

牌号 7 · 单位 5 · 评估指南

有理数算术

家长或教师指南——观察要点

单位 5 是有理数算术，尤其是负数。经典错误：丢弃负号、将减法与负数的加法混淆、“负数乘负数”混淆以及误解上下文（e.g.、方向、债务）。注意学生是否使用数轴推理或记忆规则——只知道规则的学生仍然可能在应用题中得到错误的符号。

A 部分 — 有符号数事实

- -3, -13, -3, -8, -12, 28, -5, 4.
- ★注意：回答 $-7 + 4 = -11$ 的学生（像对待 $-7 - 4$ 一样对待）。这意味着他们没有数轴直觉。
 - 观看 $(-4)(-7)$ ：应为正 28。

问题 1 — 数轴加法

- (a) 3. (b) -7. (c) -3. (d) -7.
 - 强：在数轴上显示箭头/跳跃。弱：仅给出答案（仅规则）。
- ★数轴思维是这个装置的亮点。不要只接受数字答案——图表应该在那里。

问题 2 - 减法作为加相反数

- (a) $-7 + (-3) = -10$. (b) $4 + 6 = 10$. (c) $-9 + 2 = -7$.
- ★单位 5 变换： $a - b = a + (-b)$ 。
 - 强：认识到这一点可以让您使用加法规则处理减法。弱：保持减法模式并混淆标志。

问题 3 — 乘法标志

- (a) -20. (b) 18. (c) -16.
 - 规则： $++ \rightarrow +$ 、 $-- \rightarrow +$ 、 $+- \rightarrow -$ 、 $-+ \rightarrow -$ 。
- ★学生应该能够象征性地陈述规则并解释它（不同于仅仅吟诵它）。

问题 4 — 水肺潜水员（符号速度）

- (a) -12 m（12 m 低于地面）。
- (b) +18 m（几分钟前在水面之上 6 — 但潜水员不会在那里！坚强的学生注意到这是一个与物理现实不相符的推断）。
- (c) 位置 = $-3 \times \text{时间}$ 。 -3 是速度（负值，因为向下）。
- ★速度 = 带正负号的量。能力强的学生将这个标志解释为方向。

问题 5 — 银行帐户

- (a) $40 + 30 - 50 = \$20$.
- (b) $20 - 75 = -\$55$.
- (c) 负余额 = 债务；你欠银行的。
- ★上下文理解是这里的目标，而不仅仅是算术。

问题 6 — 温度变化

- 中午： $-8 + 17 = 9^{\circ}\text{F}$ 。
- 日落： $9 - 11 = -2^{\circ}\text{F}$ 。
- 强：数轴 显示出清晰的跳跃顺序。弱：中间步骤的符号错误。

问题 7 — 用负数求解

- (a) $x = -5$ 。 (b) $y = -6$ 。 (c) $m - (-7) = m + 7$ ，所以 $m = -2$ 。 (d) $z = -40$ 。
- ★(c) 和 (d) 是诊断。(c)需要识别 $m - (-7) = m + 7$ 。(d) 需要乘法双方均以-4（签字事宜）为准。
- 弱：去掉(d)中的负号，得到 $z = 40$ 。

问题 8 — 迭戈的错误

- 迭戈错了。他把 $-(-3)$ 当作 -3 ，但实际上是 $+3$ 。
- $-5 - (-3) = -5 + 3 = -2$ 。
- ★经典的“双重否定”错误。
- 强：说明减去负数与加上正数相同。

问题 9 — 为什么是 $(-)(-) = (+)$?

- 强有力的论据：
 - 模式： $3 \times (-4) = -12$ 、 $2 \times (-4) = -8$ 、 $1 \times (-4) = -4$ 、 $0 \times (-4) = 0$ 、 $(-1) \times (-4) = 4$ （继续模式，每个步骤添加4）。
 - 分配式： $0 = (-4)(3 + (-3)) = (-4)(3) + (-4)(-3) = -12 + (-4)(-3)$ ，因此 $(-4)(-3) = 12$ 。
 - 背景：每天损失\$3，4天前您还多了\$12（负时间 $\times$ 负比率=正变化）。
- 弱：“因为规则是这么说的。”
- ★基于模式或分配的论证是黄金标准。

问题 10 — $-15 + 8 = -7$ 的故事

- 许多有效的故事。E.g., '电梯下行至 15 楼层，然后上至 8 楼层。现在是低于起始位置的 7 楼层。或者“我欠\$15”。我偿还\$8。我还欠\$7。’
- 强：故事符合结构（15 朝一个方向，8 朝相反方向，最终到达-7）。
- 弱：数字正确，但故事没有模拟操作。