

6 数学级

完整课程大纲

Illustrative Mathematics® 6-8 数学 (v.360)

9 单元 • 单元目标 • 部分目标 • 逐课大纲

来源: <https://accessim.org/6-8/grade-6?a=teacher>

已授权 CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

课程概览

Illustrative Mathematics 6-8 数学课程的 6 年级分为 9 单元。学生对 面积 和 表面积 进行推理；建立对比、等效比、费率和百分比的基础了解；加深 分数 除法 和十进制算术的流畅性；使用表达式和 方程 开始正式的代数思维；将数制扩展到负有理数和四象限坐标平面；分析数据集和分布；并以可选的“将所有内容放在一起”单元结束，该单元通过估计、投票和几何/代数表示重新审视和连接想法。

单元顺序为：

- 单位1：面积和表面积
- 单位 2：引入比率
- 单位 3：单位费率和百分比
- 单位4：划分分数
- 单位 5：以 10 为基数的算术
- 单元 6：表达式和方程
- 单位 7：有理数
- 单元 8：数据集和分布
- 第9单元：综合运用

每个单元都分为字母部分（A、B、C、D，...），每个部分都是一系列日常课程。可选课程（通常是扩展活动或最终任务）会被注明。

单位1：面积和表面积

单元学习目标

学生基于早期年级的几何理解，推理多边形的面积和多面体的表面面积。

单元说明

在本单元中，学生基于早期年级发展的几何理解，推理多边形的面积和多面体的表面面积。在3年级，学生找到了边长为整数的矩形的面积。他们还通过将直线图形分解为不重叠的矩形并添加这些几何区域，找到了直线图形的面积。学生使用了4年级矩形的面积公式，并找到了5年级带有分数边长的矩形的面积。在本单元中，学生将他们对面积的推理扩展到包括非矩形的形状。他们了解到可以通过分解和重新排列图形来找到任何多边形的面积，并开发和应用平行四边形和三角形的面积公式。然后，学生将面积的推理扩展到三维图形，了解到多面体的表面积是其面的面积之和。他们使用网络来表示和查找棱柱和金字塔的表面面积。该单元还引入了指数表示法来表示正方形的面积以及立方体的表面面积和体积。最后可选的“让我们把它付诸实践”课程邀请学生将这些想法应用到真实的设计环境中。

A 部分：推理寻找面积

本节学习目标

- 通过组合和分解二维图形来推理面积，使用两个原理：完全匹配的图形具有相等的面积，并且面积是可加的。

本节说明

在本节中，学生探索二维图形面积的推理策略。这些探索强调了面积的两个原则：完全匹配的图形具有相等的面积；如果两个数字可以一个放在另一个的上面，使它们完全匹配，那么它们就有相同的面积。且面积是可加的；如果给定的图形被分解为不重叠的块，则这些块的面积之和等于整个图形的面积。学生分解、重新排列和组合形状以找到其几何区域。

课时

- 平铺平面 — 让我们看看平铺模式并考虑一下面积。
- 通过分解和重新排列找到面积 — 让我们创建形状并找到它们的面积。
- 推理寻找面积 — 让我们分解并重新排列形状来找到它们的面积。

B 节：平行四边形

本节学习目标

- 通过确定底边和相应的高度来计算任何平行四边形的面积。
- 概括求平行四边形面积的过程并写出公式。

本节说明

在本节中，学生将推理平行四边形的面积。他们了解底和高，并分析可用于查找任何平行四边形的面积的测量结果。首先，学生使用他们之前在本单元中学到的策略来找到给定平行四边形的面积。他们发现找到平行四边形的面积的一种方法是将其分解并将各个部分重新排列成矩形。学生识别平行四边形中的底高对，并归纳出一个公式：面积等于底乘高。

课时

1. 平行四边形 — 让我们研究一下平行四边形的特征和面积。
2. 平行四边形的底和高 — 让我们进一步研究一下平行四边形的面积。
3. 平行四边形的面积 — 让我们练习寻找平行四边形的面积。

C 节：三角形

本节学习目标

- 通过确定底边和相应的高度来计算任何三角形的面积。
- 概括求三角形面积的过程并写出公式。
- 应用三角形和平行四边形的推理来计算其他多边形的面积。

本节说明

在本节中，学生将探索求三角形面积的方法，将他们的观察概括为公式，并使用该公式求任意三角形的面积。他们还运用对三角形和平行四边形的见解来查找其他多边形的面积。学生首先研究三角形和平行四边形之间的关系。他们发现平行四边形总是可以分解为两个相同的三角形，相反，两个相同的三角形可以组合成平行四边形。他们利用这种关系找到了三角形面积的公式：二分之一乘以底乘以高。

课时

1. 三角形——让我们比较一下平行四边形和三角形。
2. 求三角形的面积——让我们用我们对平行四边形的了解来求三角形的面积。
3. 三角形的面积公式 — 让我们编写并使用一个公式来查找三角形的面积。
4. 三角形的底和高 — 让我们使用不同的底高对来查找三角形的面积。
5. 多边形——让我们研究一下多边形及其几何区域。

D 节：表面积

本节学习目标

- 认识到表面积是三维图形所有面的面积之和。
- 使用由矩形和三角形组成的网络来找到棱柱和金字塔的表面积。

本节说明

本节向学生介绍多面体和表面积。学生运用有关多边形面积的知识来创建网络并找到三维图形的表面面积。首先，学生了解到表面积是覆盖三维图形所有面的单位正方形的数量，

没有间隙或重叠。他们通过考虑矩形棱柱和其他多面体面的面积来推理其表面面积，并使用网络来表示、可视化和计算表面面积。

课时

1. 表面积是什么？— 让我们覆盖一些三维物体的表面。
2. 多面体——让我们研究一下多面体。
3. 网络和 表面积 — 让我们使用网络来查找多面体的 表面积。
4. 更多网，更多 表面积 — 让我们画网并找到多面体的 表面积。
5. 区分 表面积 和 体积 — 让我们对比一下 表面积 和 体积。

