

加速 6 数学

完整课程大纲

Illustrative Mathematics® 6-8 加速数学 (v.360)

9 单元 • 单元目标 • 部分目标 • 逐课大纲

来源: <https://accessim.org/6-8-accelerated/accelerated-6?a=teacher>

已授权 CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

课程概览

Illustrative Mathematics 的加速 6-8 加速 v.360 课程组织为 9 单元。它将 6 年级的内容和 7 年级的第一部分压缩为一门课程。学生推理多边形的面积和表面积；探索 比、比率和百分比；开发分数和小数操作；编写并求解 方程 和表达式；研究比例关系，包括圆的圆周长和面积；应用百分比增减；将号码系统扩展为有理数；研究数据集、分布、抽样和 概率；并以可选的“将一切放在一起”单元达到高潮。

单元顺序为：

- 单位 1：面积
- 单位 2：比率、比率和百分比
- 单位 3：分数和小数
- 单元 4：方程和表达式
- 单位 5：比例关系
- 单位 6：增加和减少百分比
- 单位 7：有理数
- 单元 8：数据集、分布和采样
- 第9单元：综合运用

每个单元都分为字母部分（A、B、C、D 等），每个部分都是一系列日常课程。可选课程标有“（可选）”。

单位 1：面积

单元学习目标

学生基于早期年级的几何理解，推理多边形的面积和多面体的表面面积。

单元说明

在本单元中，学生基于早期年级发展的几何理解，推理多边形的面积和多面体的表面面积。在3年级，学生找到了边长为整数的矩形的面积。他们还通过将直线图形分解为不重叠的矩形并添加这些几何区域，找到了直线图形的面积。学生使用了4年级矩形的面积公式，并找到了5年级带有分数边长的矩形的面积。在本单元中，学生将他们对面积的推理扩展到包括不是由矩形组成的形状。他们使用分解和重新排列等策略来查找平行四边形的面积，并将其过程概括为公式。他们对平行四边形的研究成为寻找三角形面积的基础。学生看到其他多边形可以分解为三角形，并利用这些知识来找到多边形的面积。接下来，学生计算具有三角形和矩形面的多面体的表面面积。他们研究、组装和绘制棱柱和金字塔的网，并使用网来确定表面面积。在许多课程中，学生在没有背景的情况下进行几何工作。这一设计选择是对面积推理的重要智力工作的认可。在本单元的后面部分，学生有机会将所学知识应用到具体情境中。

A 部分：推理寻找面积

本节学习目标

- 通过分解、重新排列、减去或封闭形状求出具有直线边界的二维区域的面积，并解释求解方法。

本节说明

在本节中，学生探索二维图形面积的推理策略。这些探索强调了面积的两个原则：完全匹配的图形具有相等的面积，并且面积是可加的。首先，学生通过思考形状之间的关系来比较不同形状所覆盖的平面大小。他们还回顾了对面积的理解，对其进行了完善，并制定了一个共同的定义。接下来，学生使用他们对“面积”的定义和策略（例如组合、分解和重新排列）来推理七巧板形状的几何区域。他们创建具有特定几何区域的图形，并找到给定形状的面积。最后，学生应用这些推理策略来找到在网格上和网格外绘制的图形的几何区域。

课时

1. 平铺平面 — 让我们看看平铺模式并考虑一下面积。
2. 通过分解和重新排列找到面积 — 让我们创建形状并找到它们的面积。
3. 推理寻找面积 — 让我们分解并重新排列形状来找到它们的面积。

B 节：平行四边形

本节学习目标

- 应用平行四边形的面积公式来查找面积、底边长度或高度。

- 了解平行四边形中的底和高，并识别底高对以用于计算其面积。

本节说明

在本节中，学生将推理平行四边形的面积。他们了解底和高，并分析可用于查找任何平行四边形的面积的测量结果。首先，学生使用他们之前在本单元中学到的策略来找到给定平行四边形的面积。他们发现找到平行四边形的面积的一种方法是将其分解并将各个部分重新排列成矩形。另一种方法是将其包围在一个矩形中，并减去额外块的几何区域。在此过程中，学生注意到查找面积的过程（可以使用一个或多个相关矩形来完成）和有助于查找面积的测量（它们是相关矩形的边长）中的规律性。学生将这些长度理解为平行四边形的“底”和“高”，并学习识别它们。然后，学生概括利用底和高求面积的过程，将其表达为公式，并利用该公式求任意平行四边形的面积并解决问题。

课时

1. 平行四边形 — 让我们研究一下平行四边形的特征和面积。
2. 平行四边形的面积 — 让我们进一步研究一下平行四边形的面积。
3. 从平行四边形到三角形——让我们比较一下平行四边形和三角形。

C 节：三角形和其他多边形

本节学习目标

- 通过将多边形分解为平行四边形和三角形来计算多边形的面积。
- 了解三角形的底边和高度，并识别底边和高度对以用于查找三角形的面积。
- 了解为什么求三角形面积的过程可以抽象为二分之一底乘高（或等值），并应用该公式求三角形的面积。

本节说明

在本节中，学生将探索求三角形面积的方法，将他们的观察概括为公式，并使用该公式求任意三角形的面积。他们还运用对三角形和平行四边形的见解来查找其他多边形的面积。学生首先研究三角形和平行四边形之间的关系。他们发现平行四边形总是可以分解为两个相同的三角形。同样，任何三角形的两个副本都可以组成一个平行四边形。接下来，学生们了解到三角形也有底边和高度，它们与相关平行四边形中的底边和高度相对应。他们观察到三角形的面积是具有相同底和高的相关平行四边形的一半。学生用二分之一底乘高的表达式概括他们的观察结果，并用它来解决问题。

课时

1. 三角形的面积 — 让我们用我们对平行四边形的了解来找到三角形的面积。
2. 三角形的面积公式 — 让我们编写并使用一个公式来查找三角形的面积。
3. 多边形——让我们研究一下多边形及其几何区域。

D 节：表面积

本节学习目标

- 识别或创建一个代表棱柱或金字塔的网络。
- 用网络计算棱柱或棱锥的表面积并解释求解方法。

本节说明

本节向学生介绍多面体和 表面积。学生运用有关多边形面积的知识来创建网络并找到三维图形的表面面积。首先，学生了解到 表面积 是覆盖三维图形所有面、没有间隙或重叠的单位正方形的数量。他们对由单位立方体构建的矩形棱柱和图形的表面面积进行推理。然后学生探索多面体的特征并为其制定一个工作定义。他们了解到网络是多面体的二维表示。学生用网络组装棱柱和金字塔，并想象可以用给定的网络组装的多面体。随后，学生为给定的棱柱或金字塔创建网络，并使用这些网络计算表面面积。本节包括一门可选课程，帮助学生加强对 表面积 和 体积 作为三维图形的独特属性的理解。

课时

1. 表面积是什么？ — 让我们覆盖一些三维物体的表面。
2. 多面体和网络 — 让我们使用网络来查找多面体的 表面积。
3. 更多网，更多 表面积 — 让我们画网并找到多面体的 表面积。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的课程是可选的，因为它提供了额外的机会来练习不是年级重点的标准。

