

牌号 7 · 单位 4 · 评估指南

比例关系和百分比

家长或教师指南——观察要点

第 4 单元学习百分比。核心陷阱：先增加一定百分比再减少相同百分比，不会回到原来的量，因为基数已经改变。其他常见错误包括：混淆“某个量的百分之几”与“比某个量多百分之几”；求原来的量时把除法误用成乘法；把连续的百分比变化直接相加。请仔细看第 8 题，它最能检验理解程度。

A 部分——心理百分比

- 8, 10, 18, 2.5, 9, 150, 45, 2.
- ★ 注意“简单”百分比（10%、25%、50%、1%）的流畅性——这些应该是自动的。
- 30 的 150%：测试是否理解 $100\% = \text{整体}$ ，因此 $150\% > \text{整体}$ 。
- 0.5% 或 400：测试小数百分比（1% 的一半 = 2）。

问题 1 — 衬衫折扣

- (a) \$10 减少。
- (b) $10/40 = 25\%$ 减少。
- (c) $30 = 40 \times 0.75$ 。
- 错误答案计算 $(40-30)/30 = 33\%$ ，因为他们除以的是新值，而不是原值。
- ★ 始终按原始底座更改 相除。

问题 2 — 城镇发展

- 增加：1500。百分比： $1500/5000 = 30\%$ 。
- 新 = 5000×1.30 。
- ★ 乘数 1.30 是关键的单位 4 思想。实力强的同学认 $100\% + 30\% = 130\% = 1.30$ 。

问题 3 — 找到原件（折扣）

- 原始值的 \$48 = 80%，因此原始值 = $48/0.8 = \$60$ 。
- ★ 最具有诊断性的问题。常见的错误做法是将 \$48 (\$9.60) 的相加 20% 改回来，获得 \$57.60。错误，因为 20% 是原价，而不是折扣价。
- 强：建立方程 $0.80 \times P = 48$ 并求解。
- 弱：乘以 $\$48 \times 1.20$ 。

问题 4 — 加薪前的工资

- $\$50,000 = 1.25 \times \text{旧}$ ，所以旧 = \$40,000。
- ★ 与 #3 结构相同，但有所增加。注意 $\$50,000 \times 0.75 (= \$37,500)$ — 错误，但是诱人的答案。

问题 5 — 税费和小费

- 税费： $0.08 \times 54 = \$4.32$ 。
- 小费： $0.18 \times 54 = \$9.72$ （税前小费）。
- 总计： $54 + 4.32 + 9.72 = \$68.04$ 。
- 坚固：在同一底座上单独处理每个百分比。弱：取含税总额的百分比作为小费。

问题 6 — 加价然后折扣

- 标记后： $40 \times 1.60 = \$64$ 。
- 折扣后： $64 \times 0.75 = \$48$ 。
- 客户支付批发价的 $\$48 / \$40 = 120\%$ 。
- ★更深入的见解： $1.60 \times 0.75 = 1.20$ ，因此单个等效项是“20% 标记”。
- 强：连接两个乘法器。弱：认为 $+60\%$ 那么 $-25\% = +35\%$ （加法陷阱）。

问题 7 — Tyler: 20% 更多与 120%

- 两者都正确。 $50 \times 1.20 = 60$ 。
- “20% 大于 50” $= 50 + 10 = 60$ 的 $50 + 20\%$ 。
- $'120\% \times 50' = 1.20 \times 50 = 60$ 。
- ★等价关系： $'比 x 多 k\%' = 'x 的 (100 + k)\%'$ 。
- 强：解释代数等价性。弱：说只有一个是对的。

问题 8 — Mai: +30% 然后 -30%

- ★本单元最深层次的问题。
- $100 \times 1.30 = \$130$ 。那么 $130 \times 0.70 = \$91$ 。不是 $\$100$ 。
- 麦错了。30% 减少适用于 $\$130$ ，而不是 $\$100$ 。
- 理解扎实：解释百分比取决于基数。增加后基数变大，因此随后减少 30% 所减去的金额，比先前增加 30% 所增加的金额更多。
- 弱：同意 Mai 的观点或注意到这是错误的，但无法阐明原因。
- 注： $1.30 \times 0.70 = 0.91$ （9% 净减少）。

问题 9 — 百分比误差

- 错误： $|60 - 50| = 10$ m。
- 百分比误差： $10/60 \approx 16.7\%$ 。
- ★注意：百分误差要除以实际值，而不是估计值。很多学生却除以 50。

问题 10 — 误导性标题

- $(12 - 8)/8 = 50\%$ 。标题在技术上是正确的。
- ★这个有趣的问题具有误导性：一年内从 8 到 12 的变化听起来像是一座陷入危机的城市，但绝对数字很小。强有力的答案指出，百分比小数字的变化可能会产生误导。
- 弱：“是的，这是正确的，故事结束了。” 强：关于如何呈现统计数据的批判性推理。