E 节：正方形和立方体

本节学习目标

- 使用指数表示法来表达正方形的面积以及立方体的表面面积和体积。

本节说明

在这一小节中，学生学习使用 指数 来表示正方形的面积以及立方体的表面面积和体积。学生首先探索完美正方形作为正方形的面积，完美立方体作为具有整数边长的立方体的体积。接下来，他们了解到 指数、2 和 3 可用于表示边长的 乘法，我们将它们读作“平方”和“立方”。

课时

1. 正方形和立方体——让我们研究一下完美的正方形和完美的立方体。
2. 立方体的 表面积 — 让我们编写一个公式来查找立方体的 表面积。

F 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 设计帐篷（可选）——让我们看看建造一些帐篷需要多少材料。

单位 2：引入比率

单元学习目标

学生学习比和等效的比，用离散图、双数轴、表格和线段图来表示它们，并推理诸如配方、颜色混合、单位定价、恒定速度和部分部分整体情况等上下文。

单元说明

本单元向学生介绍比和等效的比。它建立在学生之前关联两个量的经验基础上，例如从3年级开始转换测量值、4年级的乘法比较，以及将乘法解释为5年级的缩放。这项作业帮助学生推理出下一个单元中的单元比率和百分比、7年级中的比例关系以及8年级中的线性关系。首先，学生了解到比是两个量之间的关联（例如，“每个2橡皮擦都有3铅笔”）。学生使用句子、图画或离散图来表示比。接下来，学生在多个批次的配方中遇到等效的比。他们使用双数轴图、表格和线段图来表示和推理等效的比。学生在恒定速度、统一定价和食谱等背景下探索等效的比，并使用线段图推理部分部分整体情况。该单元以费米问题结束，让学生有机会将比推理应用于现实世界的估计任务。

A 部分：什么是比率？

本节学习目标

- 创建并解释代表涉及比率的情况的离散图。
- 创建并解释描述比率的句子。

本节说明

本小节向学生介绍比的概念及其表示方法。学生首先使用比和比语言来描述物理对象的集合。他们发现集合中的数量可以使用数字和文字以不同的方式描述和表示。接下来，学生绘制图表来表示涉及一个或多个比的情况。他们了解到简单的图表对于比的推理非常有用且高效。

课时

1. 介绍比和比语言 - 让我们同时描述两个量。
2. 用图表表示比 — 让我们用图表来表示比。

B 部分：等效比率

本节学习目标

- 用配方中的数量乘以相同的数字来解释等效的比，以创建具有相同口味或相同涂色的不同大小批次的东西。
- 生成等效比率并证明它们是等效的。

本节说明

在本节中，学生将了解等效的比。学生首先通过涉及食谱的具体经验来理解等效的比。他们了解到，通过放大或缩小食谱来创造

多个批次或批次的 分数 — 产生的结果在某些重要方面与原始配方相同。例如，将饮料配方中每种成分的量增加三倍，则味道与原始配方相同的饮料量会增加三倍。将颜色混合物中蓝色水和红色水的量加倍，得到的水量是相同的紫色 涂色 的两倍。学生们发现，缩放配方涉及将每个数量乘以相同的因子，生成与原始配方中的成分相同的 比 成分。

课时

1. 食谱 — 让我们探索 比 如何影响食谱的味道。
2. 颜色混合 — 让我们看看颜色混合与 比 有什么关系。
3. 定义等效的 比 — 让我们进一步研究等效的 比。

第 C 部分：表示等效比率

本节学习目标

- 根据价格与数量，或路程与时间，计算 1 件物品的价格或 1 个时间单位内走过的路程。每个结果都用“每”来表述。
- 通过确定情况中的 比 是否相等，来证明两种情况是否以相同的速率发生。
- 使用双数轴图来表示并找到等效比率。

本节说明

本节介绍了表示和描述等价比的新方法，加深学生对它们的理解。学生们发现双 数轴 图对于推理等效的 比 非常有用。首先，学生解释并扩展给定的双 数轴 图。然后他们学习创建它们来解决问题。学生还找到等价的 比，其中一个数量的值为 1，并使用诸如“2.5 杯蔓越莓汁换 1 杯苏打水”或“2.5 杯蔓越莓汁每杯苏打水”之类的语言来表达。他们了解到术语“单价”是指 1 单位某物的成本。在本节的后面部分，学生将短语“按此速率”和“按相同速率”与恒定速度、统一定价和菜谱等上下文中的等效 比 联系起来。

课时

1. 介绍双 数轴 图 — 让我们使用 数轴 来表示等效的 比。
2. 创建双 数轴 图 — 让我们像专业人士一样绘制双 数轴 图。
3. 多少钱一个？ — 让我们用 比 来描述某样东西要花多少钱。
4. 恒定速度 - 让我们使用 比 来了解物体移动的速度。
5. 通过检查 比 来比较情况 — 让我们使用 比 来比较情况。

D部分：解决比率和比率问题

本节学习目标

- 在解决涉及等效 比 的多步问题时，策略性地选择乘数。
- 使用当量比表来解决问题。

本节说明

在本节中，学生使用表格来推理涉及等效比的情况。学生首先观察如何使用表格来表示并找到等效的比。他们发现表中的值不需要按顺序列出，因此他们可以策略性地选择乘数。当学生穿过这个区域时，他们会使用脚手架逐渐减少的桌子。他们完成了一张部分填充了值的表格，一张只有列标题，然后是一张空白表格。随后，学生从头开始创建一个表格，将表格与其他表示形式进行比较，并选择自己的策略来解决问题。

课时

1. 用表格表示比 — 让我们使用表格来表示等效的比。
2. 浏览等效比表格 — 让我们像专业人士一样使用等效比表格。
3. 表格和双数轴图 — 让我们对比一下双数轴和表格。
4. 解决等效的比问题 — 让我们练习从合作伙伴那里获取信息。