课时

1. 关于帐篷（可选）——让我们看看建造一些帐篷需要多少材料。

单位 2：比率、比率和百分比

单元学习目标

学生加深对 比、等效 比、比率、单位比率和百分比的理解，并使用离散图、双 数轴、表格和线段图等表示形式来解决问题。

单元说明

本单元向学生介绍 比、比率和百分比。它建立在学生之前关联两个量的经验基础上，例如从 3 年级开始转换测量值并查找 等值分数、4 年级的乘法比较，以及将 乘法 解释为 5 年级的缩放。这项工作帮助学生在本课程后面推理比例关系、比例常数以及 百分比 的增加和减少。本单元的前半部分重点关注 比 和等效的 比。学生了解到 比 是两个量之间的关联。他们使用句子、图画或离散图表来表示描述对象和配方集合的 比。接下来，学生在多个批次的配方中遇到等效的 比。他们学习使用双 数轴 图和表格来表示和推理等效的 比。学生在恒定速度和统一定价等环境中探索等效的 比。本单元的后半部分重点关注比率和百分比。学生首先回顾他们对标准测量单位的了解——他们测量的属性及其相对大小。他们使用 比 和比率来推理测量结果并在测量单位之间进行转换。接下来，学生了解单位费率。他们发现有两个与任何 比 相关的单位费率，并在上下文中解释它们。然后，学生利用他们对 比 和比率的理解来理解百分比。正如 单位比率 在上下文中可以解释为每个 1 的费率一样，百分比 在上下文中也可以解释为每个 100 的费率。

A 部分：什么是比率？

本节学习目标

- 创建并解释代表涉及比率的情况的离散图。
- 用配方中的数量乘以相同的数字来解释等效的 比，以创建具有相同口味或相同 涂色 的不同大小批次的东西。
- 生成等效比率并证明它们是等效的。

本节说明

本节向学生介绍 比 的表示方法以及等效 比 的概念。学生首先使用 比 和 比 语言来描述物理对象的集合。接下来，学生绘制图表来表示涉及一个或多个 比 的情况。他们了解到简单的图表对于 比 的推理非常有用且高效。然后，学生通过涉及食谱的具体经验来理解等效的 比。他们了解到，放大或缩小配方（创建多个批次或批次的 分数）会产生在某些重要方面与原始配方相同的结果。在每种情况下，学生都会发现，缩放配方涉及将每个数量乘以相同的因子，从而生成与原始配方中的成分相同的 比 成分。

课时

1. 用图表表示 比 — 让我们用图表来表示 比。
2. 混合——让我们探索混合与 比 的关系。

3. 定义等效的比 — 让我们进一步研究等效的比。

第 B 部分：表示等效比率

本节学习目标

- 在解决涉及等效比的多步问题时，策略性地选择乘数。
- 使用双数轴图来表示并找到等效比率。
- 使用当量比表来解决问题。

本节说明

本节介绍表示和描述等值比的新方法。学生会发现，双数轴图有助于推理等值比。他们研究其中一种量为 1 的等值比，并用“每 1 个”和“每”等说法表达。学生把“按这个比率”和“按相同比率”等说法与恒定速度、统一单价和食谱等情境中的等值比联系起来。之后，学生使用表格分析等值比的情境，认识到表中的数值不必按顺序列出，因此可以有策略地选择乘数。这使表格成为比双数轴更灵活的推理工具。虽然会介绍一些使用表格的方法，学生也可用其他表示方式辅助思考。应鼓励他们解释自己的选择，并比较不同方法的效率。

课时

1. 介绍双数轴图 — 让我们使用数轴来表示等效的比。
2. 创建双数轴图 — 让我们像专业人士一样绘制双数轴图。
3. 多少钱一个？ — 让我们用比来描述某样东西要花多少钱。
4. 恒定速度 - 让我们使用比来了解物体移动的速度。
5. 通过检查比来比较情况 — 让我们使用比来比较情况。
6. 用表格表示比 — 让我们使用表格来表示等效的比。
7. 浏览等效比表格 — 让我们像专业人士一样使用等效比表格。
8. 解决等效的比问题 — 让我们练习从合作伙伴那里获取信息。

C 部分：部分-部分-整体比率

本节学习目标

- 选择表示和求解方法来推理比和数量之和。
- 使用图表或其他策略来解决涉及比和总额的问题。

本节说明

在本节中，学生对比中的数量具有相同单位的情况进行推理，并且可以就各个数量（部分）及其总和（总计）提出问题。学生学习使用线段图来表示此类情况。他们还解释以“份”而不是标准单位（例如杯、盎司、米等）表示的比。在解决应用问题时，学生可以更灵活地选择对他们和当前问题有意义的推理策略和表示形式（例如双数轴、表格或线段图）。

课时

1. 部分-部分-整体 比 — 让我们看看可以将 比 中的数量 相加 在一起的情况。
2. 解决更多 比 问题 — 让我们比较一下解决 比 问题的所有策略。

D 部分：测量单位和单位换算

本节学习目标

- 认识到当我们用两种不同的单位测量事物时，测量值对是等效的 比。应用这种理解将测量值从一种单位转换为另一种单位。
- 使用“1 的比率”来解决涉及单位转换的问题。

本节说明

本节扩展了学生对测量单位的了解。它提示他们推理 比 和比率以执行单位转换，包括跨不同的测量系统。学生首先将他们对标准测量单位的感知建立在基准对象上。例如，他们将 1 英尺与尺子的长度相关联，将 1 毫升与滴管中液体的 体积 相关联。这种体验培养了学生对各种单位相对大小的直觉，让他们更好地了解单位之间的关系（如 比）。接下来，学生们回忆起来，测量相同的数量时，较小的单位比较大的单位需要更多的时间。虽然这个想法是通过推理 比 转换单位的基础，但本课程是可选的，因为它回顾了早期年级的想法。在本节的最后一课中，学生了解到以不同单位给出的同一事物的两个测量结果形成 比。他们发现可以通过找到等效的 比 并使用熟悉的表示形式来完成跨单位的转换，以及“每个 1 的费率”如何有助于解决问题。

课时

1. 锚定测量单位——让我们看看事物有多大的不同。
2. 使用不同尺寸的单位进行测量（可选）——让我们测量一些东西。
3. 转换单位——让我们将测量值转换为不同的单位。

E 部分：费率

本节学习目标

- 应用比和单位费率的推理来解决问题并解释解决方法。
- 计算与 比 相关的两个单位费率，并在具体情况下解释它们。

本节说明

在本节中，学生进一步探索“1的费率”并解决涉及费率的各种问题。学生们发现，使用 1 的比率是进行比较的有用方法。他们了解到每个 1 的费率是“单位比率”，并且每个 比 有两个关联的单位费率。在根据上下文解释单位费率时，学生会发现一个 单位比率 可能比另一个更有帮助，具体取决于问题。学生归纳出当两个比具有相同的单位比率时，比是等价的。同样，当 比 相等时，它们具有相同的单位费率。在等效 比 的表中，每个 单位比率 都是一个将两列中的值关联起来的因子。随着学生在该部分的进展，他们会遇到越来越少的脚手架问题。在最后一课中，学生们对物体的运动进行了推理

两个物体彼此相对。本课是可选的，因为它超出了标准的预期。

课时

1. 比较速度和价格——让我们比较一些速度和一些价格。
2. 解释费率——让我们探讨一下单位费率。
3. 等效的比 具有相同的单位费率 - 让我们重新审视等效的 比。
4. 解决费率问题——让我们研究一下哈利法塔大楼。

F 部分：百分比

本节学习目标

- 选择解决涉及百分比问题的策略并解释解决方法。
- 创建线段图、双数轴图或表格来表示涉及百分比的情况。

本节说明

在本节中，学生将理解百分比作为 100 的比率并解决涉及百分比的问题。学生首先推理 100 和 1 的百分比。然后他们使用其他数量的百分比，注意 100% 在每种情况下代表什么。为了强化百分比作为比率，双数轴图是最初使用的主要表示形式。随后，学生还可以使用表格和线段图来理解百分比。线段图有助于将基准百分比（10%、25%、50% 和 75%）连接到基准分数。学生继续解决涉及百分比的各种问题。当学生遇到难以用头脑或图表操作的数字时，学生会概括计算任何数字的任何百分比的过程。在上一课中，学生找到了确定一个数字与另一个数字的百分比的通用方法。概括此计算超出了课程的预期，因此本课是可选的。

