较不同的总体。
5. 将群体与朋友进行比较——让我们提出重要的问题来比较群体。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 内存测试（可选）——让我们把它们放在一起。

第9单元：综合运用

单元学习目标

学生使用之前单元中的概念和技能来解决经营餐厅、建立跨主题联系以及设计课程等方面的问题。

单元说明

在这个可选单元中，学生使用之前单元中的概念和技能来解决问题。第一部分侧重于计算或估计与经营餐厅相关的数量。第二部分探讨了各种不同的背景，例如人口密度、费米问题、测量误差和森林砍伐。在最后一部分中，学生们搭建一个脚轮并设计一个五公里的赛道。本单元中的所有相关标准均已在之前的单元中得到解决。这些部分为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

A 部分：经营餐厅

本节学习目标

- 应用比例推理、代数表达式和百分比来模拟经营餐厅的各个方面。
- 证明经营餐厅所涉及的数字决策的合理性。

本节说明

这个可选的课程序列使用经营一家餐厅的背景来复习之前单元中的数学概念。虽然本节中的课程彼此相关，但不需要按顺序完成。尽管学习得越深入，建立的联系就越多，但没有必要学完所有课程才能获得一些好处。学生通过使用电子表格来确定每份食谱的成本来开始本节。然后，他们利用对食品成本以及其他费用的了解来决定餐厅需要赚多少钱才能盈利。最后，学生设计一个餐厅平面图的比例模型，确保桌子周围有足够的空间，但空间又不能太大而无法快速交付食物。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 一顿饭的成本（可选）——让我们来了解一下食谱的原料成本是多少。
2. 经营一家餐厅的成本（可选）——让我们探讨一下经营一家餐厅的成本是多少。
3. 餐厅平面图（可选）——让我们设计一家餐厅的平面图。

B 部分：建立连接

本节学习目标

- 应用比例推理、代数表达式和百分比来模拟现实世界的情况。
- 报告数量估算时选择适当的准确度。

本节说明

这些可选课程并不相互关联，可以按任何顺序完成。本节从两个重点关注比例推理的课程开始。接下来的两课涉及编写代表现实世界情况的代数表达式。最后一课探讨分解区域和使用比例图。每节课都建立在早期单元中开发的技能的基础上。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 这个社区有多拥挤？（可选）- 让我们看看比例关系如何应用于人们居住的地方。
2. 费米问题（可选）——让我们估计一些数量。
3. 更多表达式和 方程（可选）- 让我们通过编写等效表达式来解决更困难的问题。
4. 测量误差（可选）——让我们检查一下我们的计算有多准确。
5. 大规模森林砍伐（可选）——让我们比较一下 面积 森林随时间变化的情况。

C部分：设计课程

本节学习目标

- 使用 圆周长 和脚轮的转数计算路径的距离。
- 比较和对比长距离测量的方法。

本节说明

此可选课程序列可以在 4 单元完成后随时完成。在本节中，学生探索测量长距离的不同方法，然后为他们的学校设计五公里课程。他们首先使用各种工具和策略测量较小的轨道。然后他们被引入滚轮，这是一种用于在不平坦或弯曲的表面上测量距离的工具。学生们制作自己的脚轮，并将这种测量方法与他们之前的选择进行比较。最后，学生使用校园地图规划一条五公里长的路线，并使用脚轮验证其长度。本节中的课程相互关联，应按顺序完成。尽管学习得越深入，建立的联系就越多，但没有必要学完所有课程才能获得一些好处。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 测量不平坦地形上的长距离（可选）- 让我们测量不平坦地形上的长距离。
2. 建造一个脚轮（可选）——让我们建造一个脚轮。
3. 使用脚轮测量距离（可选）——让我们使用我们的脚轮。
4. 设计 5 K 课程（可选）——让我们规划一下 5 K 课程。

关于本课程大纲

本课程大纲根据 accessim.org 上公开的 Illustrative Mathematics 6-8 v.360 课程编制而成。单元和章节的叙述、目标和课程标题均来自教师的观点。可选课程标记为“（可选）”。

源课程中引用了评估（检查点和单元结束评估），但需要 Kendall Hunt 教育者帐户才能查看；它们不包括在这里。

<https://accessim.org/6-8/grade-7?a=teacher>