E 部分：部分-部分-整体比率

本节学习目标

- 选择表示和求解方法来推理比和数量之和。
- 使用图表或其他策略来解决涉及比和总额的问题。

本节说明

在本节中，学生对比中的数量具有相同单位的情况进行推理，并且可以就各个数量（部分）及其总和（总计）提出问题。学生学习使用线段图来表示此类情况。他们还解释以“份”而不是标准单位（例如杯、盎司、米等）表示的比。在解决应用问题时，学生可以更灵活地选择对他们和当前问题有意义的推理策略和表示形式（例如双数轴、表格或线段图）。

课时

1. 部分-部分-整体比 — 让我们看看可以将比中的数量相加在一起的情况。
2. 解决更多比问题 — 让我们比较一下解决比问题的所有策略。

F 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 费米问题——让我们解决费米问题。

单位 3：单位费率和百分比

单元学习目标

学生在先前使用等效比和恒定汇率的工作的基础上，加深对单位汇率和百分比的理解，并使用测量和单位换算情况来推理每个 1 的汇率和每个 100 的汇率。

单元说明

本单元培养学生对单位比率和百分比的理解。学生在课程早期积累了同等比和恒定费率的经验。他们还建立在早期年级的测量和单位转换知识的基础上。在学习百分比时，他们借鉴了4年级的乘法比较和等值分数以及5年级的分数的乘法的思想。学生首先回顾他们对标准测量单位的了解——他们测量的属性及其相对大小。他们使用比和速率来推理测量结果并在测量单位之间进行转换。接下来，学生了解单位费率。他们发现有两个与任何比相关的单位费率，并在上下文中解释它们。学生练习寻找单位比率并用它们来解决各种问题。然后，学生利用他们对比和比率的理解来理解百分比。正如单位比率在上下文中可以解释为每个 1 的费率一样，百分比在上下文中也可以解释为每个 100 的费率。在整个单元中，学生可以在推理中使用熟悉的表示形式，例如表格和双数轴图。

A 部分：测量单位和单位换算

本节学习目标

- 认识到当我们用两种不同的单位测量事物时，测量值对是等效的比。应用这种理解将测量值从一种单位转换为另一种单位。
- 使用“1 的比率”来解决涉及单位转换的问题。

本节说明

本节扩展了学生对测量单位的了解。它提示他们推理比和比率以执行单位转换，包括跨不同的测量系统。学生首先将他们对标准测量单位的感知建立在基准对象上。接下来，学生们回忆起来，测量相同的数量时，较小的单位比较大的单位需要更多的时间。在本节的最后一课中，学生了解到以不同单位给出的同一事物的两个测量值形成比，并且可以通过找到等效的比并使用熟悉的表示来完成单位之间的转换。

课时

1. 锚定测量单位——让我们看看事物有多大的不同。
2. 使用不同尺寸的单位进行测量（可选）——让我们测量一些东西。
3. 转换单位——让我们将测量值转换为不同的单位。

B 部分：费率

本节学习目标

- 应用比和单位费率的推理来解决问题并解释解决方法。

- 计算与 比 相关的两个单位费率，并在具体情况下解释它们。

本节说明

在本节中，学生进一步探索“1的费率”并解决涉及费率的各种问题。学生们发现，使用 1 的比率是进行比较的有用方法。他们了解到每个 1 的费率是“单位比率”，并且每个 比 有两个关联的单位费率。在根据上下文解释单位费率时，学生会发现一个 单位比率 可能比另一个更有帮助，具体取决于问题。学生归纳出当两个比具有相同的单位比率时，比是等价的。随着学生在该部分的进展，他们会遇到越来越少的脚手架问题。在最后一课中，学生推理两个物体相对于彼此的运动；这节课是可选的，因为它超出了标准的预期。

课时

1. 比较速度和价格——让我们比较一些速度和一些价格。
2. 解释费率——让我们探讨一下单位费率。
3. 等效的 比 具有相同的单位费率 - 让我们重新审视等效的 比。
4. 更多费率比较 — 让我们像专业人士一样使用单位费率。
5. 解决费率问题——让我们研究一下哈利法塔大楼。
6. 关于恒速（可选）的更多信息——让我们进一步研究恒速。

C 部分：百分比

本节学习目标

- 选择解决涉及百分比问题的策略并解释解决方法。
- 创建线段图、双 数轴 图或表格来表示涉及百分比的情况。

本节说明

在本节中，学生将理解百分比作为 100 的比率并解决涉及百分比的问题。学生首先推理 100 和 1 的百分比。然后他们使用其他数量的百分比，注意 100% 在每种情况下代表什么。为了强化百分比作为比率，双 数轴 图是最初使用的主要表示形式。随后，学生还可以使用表格和线段图来理解百分比。学生继续解决涉及百分比的各种问题，概括计算任何数字的任何 百分比 的过程。在上一课中，学生找到了确定一个数字与另一个数字的 百分比 的通用方法；概括此计算超出了课程的预期，因此本课是可选的。

课时

1. 什么是百分比？ — 让我们了解一下百分比。
2. 用双 数轴 图表示百分比 — 让我们使用双 数轴 图来表示百分比。
3. 以不同方式表示百分比——让我们使用线段图来理解百分比。
4. 基准百分比——让我们对比一下百分比和 分数。
5. 解决 百分比 问题 — 让我们解决更多 百分比 问题。

6. 找到这个 百分比 的那个 - 让我们像专业人士一样解决 百分比 问题。
7. 求 百分比（可选）——我们来求一下一般的百分比。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 粉刷房间——让我们看看粉刷房间需要什么。

单位4：划分分数

单元学习目标

学生理解分数除以分数，概括求商的方法，并用于解决具有分数测量值的几何图形问题。

单元说明

本单元培养学生对分数除以分数的理解。这项工作利用了学生对乘法、除法以及两者之间关系的先验知识。它还建立在从3到5等级有关乘法情况和分数的概念之上。学生首先探索除法的含义以及除法情况下数量之间的关系。他们记得我们可以将除法视为在乘法方程中找到未知因子。在涉及大小相等的组的情况下，除法可用于回答两个问题：“有多少个组？”和“每组有多少？”接下来，学生将研究在涉及分数的案例中回答这两个问题的方法。他们使用线段图和方程来推理这些情况。然后，学生运用他们的见解来概括求商的过程，并注意到将数字除以分数与将该数字乘以分数的倒数相同。学生继续使用此算法来解决有关具有分数长度、面积或体积测量的几何图形的问题，并将这些概念应用于其他上下文中的多步骤问题。