课时

1. 什么是百分比？— 让我们使用双数轴图来理解百分比。
2. 以不同方式表示百分比——让我们使用线段图来理解百分比。
3. 基准百分比——让我们对比一下百分比和分数。
4. 解决百分比问题 — 让我们解决更多百分比问题。
5. 找到这个百分比的那个 - 让我们像专业人士一样解决百分比问题。
6. 求百分比（可选）——我们来求一下一般的百分比。

G 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 费米问题——让我们解决费米问题。

2. 粉刷房间——让我们看看粉刷房间需要什么。

单位 3：分数和小数

单元学习目标

学生理解分数除以分数，以及非负整数和小数的加、减、乘、除运算。

单元说明

本单元培养学生对除法、分数除以分数的理解以及非负整数和小数的操作。这项工作利用了学生对乘法、除法以及两者之间关系的先验知识。它还基于数位值、操作属性以及加法和减法之间的关系。学生首先探索除法的含义以及除法情况下数量之间的关系。他们记得我们可以将除法视为在乘法方程中找到未知因子。在涉及同等规模群体的情况下，除法可以用来回答两个问题：“有多少个群体？”和“每组有多少？”学生研究回答这两个问题的方法。然后，学生运用他们的见解来概括求商的过程。他们注意到，将数字除以分数与将该数字乘以其倒数相同。学生继续使用该算法来解决有关具有分数长度、面积或体积测量值的几何图形的问题，并计算分数的单位比率。接下来，学生使用具体表示和数值计算来重新审视小数的加法和减法。他们还研究了求两个小数乘积的各种方法：使用小数分数、使用图表和部分乘积，以及推理小数和相关整数之间的关系。下一节重点介绍除法。在探索其他数值方法（例如使用部分商和长除法）之前，学生有机会使用以十为基数的块或图表来表示多位数的除法。学生通过日益复杂的计算取得进展。对乘法、除法及其表示方法的更深入理解将支持学生在课程后期推理编写和求解变量方程。

A 部分：理解除法

本节学习目标

- 创建一个图表和一个乘法或除法方程来表示涉及相同大小组的情况下的关系，并协调这些表示。
- 以两种方式解释除法表达式：作为“多少组？”的答案。问题或“每组有多少人？”问题。

本节说明

在本节中，学生研究除法情况下的数量，回顾乘法和除法之间的关系，并重新审视表示这种关系的方法。首先，学生们看看除法情况下的数字是如何相关的。学生在具体和抽象的情况下观察被除数和除数的大小如何影响商的大小。接下来，学生根据同等规模的小组来推理除法。提醒他们，乘法是一种在给定组数和每个组大小的情况下求总金额的方法，而除法是一种在给定总金额时求未知因子的方法。这意味着除法可以有两种解释。本节的最后一课是可选的。它提供了解释和表达涉及同等规模群体的情况的额外练习。

课时

1. 除数的大小和商的大小——让我们探索不同大小的商。
2. 除法的含义 — 让我们探索思考除法的方法。

B 节：分数除法

本节学习目标

- 概括一个数字除以分数的过程。

本节说明

本节把学生对除法的理解扩展到除以分数。接着探讨每组数量未知的情况。他们认识到，“若一些袋子里共装有 3 磅，1 袋有多少？”和“什么数的某个分数是 4？”也可用除法解答，并用图和方程表示。可选课用于练习求每组的数量 and 解决不同情境中的除法问题。学生反复用条形图推理除以分数的过程，寻找结构和规律。他们概括出：一个数除以非单位分数，可以先确定被除数包含多少个单位分数，再确定这些单位分数能组成多少组。最后练习运用这一算法，并有策略地解决分数量之间恒定比率的问题。

课时

1. 有多少组？ — 让我们画一下线段图来思考除法和分数。
2. 分数是什么集团？ — 当我们甚至无法将事物分成一组时，让我们考虑一下将事物分成几组。
3. 每组有多少？（1 部分）——让我们看看除法问题，它们可以帮助我们找到一组的大小。
4. 每组有多少？（2 部分）（可选） — 让我们练习在不同情况下划分分数。
5. 寻找除分数的算法——让我们寻找相除除以分数时的模式。
6. 比和分数的费率 — 让我们用分数计算一些费率。

C 节：长度、面积和体积的分数

本节学习目标

- 通过将长方体与具有适当单位分数边长的单位立方体包装在一起并乘以边长，可以确定矩形棱柱的体积。
- 使用分数除法解决有关长度比较、矩形的边长和面积以及矩形棱柱的边长和体积的问题。

本节说明

在本节中，学生将运用他们对乘法和除法的见解以及有关面积和体积的先验知识来解决几何问题。学生首先解决涉及一维分数长度的乘法比较问题。他们利用对除法的理解来回答诸如“这个比那个高或远的多少倍？”之类的问题。接下来，学生对二维图形的测量进行推理。他们在给定底高度对的情况下找到矩形和三角形的面积，并在给定面积和已知高度或底的情况下找到未知的底或高度。

然后学生继续推理三维图形。它们使用相乘和相除来查找具有分数边长的直角棱柱的体积，并在棱柱的体积和其他两个边长已知时查找边长。本节的工作建立在5年級的几何概念的基础上，在此期间，学生发现了具有分数边长的矩形的面积和具有整数边长的矩形棱柱的体积。

课时

1. 分数长度——让我们解决有关分数长度的问题。
2. 具有分数长度的矩形和三角形 - 让我们探索具有分数测量值的矩形和三角形。
3. 棱镜的体积 — 让我们看看具有分数测量的棱镜的体积。
4. 解决涉及分数的问题（可选） - 让我们使用相加、减去、相乘和相除分数。

D 节：小数加法、减法和乘法

本节学习目标

- 计算两位小数的乘积并解释解法。
- 解释两个小数的和或差，即组合类似的十进制单位并从较低值的单位组成（或分解为10）较大的单位。
- 使用标准算法将相加或减去小数包含多个非零数字。

本节说明

本部分加深学生对十进制结构的理解，并将他们的能力扩展到百位以上的相加、减去和相乘小数。学生首先在金钱的背景下重新审视小数的运作。他们理解位值关系，并使用十进制图表来表示小数、它们的和以及它们的差。学生们记得，十进制系统的每个位置的值都是10乘以其右侧位置的值。这意味着十进制单元的10可以组成更大的1单元，而十进制单元的1可以分解为更小的单元的10。学生使用十进制图表和垂直计算（或标准算法）来推理组合和分解。他们将自己的理解应用于相加和减去小数，根据需要重新组合值。接下来，学生比较几种乘以小数的方法。他们将小数因子表示为分数、相乘和分数，并将乘积重写为小数。他们还利用十进制数字的结构。然后学生使用面积图进行推理。它们将因子表示为矩形的边长，通过数位值分解它们，找到部分积，然后通过相加找到原始因子的乘积。在本节的最后一课中，学生将各种推理方式概括为算法。

课时

1. 在购物环境中使用小数 — 让我们利用我们对小数的了解来做出购物决定。
2. 用图表示加法和减法 — 让我们表示小数的加法和减法。
3. 用许多非零数字加减小数 — 让我们练习加减小数。
4. 小数相乘的方法 — 让我们看一下表示乘法或小数的一些方法。

5. 计算小数的乘积 — 让我们计算相乘小数。

E 节：小数除法

本节学习目标

- 计算整数或小数被除数与小数除数的商，并解释求解方法。
- 使用长除法到相除多位整数或小数整数。

本节说明

在本节中，学生将推理多位数的商并研究除法的标准算法。本部分从一门可选课程开始，该课程回顾了5年级的概念，并强化了数位值在除法中的作用。学生使用以十为基数的图表来表示除法，并使用基于数位值和运算属性的策略来求商。接下来，学生通过查找部分商来计算商，同样基于早期课程中制定的策略。学生学习垂直组织部分商的计算，并系统地记录步骤，这为长除法铺平了道路。然后，学生通过分析工作示例、解释和解释每一步中的数字来理解标准除法算法。他们了解到，使用长除法本质上是求部分商，但一次只求一位数字，并依靠数字的位置来表达其值。学生练习使用该算法——首先将一个整数乘以一个整数相除，然后将一个整数乘以相除一个小数。最后，学生使用除法表达式和算法将相除乘以小数乘以小数。

课时

1. 运用竖式除法——计算非负整数除法。
2. 商为小数的除法——求出不是非负整数的商。
3. 将小数除以小数 — 让我们用相除、小数除以小数。
4. 解决涉及小数的问题——运用小数解决问题。

F 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 将盒子装进盒子——让我们利用我们对分数的了解来计算运输成本。
2. 制作和测量盒子（可选）——让我们利用我们对小数的了解来制作和测量盒子。

单元 4：方程和表达式

单元学习目标

学生运用对算术的理解来推理代数表达式和 方程，包括编写和求解 方程、识别等价表达式以及使用 指数。

单元说明

本单元中，学生运用算术知识推理代数式与方程。第一部分研究形如 $x + p = q$ 和 $px = q$ 的方程，其中 p 、 q 为正有理数。学生借助条形图和天平图理解方程的意义，认识到解方程就是找到使等式成立的值。本部分最后，学生识别、解释并列方程，表示和解决实际问题。第二部分学习写代数式，并把给定值代入求值。学生借助图示、分配律和其他运算性质推理，识别并写出等价代数式。第三部分学习指数：先用指数 2 和 3 表示正方形的面积、立方体的体积及相应单位，再写出指数为非负整数、底数可以是非负整数、分数或变量的式子。他们判断这些式子是否等价，按通常的运算顺序求值，并找出简单指数方程的解。最后两个部分分析两个量之间的实际关系，其中一个量依赖另一个量。他们用表格、图像和方程表示并推理这些关系，为以后学习正比例关系及 7 年级更复杂的方程作准备。

A 部分：单变量方程

本节学习目标

- 求解 $x + p = q$ 或 $px = q$ 形式的方程并解释求解方法。
- 了解用变量求解 方程 意味着找到使 方程 成立的变量值，并使用替换来确定数字是否是 方程 的解。

本节说明

在本节中，关键的理解是带有变量的 方程 表示可能成立也可能不成立的关系，而 方程的解是使 方程 成立的变量值。关系仅限于可以用 $x + p = q$ 或 $px = q$ 表示的关系。首先，学生重新审视线段图和 方程 作为表示关系的工具，并了解变量和解决方案。为了找到 方程的解，学生需要推理数字和关系（无论是否有线段图），并使用替换来确定给定值是否使 方程 为真。他们还认识到 方程 并不总是正确的。接下来，用吊架图帮助学生理解保持方程平衡的概念。学生通过重复计算并利用结构来概括求解 方程 的代数方法。然后，他们选择解决 方程 以及可由此类 方程 表示的现实世界问题的最佳策略。在本节的最后一课中，学生发现 $px = q$ 形式的 方程 可用于表示和解决 百分比 问题。

课时

1. 线段图和 方程 — 让我们回想一下线段图和 方程 如何显示金额之间的关系。
2. 真相和 方程 — 让我们看看找到带有变量的 方程 的解决方案意味着什么。
3. 保持平衡——让我们使用平衡衣架来帮助我们解决方程。
4. 练习求解 方程 — 让我们以不同的方式求解 方程。
5. 用 方程 表示情况 — 让我们使用 方程 来表示和解决现实世界的问题。

B 节：相等和等效

本节学习目标

- 证明两个表达式是否“等价”，或者其变量的每个值都彼此相等。
- 利用分配律写出等价的代数表达式。

本节说明

在本节中，学生重点关注书写表达式和等价表达式。这也是分配财产正式引入的地方。首先，学生写出代表情况的表达式，并根据需要使用线段图进行推理。然后引入等价表达式。学生使用带图来识别表达式何时相等。学生们了解到，当每个表达式中的变量使用相同的值时，具有变量的等价表达式始终相等。他们使用运算的属性来识别和编写等效表达式。在以前的年级中，属性的名称没有被强调。在这个年级，使用属性的名称，学生可以使用它们来证明等价表达式的合理性。然而，学生可以继续使用更非正式的解释来证明对属性的理解。在本节的后半部分，学生将探讨分配律。他们首先使用矩形图来表示等效的数值表达式，然后推理出带有变量的等效表达式。最后一个可选课程进一步强化了如何使用分布属性来识别和编写等效表达式。

课时

1. 编写带有变量的表达式——让我们使用带有变量的表达式来描述情况。
2. 相等和等价——让我们用图表来找出哪些表达式是等价的，哪些只是有时相等。
3. 分配属性，1 部分 — 让我们使用分配属性来描述表达式。
4. 分配律，2 部分 — 让我们练习使用分配律编写等价表达式。
5. 分配律，3 部分（可选） — 让我们练习使用分配律编写等价表达式。

C 部分：带指数的表达式

本节学习目标

- 在其变量的特定值处评估具有整数指数的表达式。

- 使用指数、2 和 3 解释和编写表达式来表示正方形的面积或立方体的体积。
- 通过计算表达式并按常规顺序执行运算，证明涉及整数指数的数值表达式是否相等。

本节说明

在本节中，学生扩展了对指数表达式的理解。他们学习计算包含变量和指数的表达式。学生首先探索完美正方形作为正方形的面积，完美立方体作为具有整数边长的立方体的体积。接下来，他们了解到可以使用指数、2 和 3 来表示这些图形的边长乘法。指数、2 和 3 也可用于表示平方单位和立方单位。学生练习在正方形和立方体的背景下使用和解释这种新符号。然后学生使用除 2 和 3 之外的整数指数。首先，学生使用指数表示法来表示模式和情况中重复的乘法。接下来，他们利用有关运算的先验知识来练习评估具有各种基数的指数表达式，包括非负整数、分数和小数。接下来，学生评估包含指数和另一个操作的表达式。涉及立方体表面积的真实示例可以帮助学生了解遵循操作顺序的基本原理。然后学生练习按照传统的顺序来评估带有和不带有分组符号的表达式。最后，学生遇到带有变量的指数表达式，并在变量的特定值处评估此类表达式。

课时

1. 正方形和立方体——让我们研究一下完美的正方形和完美的立方体。
2. 指数的含义——让我们看看指数如何显示重复的乘法。
3. 带有指数的表达式——让我们使用指数的含义来确定方程是否为真。
4. 使用指数计算表达式——让我们使用指数求表达式的值。
5. 等效指数表达式——让我们研究一下带有变量和指数的表达式。

D 部分：数量之间的关系

本节学习目标

- 创建表格、图形和方程来表示两个数量之间的关系。
- 确定某种情况下的自变量和因变量。

本节说明

在本节中，学生运用他们对代数表达式和方程的理解来表示彼此关系发生变化的两个量。学生通过表格、图表和方程等多种表示方式探索这些关系。他们还深入研究了自变量和因变量的概念。首先，学生创建并分析表示一个量如何影响另一个量的表格和图表。自变量和因变量的选择由上下文或建模者驱动。接下来，以恒定速率行驶的背景用于创建时间和距离之间关系的表示。学生探索自变量和因变量的切换如何影响不同的表示。最后，一门选修课程邀请学生探索两个数量一起变化的其他背景，例如矩形边长与常数面积的关系以及加倍关系，并允许学生选择表示方法。