A 部分：理解除法

本节学习目标

- 创建一个图表和一个乘法或除法方程来表示涉及相同大小组的情况下的关系，并协调这些表示。
- 以两种方式解释除法表达式：作为“多少组？”的答案。问题或“每组有多少人？”问题。

本节说明

在本节中，学生研究除法情况下的数量，回顾乘法和除法之间的关系，并重新审视表示这种关系的方法。首先，学生们看看除法情况下的数字是如何相关的。学生观察被除数和除数的大小如何影响商的大小。接下来，学生根据同等规模的小组来推理除法。提醒他们，乘法是一种在给定组数和每个组大小时求总金额的方法，而除法是一种在给定总金额时求未知因子的方法，该未知因子可以是组数或一个组的大小。本节的最后一课是可选的。它提供了解释和表达涉及同等规模群体的情况的额外练习。

课时

1. 除数的大小和商的大小——让我们探索不同大小的商。
2. 除法的含义——让我们探索思考除法的方法。
3. 解释除法情况（可选）——让我们探讨一下涉及除法的情况。

第B节：分数除法的含义

本节学习目标

- 创建一个图表、一个乘法方程和一个除法方程来表示涉及分数除数并询问“有多少组？”的问题。或“一组多少？”
- 通过用图、写方程或推理乘法和除法之间的关系来解决涉及除法或分数的问题。说明解决方法。

本节说明

在本节中，学生将理解涉及分数的除法情况，逐渐建立一种理解，随后可以将其推广到算法中。前四课探讨“有多少组？”各种情况下的问题。在第一课中，组的大小是分数，组的数量是整数。本课程是可选课程，因为它强化了5年级的作业。然后，学生调查组数分数大于1或小于1的情况。为了表示和推理不同的情况，学生使用线段图和方程。接下来，学生探索1组大小未知的案例。本节最后提供一门可选课程，练习计算1组中的金额并在上下文中解决各种除法问题。

课时

1. 有多少组？（1部分）（可选）——让我们用框图和图表来思考除法和分数。
2. 有多少组？（2部分）——让我们使用框图和图表来了解有关除法和分数的更多信息。
3. 使用图表查找组数——让我们绘制线段图来思考除法和分数。
4. 分数是什么集团？——当我们甚至无法将事物分成一组时，让我们考虑一下将事物分成几组。
5. 每组有多少？（1部分）——让我们看看除法问题，它们可以帮助我们找到一组的大小。
6. 每组有多少？（2部分）（可选）——让我们练习在不同情况下划分分数。

C部分：分数除法算法

本节学习目标

- 将数字除以分数的过程概括为乘以其倒数。

本节说明

在本节中，学生将其广义步骤扩展为相除、分数和分数。他们得出的结论是，除以分数与乘以其倒数相同。最后，学生练习应用该算法并有策略地使用它来计算商。

课时

1. 除以单位和非单位分数——让我们寻找相除以分数时的模式。
2. 使用相除分数的算法——让我们使用我们学到的规则来计算相除分数。

D节：长度、面积和体积的分数

本节学习目标

- 通过将长方体与具有适当单位分数边长的单位立方体包装在一起并乘以边长，可以确定矩形棱柱的体积。

- 使用 分数 除法 解决有关长度比较、矩形的边长和 面积 以及矩形棱柱的边长和 体积 的问题。

本节说明

在本节中，学生将运用他们对 乘法 和 除法 的见解以及有关 面积 和 体积 的先验知识来解决几何问题。学生首先解决涉及一维分数长度的乘法比较问题。接下来，学生对二维图形的测量进行推理。他们在给定底高度对的情况下找到矩形和三角形的 面积，并在给定 面积 和已知高度或底的情况下找到未知的底或高度。然后学生继续推理三维图形。它们使用 相乘 和 相除 来查找具有分数边长的直角棱柱的 体积，并在棱柱的 体积 和其他两个边长已知时查找边长。

课时

1. 分数长度——让我们解决有关分数长度的问题。
2. 具有分数边长的矩形 - 让我们探索具有分数测量值的矩形。
3. 三角形和棱柱中的分数长度 - 让我们探讨一下涉及 分数 时的 面积 和 体积。
4. 棱镜的 体积 — 让我们看看具有分数测量的棱镜的 体积。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节的第一课是可选的，因为它将本单元的概念与早期课程的概念相结合。

课时

1. 解决涉及 分数 的问题（可选） - 让我们使用 相加、减去、相乘 和 相除 分数。
2. 将盒子装进盒子——让我们利用我们对 分数 的了解来计算运输成本。

单位 5：以 10 为基数的算术

单元学习目标

学生巩固对十进制数字系统的理解，将标准算法扩展到十分之一和百分之十以上的相加、减去和相乘小数，并学习使用算法计算商，包括长除法。

单元说明

在本单元中，学生巩固对十进制数字系统的理解，将标准算法的使用扩展到十分之一和百分之十以上的相加、减去和相乘小数，并学习使用算法计算商。这里的工作建立在学生在早期年级学到的有关非负整数和小数操作的基础上。学生首先探索小数在购物环境中的使用，并使用具体表示和数值计算重新审视加法和减法的概念。第一部分的活动强化了有关数位值、运算属性、加法和减法算法以及加法和减法之间关系的概念。接下来，学生研究求两个小数乘积的各种方法：使用小数分数、用非负整数和单位小数编写等价表达式、使用图表和部分乘积，并推理小数和相关整数之间的关系。下一节重点介绍除法。在探索其他数值方法（例如使用部分商和长除法）之前，学生有机会使用以十为基数的块或图表来表示多位数的除法。在最后一部分中，学生应用本单元的数学知识来解决应用场景中的问题。