课时

1. 两个相关量，1 部分 — 让我们使用表格、方程 和图形来描述关系。
2. 两个相关的量，2 部分 — 让我们使用 方程 和图表来以恒定的速度描述故事。

E 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 表格、方程 和图表，天哪！ （可选）——让我们从现实世界的情况中探索一些 方程。

单位 5：比例关系

单元学习目标

学生发展比例关系的概念，并将比例推理应用于圆的圆周长和面积。

单元说明

在本单元中，学生发展比例关系的概念。它们使用表格（如方程）和图表中表示的比例关系。这建立在之前与比等效的工作的基础上，有助于学生为后续课程中的线性函数学习做好准备。在等效比的表中，一对行之间的乘法关系由缩放比例给出，而列之间的乘法关系由单位比率给出。学生了解到，两列中的值对之间的关系称为“比例关系”，而描述这种关系的单位比率称为“比例常数”。学生使用 $y = kx$ 形式的方程来表示比例关系并解决问题。他们确定给定的表和方程是否可以表示比例关系。然后学生研究比例关系图。他们认识到比例关系的图形是穿过原点的直线。它们解释图表上的点，包括点 $(1, k)$ 。接下来，学生将比例关系知识应用到测量圆的背景中。这建立在学生以前年级的周长和面积多边形工作的基础上。引入术语“中心”、“半径”、“直径”和“圆周长”。然后学生考察圆周长和直径之间的关系，发现它是一个比例关系。他们运用这种关系来解决问题。接下来，学生探索圆形区域的面积。他们看到一个非正式的推导，显示公式 $A = \pi r^2$ 的来源，然后使用该公式来解决问题。

A 部分：用方程表示比例关系

本节学习目标

- 使用方程解决涉及比例关系的问题。
- 根据给出的表格或情境描述，写出形如 $y = kx$ 的方程来表示正比例关系。

本节说明

在本节中，学生使用方程来表示比例关系并解决问题。他们了解到任何比例关系都可以用 $y = kx$ 形式的方程表示，其中 k 是比例常数。学生首先回顾一些他们之前用表格检查过的相同上下文。他们思考如何用方程来表达重复的计算。接下来，学生看到有两个不同的方程代表每种情况，具体取决于哪个数量被视为与另一个数量成比例。这两个方程中的两个比例常数互为倒数。然后学生写出方程，并用它们来解决新情境中涉及比例关系的问题。

课时

1. 比例关系和方程 — 让我们编写方程来描述比例关系。
2. 每个关系有两个方程 — 让我们研究一下代表比例关系的方程。

3. 写方程来表示关系——让我们用方程来解决涉及比例关系的问题。

第 B 节：比较比例关系和非比例关系

本节学习目标

- 确定表中的值是否可以表示比例关系。
- 使用表格来确定方程是否表示比例关系。

本节说明

在本节中，学生判断两个量是否存在比例关系。首先，学生检查表格。他们为表的每一行计算单位比率并检查这些费率是否都相同。如果是这样，那么这种关系可能是成比例的。接下来，学生们与方程一起工作。学生使用方程创建表格并确定关系是否成比例。随后，他们根据情况的特征来决定该情况是否涉及比例关系，即是否涉及恒定比率。

课时

1. 比较关系与表格——让我们探讨一下比例关系与其他关系有何不同。
2. 与方程的关系比较——让我们开发一些方法来确定关系是否成比例。
3. 解决比例关系问题——让我们解决比例关系问题。

第 C 节：用图表示比例关系

本节学习目标

- 确定给定的图形是否表示比例关系。
- 从比例关系图中确定比例常数。
- 解释比例关系图上的点。

本节说明

在本节中，学生将研究用图表表示的比例关系。学生了解到任何比例关系的图形都位于穿过第一象限的原点的直线上。首先，学生比较比例关系和非比例关系的图形。接下来，他们创建并解释比例关系图。随后，他们比较了在同一轴上绘制的不同比例关系，发现比例常数表示直线的陡度。

课时

1. 比例关系图 — 让我们看看比例关系图与其他关系图有何不同。
2. 使用图表来比较关系——让我们在同一网格上绘制多个关系的图表。
3. 每个关系有两个图表 - 让我们使用表格、方程和图表来回答有关比例关系的问题。

截面 D：圆的 圆周长

本节学习目标

- 认识到圆的 圆周长、直径 和 半径 之间存在比例关系，并使用 方程 表达这些关系。
- 解决涉及圆周长的问题。

本节说明

在本节中，学生应用比例推理来解决涉及 圆周长 的问题。本部分从学生测量正方形开始。学生在决定相关测量列表是否可以代表比例关系时，学会考虑潜在的测量误差。接下来，学生调查圆圈。他们学习术语 半径、直径 和 圆周长，以及术语“圆”的更准确含义。然后，他们重复之前在测量正方形时使用的过程来测量圆形。他们认识到圆的 圆周长 与其 直径 成正比。学生估计比例常数，然后引入 π 。学生应用关系式 $C = \pi d$ 来解决问题。本节的最后一课重点介绍车轮旋转次数与其行驶距离之间的比例关系。本课程是可选课程，因为它提供了更多练习涉及 圆周长 的比例关系的机会。

课时

1. 您的测量能力如何？— 让我们看看我们的测量有多准确。
2. 探索圆圈——让我们探索圆圈。
3. 探索 圆周长 — 让我们探索圆的 圆周长。
4. 应用 圆周长 — 让我们用 π 来解决问题。

部分 E：圆的面积

本节学习目标

- 证明圆的面积可以用公式 $A = \pi r^2$ 的平方计算。

本节说明

在本节中，学生探索圆形区域的 面积。他们看到一个非正式的推导，显示公式 $A = \pi r^2$ 的来源，然后使用该公式来解决问题。学生估计不规则形状的面积，然后研究圆形的面积，将他们的估计与公式进行比较。最后，学生找到由圆组成的形状的面积，并使用圆周长和面积来解决现实世界的问题。

课时

1. 估计面积——让我们估计一下奇怪形状的面积。
2. 圆的 面积 — 让我们研究一下圆的面积。
3. 应用圆的 面积 — 让我们找到由圆组成的形状的面积。

F 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 四种表示法（可选）——让我们用四种不同的方式来对比成比例和不成比例的关系。
2. 高效用水——让我们研究一下如何节约用水。
3. 区分圆周长和面积——让我们对比一下圆周长和面积。
4. 彩色玻璃窗（可选）- 让我们使用圆周长和面积来设计彩色玻璃窗。

单位 6：增加和减少百分比

单元学习目标

学生加深对比例关系和百分比的理解，解决多步骤问题并在现实世界中应用 百分比 增加和减少。

单元说明

在本单元中，学生加深对比例关系和百分比的理解。他们解决多步骤问题并处理涉及小数金额的情况。这是建立在学生在之前单元中使用 比、比率、百分比和比例关系所做的工作的基础上的。学生将在高中时以这项工作为基础，使用代表复合 百分比 增加和减少的指数函数。学生通过重新审视比例关系来开始本单元，但这次给定的值是分数。为了确定比例常数，学生必须计算两个 分数 的商。学生还可以理解将增加或减少表示为初始金额的 分数 的情况。他们创建图表并应用分配属性来生成表示这些情况的表达式。他们还使用长 除法 将 分数 写为 小数，包括他们第一次介绍重复 小数。接下来，学生理解将增加或减少表示为初始金额的 百分比 的情况。他们继续创建图表并编写 方程 来表示情况。给定其他两个量，他们求解三个量中的任何一个——初始金额、最终金额或找零的 百分比。他们还对小数百分比进行推理。然后学生应用百分比增减来解决各种现实情况中的问题，例如税收、小费、利息、加价、折扣、折旧和佣金。最后，学生理解正确测量和错误测量之间的差异以正确量的 百分比 表示的情况。

A 部分：与分数的比例关系

本节学习目标

- 创建代表涉及添加或减去初始值 分数 的情况的代数表达式。
- 解决有关分数量的比例关系的问题。
- 使用长 除法 生成 分数 的小数 表示形式。

本节说明

在本节中，学生将处理涉及分数值的比例关系。首先，他们研究边长包括 分数 的缩放副本。然后学生解决涉及分数之间的常数比率的问题。他们使用表格来理解比例情况并求解未知值。本节还帮助学生做好了解百分比 增减的准备。在本节的前面，学生回顾如何计算百分比。在本节后面，学生将研究将增加或减少表示为初始金额的 分数 的情况。他们创建图表和 方程 来表示这些情况。他们使用分配属性来生成等效表达式，并使用长 除法 将 分数 转换为 小数。

课时

1. 重新审视比例关系——让我们使用比例常数来解决更多问题。

2. 不止于此，小于——让我们用 分数 来描述增加和减少。
3. 用 小数 说出来 — 让我们用 小数 来描述增加和减少。

B 部分：增加和减少百分比

本节学习目标

- 创建代表涉及 百分比 增加或减少的情况的代数表达式或 方程。
- 使用图表解决涉及百分比增加或减少的问题。

本节说明

在本节中，学生将完成 百分比 的增加和减少。首先，他们解释口头描述和图表。他们在给出初始金额和增加或减少的 百分比 后找到新的金额。然后，学生创建自己的图表并解决最终金额已知但初始金额或变化的 百分比 未知的问题。学生将口头描述和代数表达式联系起来，这对于解决未知的初始量特别有用。在本节的最后一课中，学生对非 非负整数 的百分比进行推理，这为他们在现实世界中应用 百分比 的增加和减少做好了准备。

课时

1. 增加和减少——让我们用百分比来描述增加和减少。
2. 一百个百分比 — 让我们解决更多关于百分比增加和百分比减少的问题。
3. 百分比 使用 方程 增加和减少 — 让我们使用 方程 来表示增加和减少。
4. 百分比 的一部分 — 让我们用分数百分比解决更多 百分比 问题。

C 部分：应用百分比

本节学习目标

- 计算测量误差，并将其表示为实际值的百分比。
- 解决涉及税收、小费、单利、加价、减价或佣金的问题。

本节说明

在本节中，学生将使用 百分比 增加和减少的现实示例。百分比 增加的一些应用包括销售税、小费、利息和加价。百分比 减少的应用包括折扣、折旧和佣金。然而，学生没有必要记住这些术语的含义。目标是让学生能够编写 方程 并解决问题，而无需先画图。然后学生会遇到 百分比 错误。它们将正确值与错误值之间的差异表示为正确值的 百分比 的情况进行解释。给定其他两个量，他们求解三个量中的任何一个——正确量、不正确量或错误的 百分比。

课时

1. 税收和小费——让我们了解一下销售税和小费。
2. 百分比 上下文 — 让我们了解更多涉及百分比的情况。

3. 解决多步骤 百分比 问题 — 让我们解决更多有关销售税和折扣的问题。
4. 将错误表示为 百分比 — 让我们使用百分比来描述涉及错误的情况。

D 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 地球上的变化（可选）——让我们用百分比来理解地球上的变化。
2. 提出 百分比 问题 — 让我们探讨一下新闻中如何使用百分比。

单位 7：有理数

单元学习目标

学生了解负数以及在数轴和坐标平面上表示它们的方法，并在有理数上执行四种操作。

单元说明

在本单元中，学生将了解负数以及在数轴和坐标平面上表示它们的方法。它们对有理数执行操作，这些数字都是可以写为正或负分数或零的数字。学生首先考虑涉及温度或海拔的情况，并解释负数在这些情况下的含义。以前，当学生只处理非负数时，大小和顺序是无法区分的。在本单元中，当比较两个带符号的数字时，学生学习区分数字的绝对值（大小）和数字在数轴上的相对位置（顺序）。然后学生使用表格和数轴图来表示温度或海拔的变化。它们将加法和减法从分数扩展到所有有理数。他们发现负 b 相当于加 b 的相反值。然后学生使用有序对来描述包含负数的数字对。在 5 等级中，他们在坐标网格上绘制了正数对。在这里，他们在坐标平面的所有四个象限中绘制了有理数对。他们解释给定上下文中绘制点的含义，并使用坐标计算两点之间的水平或垂直距离。接下来，学生检查乘法和除法。它们以恒定速度工作，这是一个指示方向和速度的有符号数字。这允许根据位置、运动方向以及特定点之前或之后的时间来解释带符号数字的乘积。学生利用乘法和除法之间的关系来理解除法如何扩展到有理数。然后学生使用使用有理数上的四种运算的表达式。他们还解决了涉及在上下文中解释负数的问题。它们求解 $x + p = q$ 或 $px = q$ 形式的线性方程，其中 p 和 q 是有理数。

A 部分：负数和绝对值

本节学习目标

- 在上下文中解释有理数和数字的绝对值。
- 在数轴上绘制有理数及其对立面；知道一个数和它的相反数具有相同的绝对值。
- 用文字和符号来比较有理数，其中有理数也可以是数字的绝对值。

本节说明

本节的工作扩展了学生对数字系统的理解，包括正数和负数。学生首先检查涉及温度和海拔的情况，以了解小于 0 的数字的需要。他们使用垂直和水平数轴来表示正值和负值，观察数轴中存在的对称性。学生使用数轴比较值并练习对有理数从最小到最大进行排序。他们认识到水平数轴上右侧（或垂直数轴上更上方）的点比左侧（或更下方）的点具有更大的值。他们使用不等式符号 $<$ 和 $>$ 来编写比较语句。接下来，学生检查更多可以使用正数和负数表示的情况，例如金钱和库存。本节的最后向学生介绍绝对值的概念，即数字与零的距离。学生

返回到温度和海拔的工作。它们区分物体的海拔和距海平面的距离。

课时

1. 正数和负数 — 让我们探索一下如何表示温度和海拔。
2. 比较正数和负数 — 在数轴上比较数的大小。
3. 有理数排序 — 把有理数按大小排列。
4. 数的绝对值 — 进一步研究到零点的距离。
5. 比较数与到零点的距离 — 用绝对值和负数思考海拔问题。

B 部分：有理数加法和减法

本节学习目标

- 利用有符号数的加法和减法来表示情况并解决问题。
- 计算两个有理数的和或差。

本节说明

在本节中，学生将了解带符号数的加法和减法。他们首先考虑如何用表格、数轴图、表达式和方程来表示温度和海拔的变化。然后他们使用这些示例来概括添加有符号数的规则。他们将规则应用于代表货币背景的有符号数，包括存款、取款和债务。接下来，学生利用加法和减法之间的关系开始对有符号数进行减法。他们将减法问题解释为带有未知加数的加法问题，并使用数轴来查找答案。由此，他们概括出减法与添加相反的值相同。他们还了解到“a 和 b 的差”意味着负 b，并且该值可以是正数或负数，具体取决于 a 和 b 在数轴上的相对位置。最后，学生运用他们对带符号数字加法和减法的理解来表示情况并解决问题。