A 部分：探索、加减小数

本节学习目标

- 解释两个小数的和或差，即组合类似的十进制单位并从较低值的单位组成（或分解为 10）较大的单位。
- 使用标准算法将相加或减去小数包含多个非零数字。

本节说明

本部分加深学生对十进制结构的理解，并将他们的能力扩展到百位以上的相加和减去小数。学生首先在金钱的背景下重新审视小数的运作。此探索之后是一个可选课程，以重新审视位值概念。学生们记得，十进制系统的每个位置的值都是 10 乘以其右侧位置的值。他们使用十进制图表和垂直计算来推理组合和分解。在本节的最后一课中，学生考虑小数中零的含义。它们还解决了涉及小数的加法和减法问题，这些问题具有非常不同数量的小数位置。

课时

1. 在购物环境中使用小数 — 让我们利用我们对小数的了解来做出购物决定。
2. 使用图表表示加法和减法（可选）——让我们表示小数的加法和减法。
3. 对小数与少数非零数字进行加法和减法 — 让我们使用相加和减去小数。

4. 对许多非零数字进行小数的加法和减法 — 让我们对相加和减去小数进行许多非零数字的运算。

B 节：小数相乘

本节学习目标

- 计算两位小数的乘积并解释解法。
- 使用算法计算非负整数的乘积，并证明如何使用该值来查找具有相同有效数字的两个小数的乘积。

本节说明

在本节中，学生通过对整数乘法的学习来学习相乘小数。他们通过推理数位值、使用十进制块和面积图等表示形式来找到乘积，并在得出算法之前找到部分乘积。学生开始利用小数和分数之间的关系查找产品。接下来，学生利用十进制数字的结构。将相乘小数通过 10 的幂进行因式分解以获得整数因数，然后将它们相乘进行因式分解，然后相除通过 10 的相同幂得到结果。然后学生使用面积图和部分乘积进行推理。在本节的最后一课中，学生将各种推理方式概括为算法。

课时

1. 使用分数到相乘小数 — 让我们看看小数的产品。
2. 小数相乘的方法 — 让我们看一下表示乘法或小数的一些方法。
3. 使用图表来表示乘法 — 让我们使用面积图表来查找产品。
4. 计算小数的乘积 — 让我们计算相乘小数。

C 节：小数除法

本节学习目标

- 计算整数或小数被除数与小数除数的商，并解释求解方法。
- 使用长除法到相除多位整数或小数整数。

本节说明

在本节中，学生将推理多位数的商并研究除法的标准算法。本部分从一门可选课程开始，该课程回顾了 5 年级的概念，并强化了数位值在除法中的作用。接下来，学生根据早期课程中制定的策略，通过查找部分商来计算商。然后学生通过分析工作示例来理解标准除法算法。学生练习使用该算法 - 首先将一个整数乘以一个整数相除，然后将一个整数乘以相除一个小数。最后，学生使用等效的除法表达式和算法将相除乘以小数乘以小数。

课时

1. 使用以十为基数的图来计算相除（可选） — 让我们使用以十为基数的图来求商。
2. 使用部分商 - 让我们相除非负整数。
3. 使用长除法 — 让我们使用长除法。
4. 商为小数的除法 — 求出不是非负整数的商。

5. 将小数除以小数 — 让我们用相除、小数除以小数。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节的最后一课是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 解决涉及小数的问题——运用小数解决问题。
2. 制作和测量盒子（可选）——让我们利用我们对小数的了解来制作和测量盒子。

单元 6：表达式和方程

单元学习目标

学生运用对算术的理解来推理代数表达式和方程、求解简单的方程、识别等效表达式、使用指数以及使用表格、图形和方程建模两个量之间的关系。

单元说明

在本单元中，学生运用对算术的理解来推理代数表达式和方程。在第一部分中，学生使用两种形式的方程，其中未知数与已知正有理数相加或相乘。他们使用线段图和吊架图来推理方程的含义，并形成这样的理解：解决方程就是找到一个使方程成立的值。学生通过识别、解释和书写方程来表示和解决现实世界的问题来结束本部分。在第二部分中，学生编写代数表达式并计算给定值。他们识别并编写等效表达式、使用图表进行推理、分配属性以及运算的其他属性。第三部分是关于指数的。学生用整数指数和基数（可以是整数、分数或变量）编写表达式。他们分析这些表达式的等价性，并使用常规的运算顺序来评估它们。在最后两节中，学生分析两个量之间的现实关系，其中一个量取决于另一个量。他们使用表格、图表和方程来表示和推理此类关系。

A 部分：单变量方程

本节学习目标

- 求解 $x + p = q$ 或 $px = q$ 形式的方程并解释求解方法。
- 了解用变量求解方程意味着找到使方程成立的变量值，并使用替换来确定数字是否是方程的解。

本节说明

在本节中，关键的理解是带有变量的方程表示可能成立也可能不成立的关系，而方程的解是使方程成立的变量值。首先，学生重新审视线段图和方程作为表示关系的工具，并了解变量和解决方案。为了找到方程的解，学生需要推理数字和关系（无论是否有线段图），并使用替换来确定给定值是否使方程为真。接下来，用吊架图帮助学生理解保持方程平衡的概念。学生使用重复计算来推广解决简单方程的代数方法。然后，他们选择最佳策略来解决此类方程以及现实世界的问题。在本节的最后一课中，学生发现方程可以用来表示和解决百分比问题。

课时

1. 线段图和方程 — 让我们回想一下线段图和方程如何显示金额之间的关系。
2. 真相和方程 — 让我们看看找到带有变量的方程的解决方案意味着什么。
3. 保持平衡——让我们使用平衡衣架来帮助我们解决方程。

4. 练习求解 方程 — 让我们通过对每一侧执行相同的操作来求解 方程。
5. 用 方程 表示情况 — 让我们使用 方程 来表示和解决现实世界的问题。
6. 百分比和 方程 — 让我们使用 方程 来查找百分比。