课时

1. 温度变化 — 让我们用相加有符号数。
2. 更改高程 — 让我们解决有关添加有符号数字的问题。
3. 金钱和债务 — 让我们将我们对有符号数字的了解应用到金钱上。
4. 表示减法 — 让我们用减去有符号数。
5. 寻找差异 — 让我们将加法和减法放在一起。

C 节：坐标平面

本节学习目标

- 理解有序对中数字的符号作为坐标平面象限中的指示位置；认识到当两个有序对仅符号不同时，点的位置通过一个或两个轴上的反射相关。
- 使用坐标和绝对值查找具有相同第一坐标或相同第二坐标的点之间的距离。

- 在所有四个象限中工作，绘制给定坐标的点，或识别坐标平面中给定点的坐标。

本节说明

在本节中，学生将探索表示包含负值的数字对的方法。他们通过将水平轴延伸到 0 的左侧并将垂直轴延伸到 0 的下方并在坐标平面的所有四个象限中绘制有序对来实现这一点。他们思考如何适当地缩放和标记一组轴，以便最有效地显示一组给定的坐标对。学生考虑包括在所有四个象限中绘制的点的情况，并在情况的背景下解释这些点。学生观察点的位置与其坐标中的数字符号之间的模式。他们注意到，当两个有序对中的数字仅符号不同时，这两个点位于 x 或 y 轴的相对侧。学生还制定确定同一水平或垂直线上两点之间距离的策略。虽然本课程中不希望使用距离公式或负数算术，但学生可以使用计算网格正方形或计算距轴的距离并将它们相加等策略。

课时

1. 构建坐标平面 — 让我们探索一下坐标平面。
2. 解释坐标平面中的点 — 让我们看看坐标平面中的哪些点可以告诉我们。
3. 坐标平面中的距离 — 让我们探索坐标平面上的距离。

D：有理数的乘法和除法

本节学习目标

- 利用有符号数的乘法和除法来表示情况并解决问题。
- 计算两个有理数的乘积或商。

本节说明

在本节中，学生将了解带符号数的乘法和除法。他们首先探索恒定速度。这是建立在他们之前的恒速工作的基础上的，但使用带符号的数字来表示从参考点开始沿相反方向的位置和运动。学生计算给定速度和时间的位置。然后他们使用这些示例来概括有符号数相乘的规则。可选课程为学生提供了更多机会来熟练掌握乘法有理数。接下来，学生利用乘法和除法之间的关系开始对有符号数进行除法。他们将除法问题解释为具有未知因素的乘法。由此，他们概括了有符号数的除法规则。最后，学生运用他们对带符号数乘法和除法的理解来表示情况并解决问题。

课时

1. 乘以有理数 — 让我们使用带符号的数字来表示运动。
2. 相乘！ — 让我们更多地练习有符号数相乘。
3. 除有理数 — 让我们对相除有符号数进行除法。
4. 负利率 — 让我们应用我们对有符号数字的了解。

第 E 节：有理数的四种运算

本节学习目标

- 应用有理数的四种运算来解决问题。
- 求解 $x + p = q$ 或 $px = q$ 形式的方程，其中 p 、 q 和 x 是有理数。
- 编写方程形式的 $x + p = q$ 或 $px = q$ （其中 p 、 q 和 x 是有理数）来表示情况。

本节说明

在本节中，学生使用有理数解决涉及四种运算的问题。首先，他们评估涉及有符号数的代数表达式。他们扩展了对代数表示法的理解，包括负数，通过使用“旁边”表示法（即，彼此相邻的数字或变量，带或不带括号）来表示乘法，并使用分数条形来表示除法。接下来，学生检查可以用有理数表示的新上下文。他们用方程表示情况，解决方程问题，并根据情况解释他们的解决方案。本节的重点是表示方程的情况以及数字作为方程的解的含义，而不是解方程的方法。这些方法是后面单元的重点。

课时

1. 有理数的表达式 — 让我们开发我们的带符号数感。
2. 使用有理数解决问题 — 让我们使用带符号数的所有四个运算来解决问题。
3. 用有理数求解方程 — 让我们求解包含负值的方程。
4. 用方程表示上下文 — 让我们编写方程来表示情况并解决它们。

F 部分：让我们付诸实践

本节说明

在最后一部分中，学生有机会在整个单元中应用他们的想法。由于这是一个简短的部分，后面是单元结束评估，因此没有部分目标或检查点问题。本节中的所有课程都是可选的。

课时

1. 在坐标平面中绘图（可选） - 让我们在坐标平面上绘图。
2. 股票市场——让我们了解一下股票市场。

单元 8：数据集、分布和采样

单元学习目标

学生探索关键的统计概念，包括点图、直方图、中心和变异性测量、抽样和 概率。

单元说明

本单元简要概述了一些关键统计概念。首先，学生了解人口并研究与人口相关的变量。他们首先根据变量数据是否需要回答问题来将问题分类为统计或非统计。这导致对变异性和数据显示的进一步研究，例如点图和直方图。当学生可视化数据时，他们开始使用平均值和平均绝对偏差 (MAD) 来更精确地描述数据的分布。使用这些统计数据后，学生开始认识到某些分布不太适合用均值和 MAD 进行描述。向学生介绍 中位数、范围和 四分位距 作为中心和变异性的附加度量，可用于描述某些情况下的分布。这也导致 箱线图 作为可视化数据的另一种方式。接下来，学生研究从总体样本中收集数据的不同方法，以了解随机选择为何有用。然后学生生成样本并根据样本数据估计有关总体的信息。本单元最后有一个探索 概率 的可选部分。向学生介绍 概率 作为量化事件发生可能性的方法。他们探索了 概率 与重复实验结果之间的联系、检查 样本空间 进行更复杂实验的方法以及模拟实验。请注意，平均绝对偏差的引入被用作理解变异性的介绍性模型。虽然标准差在数学上更有用，但对于这个级别的学生来说，如果不了解正态分布，它的计算和含义可能会很困难。

A 部分：点图和直方图

本节学习目标

- 描述由 点图 表示的分布，包括对其中心和分布的非正式观察。
- 解释直方图以回答有关数据集的统计问题。

本节说明

在本节中，学生重点描述分布。特别是，他们学习使用非正式语言来描述分布的中心和分布，以指代分布的典型值以及数据的分布情况。他们使用点图和直方图来表示数据，并使用可视化来描述分布的特征，例如聚类、峰值、间隙和对称性。请注意，在该单元的所有直方图中，包括每个箱或区间的左端边界，并且排除右端边界。例如，数字 5 不会包含在 0–5 组 中，但会包含在 5–10 组 的频率计数中。

课时

1. 表示数据——让我们探索不同类型的数据。
2. 使用点图回答统计问题 - 让我们使用点图来描述分布并回答问题。
3. 解释直方图——让我们探讨一下直方图如何表示数据集。

B 节：中心和变异性的测量

本节学习目标

- 计算并解释数据集的平均值和平均绝对偏差 (MAD)。
- 计算并解释数据集的中位数和四分位距 (IQR)。

本节说明

在本节中，学生开始通过查找平均值和平均绝对偏差 (MAD) 的值来量化他们对中心和散布的理解。均值被解释为一种公平共享的方式以及一个平衡点，以便为中心的度量提供额外的直觉。然后，学生们发现，即使平均值相同，分布也可能非常不同，并且对变异性度量的描述通常很重要。他们使用平均绝对偏差作为一种具有一定意义的方式来描述分布的变异性的方法。接下来，学生相加、“中位数”、“范围”和“四分位距”来了解他们描述中心度量或变异性度量的方法。他们使用分布的对称性来确定平均值或中位数是否可能是对中心的更好描述。然后，他们探索箱线图，将其作为使用五数汇总（包括最小值、最大值、中位数和 2 其他四分位数）可视化数据摘要的方法。

课时

1. 平均值——让我们探索一下数据集的算术平均数以及它告诉我们什么。
2. 变异性 and MAD — 让我们使用均值和 MAD 来描述和比较分布。
3. 中位数 — 让我们探索一下数据集的中位数以及它告诉我们什么。
4. 箱线图和四分位距 — 让我们探讨一下箱线图如何帮助我们总结分布。

C 部分：采样

本节学习目标

- 描述从总体中获取随机样本的方法，并解释为什么它能代表总体。
- 解释为什么需要样本，并描述给定统计问题的样本和总体。
- 使用随机样本的算术平均数来推断总体。

本节说明

在本节中，学生考虑更大的群体来激发抽样获取数据的需要。这导致考虑一些样本如何比其他样本更能代表总体，以及随机选择更有可能产生代表性样本的想法。然后学生使用样本来获取有关他们所代表的人群的信息。特别是，学生根据样本信息估计人口中心的测量值。

课时

1. 更大的群体——让我们比较更大的群体。
2. 怎样才是好的样品？ — 让我们看看什么才是好的样本。
3. 以公平的方式采样——让我们探索获取代表性样本的方法。
4. 估计中心的人口测量值 - 让我们使用样本来估计人口中心的测量值。

5. 有关抽样变异性的更多信息（可选）——让我们比较来自同一群体的样本。

D部分：概率

本节学习目标

- 描述一个可用于模拟现实世界中的复合事件的多步骤实验，并证明它代表了该情况。
- 解释或创建表示复合事件的 样本空间 的列表、表格或树形图，并使用 样本空间 编写事件的 概率。
- 使用重复实验的结果来估计事件的 概率，并证明估计的合理性。
- 使用 样本空间 确定事件的 概率，并将其表示为 分数、小数 或 百分比。

本节说明

本节是可选的，因为它对 概率 进行了简单介绍，这对于本单元主要关注统计数据来说并不是必需的。在本节中，学生学习如何使用 概率 量化事件的可能性。首先，他们列出了用于机会实验的 样本空间，并使用它来为可能性分配值，例如 50% 或二分之一。然后，学生们将这些值识别为经过多次重复的机会实验后事件可能发生的次数的 分数。接下来，学生将对 概率 的理解扩展到涉及多个步骤的更复杂的机会实验，例如滚动数字立方体和翻转硬币。他们使用树形图、表格和列表等结构来记录样本空间。在使用这些样本空间写出概率后，他们设计自己的模拟来估计难以重复的实验的 概率。

课时

1. 什么是概率？— 让我们看看有什么可能。
2. 通过重复实验估计概率——让我们做一些实验。
3. 跟踪所有可能的结果——让我们探索多部分实验的样本空间。
4. 多步骤实验——让我们看看具有多个步骤的实验的概率。
5. 设计模拟——让我们模拟一些现实生活中的场景。

第9单元：综合运用

单元学习目标

在这个可选单元中，学生使用之前单元中的概念和技能来解决涉及费米问题、投票系统和设计课程的问题。

单元说明

在这个可选单元中，学生使用之前单元中的概念和技能来解决问题。第一部分探讨了各种不同的背景，例如人口密度、费米问题、测量误差和能源使用。第二部分有关于不同投票制度的五个教训。在最后一部分中，学生们搭建一个脚轮并设计一个五公里的赛道。本单元中的所有相关标准均已在之前的单元中得到解决。这些部分为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

A 部分：建立联系

本节学习目标

- 应用比例推理、代数表达式和百分比来模拟现实世界的情况。
- 报告数量估算时选择适当的准确度。
- 估计现实情况下的数量，并解释估计策略。
- 解释并创建涉及分解为正方形的矩形的图表。

本节说明

这些可选课程并不相互关联，可以按任何顺序完成。在本节中，学生运用比例推理、分数和百分比来理解情况并解决问题。每节课都建立在早期单元中开发的技能的基础上。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 费米问题（可选）——让我们做一些估计。
2. 能量流（可选）——让我们比较一下数字和速率。
3. 造纸（可选）——让我们决定用什么材料造纸。
4. 如果我们的班级就是世界（可选）——让我们用数学来更好地理解我们的世界。
5. 矩形疯狂（可选）——让我们切出矩形。
6. 矩形 分数（可选）- 让我们比较一下 分数 和矩形。
7. 测量误差（可选）——让我们检查一下我们的计算有多准确。
8. 这个社区有多拥挤？（可选）- 让我们看看比例关系如何应用于人们居住的地方。

B 节：投票

本节学习目标

- 选择并证明哪种投票系统对于处理两个以上的选择最公平。

- 批评报告投票结果的声明。
- 通过使用 比 和百分比来解释涉及两个以上选择的投票情况。

本节说明

这一系列可选的课程探讨了投票的数学原理。这些课程相互关联，应按顺序完成。尽管学得越多，建立的联系就越多，但不一定要学完所有五课才能获得一些好处。学生首先比较选举结果，以确定哪一组更支持结果。然后，他们探索绝对多数，并了解很少选民参与的选举的影响。学生们比较同一选举的结果如何根据所使用的选举制度而变化。具体来说，他们着眼于复数选举、决选和即时决选。最后，学生们尝试公平地分配代表，并探索选区的设计如何影响选举结果。本节中的所有课程对于民主国家的公民来说都很重要。教师可能希望与公民或政府教师合作，了解这些课程中虚构的中学情况与现实世界的选举有何关系。

课时

1. 我们如何选择？（可选）- 让我们投票并选出获胜者！
2. 两个以上的选择（可选）——让我们探索不同的方法来确定获胜者。
3. 比较投票系统（可选）——让我们比较一下投票系统。
4. 挑选代表（可选）——让我们考虑一下公平代表权。
5. 设计区域（可选）——让我们设计区域。

C部分：设计课程

本节学习目标

- 使用 圆周长 和脚轮的转数计算路径的距离。
- 比较和对比长距离测量的方法。

本节说明

此可选课程序列可以在 4 单元完成后随时完成。在本节中，学生探索测量长距离的不同方法，然后为他们的学校设计五公里课程。他们首先使用各种工具和策略测量较小的轨道。然后他们被引入滚轮，这是一种用于在不平坦或弯曲的表面上测量距离的工具。学生们制作自己的脚轮，并将这种测量方法与他们之前的选择进行比较。最后，学生使用校园地图规划一条五公里长的路线，并使用脚轮验证其长度。本节中的课程相互关联，应按顺序完成。本节中的所有标准均已在之前的单元中得到解决。本节为学生提供了一个可选的机会，让他们更深入地了解并在各个领域之间建立联系。

课时

1. 测量不平坦地形上的长距离（可选）- 让我们测量不平坦地形上的长距离。
2. 建造一个脚轮（可选）——让我们建造一个脚轮。
3. 使用脚轮测量距离（可选）——让我们使用我们的脚轮。

4. 设计 5 K 课程（可选）——让我们规划一下 5 K 课程。

关于本课程大纲

本课程大纲根据 accessim.org 上公开的 Illustrative Mathematics 6-8 加速 v.360 课程编制而成。单元和章节的叙述、目标和课程标题均来自教师的观点。可选课程标记为“（可选）”。源课程中引用了评估（检查点、单元中期和单元结束评估），但需要 Kendall Hunt 教育者帐户才能查看；它们不包括在这里。

<https://accessim.org/6-8-accelerated/accelerated-6?a=teacher>