B 节：相等和等效

本节学习目标

- 证明两个表达式是否“等价”，或者其变量的每个值都彼此相等。
- 利用分配律写出等价的代数表达式。

本节说明

在本节中，学生重点关注书写表达式和等价表达式。这也是分配财产正式引入的地方。首先，学生写出代表情况的表达式，并根据需要使用线段图进行推理。然后引入等价表达式。学生们了解到，当每个表达式中的变量使用相同的值时，具有变量的等价表达式始终相等。他们使用运算的属性来识别和编写等效表达式。在本节的后半部分，学生将探讨分配律。他们首先使用矩形图来表示等效的数值表达式，然后推理出带有变量的等效表达式。最后的可选课程提供了使用分布式属性的额外强化。

课时

1. 编写带有变量的表达式——让我们使用带有变量的表达式来描述情况。
2. 相等和等价——让我们用图表来找出哪些表达式是等价的，哪些只是有时相等。
3. 分配属性，1 部分 — 让我们使用分配属性来描述表达式。
4. 分配属性，2 部分 — 让我们使用矩形来理解变量的分配属性。
5. 分配律，3 部分（可选） — 让我们练习使用分配律编写等价表达式。

C 部分：带指数的表达式

本节学习目标

- 在其变量的特定值处评估具有整数指数的表达式。
- 通过计算表达式并按常规顺序执行运算，证明涉及整数 指数 的数值表达式是否相等。

本节说明

在本节中，学生将对指数表达式的理解扩展到平方和立方之外。它们计算包含变量和 指数 的表达式。首先，学生使用 指数 表示法来表示模式和情况中重复的 乘法。接下来，他们使用有关运算的先验知识来练习评估具有各种基数的指数表达式，包括 非负整数、分数 和 小数。然后，学生评估包含 指数 和另一个运算的表达式。涉及立方体 表面积 的真实示例可以帮助学生

请参阅遵循操作顺序的基本原理。然后，学生练习按照传统顺序评估带有和不带有分组符号的表达式。最后，学生遇到带有变量的指数表达式，并在变量的特定值处评估此类表达式。

课时

1. 指数的含义 — 让我们看看指数如何显示重复的乘法。
2. 带有指数的表达式 — 让我们使用指数的含义来确定方程是否为真。
3. 使用指数计算表达式 — 让我们使用指数求表达式的值。
4. 等效指数表达式 - 让我们研究一下带有变量和指数的表达式。

D 部分：数量之间的关系

本节学习目标

- 创建表格、图形和方程来表示两个数量之间的关系。
- 确定某种情况下的自变量和因变量。

本节说明

在本节中，学生运用他们对代数表达式和方程的理解来表示彼此关系发生变化的两个量。学生通过表格、图表和方程等多种表示方式探索这些关系。他们还深入研究了自变量和因变量的概念。首先，学生创建并分析表示一个量如何影响另一个量的表格和图表。接下来，以恒定速率行驶的背景用于创建时间和距离之间关系的表示。学生探索自变量和因变量的切换如何影响不同的表示。最后，一门可选课程邀请学生探索两个数量同时变化的其他背景。

课时

1. 两个相关量，1 部分 — 让我们使用表格、方程和图形来描述关系。
2. 两个相关的量，2 部分 — 让我们使用方程和图表来以恒定的速度描述故事。
3. 更多关系（可选） - 让我们使用图形和方程来显示涉及面积、体积和指数的关系。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会应用他们在本单元中的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 表格、方程和图表，天哪！ — 让我们从现实世界的情况中探索一些方程。

单位 7：有理数

单元学习目标

学生了解负数以及在数轴和坐标平面上表示它们的方法，在一个变量中编写和绘制简单的不等式，并确定两个非负整数的最大公因数和最小公倍数。

单元说明

在本单元中，学生将了解负数以及在数轴和坐标平面上表示它们的方法。他们在一个变量中编写并绘制简单的不等式图表，并确定两个非负整数的最大公因数和最小公倍数。在 7 年级，学生将使用带符号的数字进行算术运算，并编写和解决更复杂的不等式。学生首先考虑涉及温度或海拔的情况，并解释负数在这些情况下的含义。他们还绘制点来代表正值和负值及其对立面。以前，当学生只处理非负数时，大小和顺序是无法区分的。在本单元中，当比较两个带符号的数字时，学生学习区分数字的绝对值（大小）和数字在数轴上的相对位置（顺序）。接下来，学生使用符号 $<$ 和 $>$ 来比较两个值。它们将带有约束的未知值表示为不等式，并在数轴上绘制解决方案。然后，学生使用有序对来描述包含负数的数字对，并将它们绘制在坐标平面的所有四个象限中。最后一段单元返回非负整数；向学生介绍公因数和公倍数，并确定两个数字的最大公因数或最小公倍数。

A 部分：负数和绝对值

本节学习目标

- 在上下文中解释有理数和数字的绝对值。
- 在数轴上绘制有理数及其对立面；知道一个数和它的相反数具有相同的绝对值。
- 用文字和符号来比较有理数，其中有理数也可以是数字的绝对值。

本节说明

本节的工作扩展了学生对数字系统的理解，包括正数和负数。学生首先检查涉及温度和海拔的情况，以了解小于 0 的数字的需要。他们使用垂直和水平数轴来表示正值和负值，观察数轴中存在的对称性。学生使用数轴比较值并练习对有理数从最小到最大进行排序。他们使用不等式符号 $<$ 和 $>$ 来编写比较语句。接下来，学生检查更多可以使用正数和负数表示的情况，例如金钱和库存。本节的最后向学生介绍绝对值的概念，即数字与零的距离。

课时

1. 正数和负数 — 让我们探索一下如何表示温度和海拔。
2. 数轴上的点 — 让我们在数轴上绘制正值和负数。

3. 比较正数和负数 — 在数轴上比较数的大小。
4. 有理数排序 — 把有理数按大小排列。
5. 在情境中理解负数 — 理解负数金额的意义。
6. 数的绝对值 — 进一步研究到零点的距离。
7. 比较数与到零点的距离 — 用绝对值和负数思考海拔问题。

B 节：不等式

本节学习目标

- 确定给定值是否是给定不等式的解。
- 绘制并标记数轴图来表示不等式的解。
- 编写一个不等式语句来表示约束。

本节说明

本节的工作向学生介绍如何编写不等式并在数轴上表示不等式的解决方案。学生必须根据具体情况考虑合理的解决方案。对于每种情况，他们都会考虑可能的最小值和最大值、是否应包含边界值、负数是否有意义以及解是离散的还是连续的。他们比较了这些在数轴上的不同表示方式：打开或闭合圆圈以及数字右侧或左侧的阴影。学生通过确定给定值是否使不等式为真来找到不等式的解，并观察如果某个值位于数轴上的已涂色区域内，则该值是不等式的解。

课时

1. 编写和绘制不等式 — 让我们编写不等式。
2. 不等式的解决方案——我们来考虑一下不等式的解决方案。
3. 解读不等式 — 让我们看看不等式能告诉我们什么。

C 节：坐标平面

本节学习目标

- 理解有序对中数字的符号作为坐标平面象限中的指示位置；认识到当两个有序对仅符号不同时，点的位置通过一个或两个轴上的反射相关。
- 使用坐标和绝对值查找具有相同第一坐标或相同第二坐标的点之间的距离。
- 在所有四个象限中工作，绘制给定坐标的点，或识别坐标平面中给定点的坐标。

本节说明

在本节中，学生将探索表示包含负值的数字对的方法。他们通过将水平轴延伸到 0 的左侧并将垂直轴延伸到 0 的下方并在坐标平面的所有四个象限中绘制有序对来实现这一点。他们思考如何适当地缩放和标记一组轴，以便最有效地显示一组给定的坐标对。学生观察点的位置与其坐标中的数字符号之间的模式。他们注意到

当两个有序对中的数字仅符号不同时，这两个点位于 x 或 y 轴的相对侧。学生还制定确定同一水平或垂直线上两点之间距离的策略。

课时

1. 坐标平面 中的要点 — 让我们探索一下 坐标平面。
2. 构建 坐标平面 — 让我们研究一下创建 坐标平面 的不同方法。
3. 解释 坐标平面 中的点 — 让我们看看 坐标平面 中的哪些点可以告诉我们。
4. 坐标平面 中的距离 — 让我们探索 坐标平面 上的距离。
5. 坐标平面 中的形状 — 让我们使用 坐标平面 来解决问题和谜题。

D部分：公因数和公倍数

本节学习目标

- 列出一个数字的因数，并确定现实世界中两个数字的公因数。
- 列出一个数字的倍数，并识别现实世界中两个数字的公倍数。

本节说明

在本节中，学生扩展对因数和倍数的了解，并使用两个 非负整数 的最大公因数和最小公倍数来解决问题。学生首先在将项目分组的情况下找到数字的因子。它们将最大公因数与可以创建的最大组数联系起来，其中每个组都是相同的，并且每个项目都属于一个且仅一个组。学生还会在重复活动或购买特定规模的物品时发现多个数字。它们将最小公倍数作为同时发生的两个事件的第一个实例，或者作为在两个项目数量相等的情况下可以收集到的最小项目数。最后，学生在解决之前调查多种情况并辨别问题是否涉及公倍数或公因数。

课时

1. 共同因素——让我们用因素来解决问题。
2. 公倍数——让我们用倍数来解决问题。
3. 使用公倍数和公因数——让我们使用公因数和公倍数来解决问题。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。

课时

1. 在坐标平面中绘图（可选）- 让我们在坐标平面上绘图。

单元 8：数据集和分布

单元学习目标

学生学习将问题分类为统计或非统计，用点图、直方图和箱线图表示数据分布，并使用中心度量（平均值、中位数）和变异性度量（MAD、范围、IQR）描述分布。

单元说明

在本单元中，学生了解人口并研究与人口相关的变量。他们首先根据变量数据是否需要回答问题来将问题分类为统计或非统计。这导致对变异性和数据显示的进一步研究，例如点图和直方图。当学生可视化数据时，他们开始使用平均值和平均绝对偏差 (MAD) 来更精确地描述数据的分布。使用这些统计数据后，学生开始认识到某些分布不太适合用均值和 MAD 进行描述。向学生介绍 中位数、范围和 四分位距 作为中心和变异性的附加度量，可用于描述某些情况下的分布。这也导致 箱线图 作为可视化数据的另一种方式。请注意，平均绝对偏差的引入被用作理解变异性的介绍性模型。在后面的课程中，学生将了解 标准差 并逐步加深对平均绝对偏差的理解。

A 部分：数据、变异性和统计问题

本节学习目标

- 理解并使用术语“数值”和“分类”来描述数据集。
- 根据可收集的数据是否存在可变性来证明问题是否为“统计”问题。

本节说明

在本部分中，学生收集有关自己和同学的数据，然后以两种方式对调查问题进行分类。首先，他们根据收集的信息是数字数据还是分类数据来区分问题。然后，他们根据为回答问题而收集的数据是否显示出可变性来确定问题是否是统计问题。在本节中，学生使用点图来可视化数值数据，但将在后面的部分中更仔细地研究它们。

课时

1. 有数据吗？— 让我们探索不同类型的数据。
2. 统计问题——让我们更仔细地研究数据以及它们可以帮助回答的问题。

B 节：点图和直方图

本节学习目标

- 描述由 点图 表示的分布，包括对其中心和分布的非正式观察。
- 解释直方图以回答有关数据集的统计问题。

本节说明

在本节中，学生重点描述分布。特别是，他们学习使用非正式语言来描述分布的中心和分布，以指代分布的典型值以及数据的分布情况。他们以相加直方图表示数据的方式，并使用可视化来描述分布的特征，例如簇、峰值、间隙和对称性。请注意，在该单元的所有直方图中，包括每个箱或区间的左端边界，并且排除右端边界。

课时

1. 以图形方式表示数据 - 让我们用点图和条形图来表示数据。
2. 点图 — 让我们研究一下点图和条形图可以告诉我们什么。
3. 使用点图回答统计问题 - 让我们使用点图来描述分布并回答问题。
4. 解释直方图——让我们探讨一下直方图如何表示数据集。
5. 使用直方图回答统计问题 - 让我们绘制直方图并使用它们来回答问题。
6. 描述直方图上的分布 - 让我们描述一下直方图中显示的分布。

C 节：中心和变异性的测量

本节学习目标

- 比较不同分布的平均值和平均绝对偏差。
- 在数据背景下解释平均值和平均绝对偏差 (MAD)。

本节说明

在本节中，学生开始通过查找平均值和平均绝对偏差 (MAD) 的值来量化他们对中心和散布的理解。均值被解释为一种公平共享的方式以及一个平衡点，以便为中心的度量提供额外的直觉。然后学生会发现，即使平均值相同，分布也可能非常不同，并且对变异性度量的描述通常很重要。他们使用平均绝对偏差作为一种具有一定意义的方式来描述分布的变异性的方法。

课时

1. 平均值 — 让我们探索一下数据集的算术平均数以及它告诉我们什么。
2. 查找并解释均值作为平衡点 — 让我们看看另一种理解数据集算术平均数的方法。
3. 变异性 and MAD — 让我们研究数据点和平均值之间的距离，看看它们告诉我们什么。
4. 使用平均值和 MAD 进行比较 — 让我们使用平均值和 MAD 来描述和比较分布。

D 部分：中位数和 IQR

本节学习目标

- 比较和对比用箱线图表示的分布。
- 在数据背景下解释中位数和四分位距 (IQR)。

本节说明

在本节中，学生相加、“中位数”、“范围”和“四分位距”将介绍他们描述中心度量或变异性度量的方法。他们使用分布的对称性来确定平均值或中位数是否可能是对中心的更好描述。然后，他们探索箱线图，将其作为使用五数汇总（包括最小值、最大值、中位数和 2 其他四分位数）可视化数据摘要的方法。学生比较点图、直方图和箱线图，以确定哪一个最能代表分布，以及可以从每个图中轻松获得哪些信息。

课时

1. 中位数 — 让我们探索一下数据集的中位数以及它告诉我们什么。
2. 比较平均值和中位数 — 让我们比较数据集的平均值和中位数。
3. 四分位数和四分位距 — 让我们看看描述分布的其他度量。
4. 箱线图 — 让我们探讨一下箱线图如何帮助我们总结分布。
5. 使用箱线图——让我们使用箱线图进行比较。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。因为这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，所以没有部分目标或检查点问题。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 使用数据解决问题（可选） - 让我们使用可视化显示来比较数据集。

第9单元：综合运用

单元学习目标

学生通过对估计、能源和人口、投票系统以及 分数 的几何和代数表示之间的联系的可选探索，重新审视并连接全年的主题。

单元说明

该选修单元由十一课组成。第一部分有四个关于探索世界的课程。这些课程彼此独立，并探讨如何使用估计和 小数 或大数。这些课程应在 3 单元之后教授。第二部分有关于不同投票制度的五个教训。这些课程相互关联，应在讲完 3 单元后按顺序完成。最后一部分有两节课，将前面单元中主题的代数和几何表示联系起来。本部分应在 8 单元之后讲授，并且课程应按顺序完成。本单元中的所有相关标准均已在之前的单元中得到解决。这些部分为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

A 部分：探索我们的世界

本节学习目标

- 选择一种比较数字的方法。
- 估计现实情况下的数量，并解释估计策略。
- 解决涉及费率的问题。

本节说明

这个可选的四节课程序列可以在讲授单元 3 后随时完成，因为它使用了在单元 1、2 和 3 中开发的许多技能，包括 比、比率和百分比。这些课程可以按任何顺序完成。这一系列课程从学生研究费米问题开始，他们在其中估计值并改变单位来回答具有挑战性的问题。然后，学生们进行大量工作，同时调查水和能源的使用情况以及用于用不同材料造纸的能源。最后，学生使用百分比来了解班级社区成员的世界。

课时

1. 费米问题（可选）——让我们做一些估计。
2. 能量流（可选）——让我们比较一下数字和速率。
3. 造纸（可选）——让我们决定用什么材料造纸。
4. 如果我们的班级就是世界（可选）——让我们用数学来更好地理解我们的世界。

B 节：投票

本节学习目标

- 选择并证明哪种投票系统对于处理两个以上的选择最公平。
- 批评报告投票结果的声明。

- 通过使用 比 和百分比来解释涉及两个以上选择的投票情况。

本节说明

这一系列可选的课程探讨了投票的数学原理。这些课程相互关联，应按顺序完成。尽管学得越多，建立的联系就越多，但不一定要学完所有五课才能获得一些好处。学生首先比较选举结果，以确定哪一组更支持结果。然后，他们探索绝对多数，并了解很少选民参与的选举的影响。学生们比较同一选举的结果如何根据所使用的选举制度而变化。具体来说，他们着眼于复数选举、决选和即时决选。最后，学生们尝试公平地分配代表，并探索选区的设计如何影响选举结果。

课时

1. 我们如何选择？（可选）- 让我们投票并选出获胜者！
2. 两个以上的选择（可选）——让我们探索不同的方法来确定获胜者。
3. 比较投票系统（可选）——让我们比较一下投票系统。
4. 挑选代表（可选）——让我们考虑一下公平代表权。
5. 设计区域（可选）——让我们设计区域。

C 部分：建立连接

本节学习目标

- 涉及等值分数的坐标图和表达式。
- 解释并创建涉及分解为正方形的矩形的图表。

本节说明

这对可选课程鼓励学生在他们所学习的主题之间建立联系：分数和混合数的数字和几何表示。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 矩形疯狂（可选）——让我们切出矩形。
2. 矩形分数（可选）- 让我们比较一下分数和矩形。

关于本课程大纲

本课程大纲根据 accessim.org 上公开的 Illustrative Mathematics 6-8 数学 v.360 课程编制而成。单元和章节的叙述、目标和课程标题均来自教师的观点。可选课程标记为“（可选）”。源课程中引用了评估（检查点、单元中期和单元结束评估），但需要 Kendall Hunt 教育者帐户才能查看；它们不包括在这里。

<https://accessim.org/6-8/grade-6?a=teacher>