

牌号 7 · 单位 3 · 评估指南

测量圆

家长或教师指南——观察要点

单元 3 建立关于圆测量的直觉： $C = \pi d = 2\pi r$ 和 $A = \pi r^2$ 。经典的错误观念：将半径与直径混淆，混淆圆周长和面积公式，并认为面积是线性缩放的（事实并非如此，它在 r 中是二次缩放）。观察学生是否知道在上下文中使用哪个公式（问题 6、7、8）。

问题 1 — 圆的一部分

- 半径：中心到边缘的距离。直径 = $2 \times$ 半径 = 10 cm。圆周长 = $\pi \times$ 直径 ≈ 31.4 cm。
- 注意：混淆半径和直径（该单位中最常见的错误）。

问题 2 — 填写表格

- 1 行： $d = 6$ cm、 $C \approx 18.84$ cm。
- 2 行： $r = 5$ 中， $C \approx 31.4$ 中。
- 3 行： $d = 31.4/\pi \approx 10$ cm、 $r \approx 5$ cm。
- 4 行： $d = 14$ m、 $C = 14\pi$ m。
- ★强：处理两个方向（ $C \rightarrow d$ 和 $d \rightarrow C$ ）。弱：仅作用于一个方向。
- 注意“以 π 表示”——学生应该写 14π ，而不是 43.96。

问题 3 — C 的披萨直径

- $C = \pi d$ ，因此 $d = C/\pi = 50.24/3.14 = 16$ 英寸。
- 注意：有些学生会除以 2（混淆半径与直径），或用乘法代替除法。

问题 4 — 圆桌的面积

- $A = \pi \times 4^2 = 16\pi$ 平方英尺（精确） ≈ 50.24 平方英尺。
- ★注意写 8π 的学生（使用 $2r$ 而不是 r^2 ）——这是与圆周长。
- 强：对“以 π 表示”和近似形式都充满信心。

问题 5 — 更好的披萨交易

- 10 英寸披萨（半径 5）：面积 = $25\pi \approx 78.5$ 平方英寸。每平方英寸价格： $\$9/78.5 \approx \$0.115/\text{平方英寸}$ 。
- 14 英寸披萨（半径 7）：面积 = $49\pi \approx 153.86$ 平方英寸。每平方英寸价格： $\$15/153.86 \approx \$0.098/\text{平方英寸}$ 。
- ★14 英寸的披萨更划算。
- ★注意：学生在 $A = \pi r^2$ 中使用直径（10 或 14）作为半径。灾难性但常见。
- 强：关于每平方英尺价格的真实推理。这正是测试面积理解能力的多步骤问题。

问题 6 — 圆周长 还是 面积？

- (a) 圆周长（围栏=周长）。
- (b) 面积（油漆覆盖表面）。
- (c) 圆周长（旋转一圈=圆周长）。
- (d) 面积（磨砂覆盖表面）。

- (e) 圆周长（色带绕行）。
- ★关键问题：我是测量边缘（1-D，长度）还是覆盖表面（2-D，面积）？
- 弱：随机答案。强：解释维度。

问题 7 — 轨道周长

- 两条顺子： $2 \times 100 = 200 \text{ m}$ 。
- 两个半圆 = 1 全圆。 $C = 2\pi \times 30 \approx 188.4 \text{ m}$ 。
- 总计 $\approx 388.4 \text{ m}$ 。
- ★注意：当问题询问长度时，学生计算面积。或者忘记2半圆 = 1 全圆。
- 强：分解清晰。

问题 8 — 正方形减去内切圆

- 正方形面积： 144 sq cm 。圆面积： $\pi \times 6^2 = 36\pi \text{ sq cm}$ 。
- 外部面积 = $144 - 36\pi \text{ sq cm} \approx 144 - 113.1 = 30.9 \text{ sq cm}$ 。
- ★诊断：他们是否使用半径 = 6（一半的边），而不是 12？很多同学插上12。另外：“圆外”是指从正方形到 减去 的圆。
- ★

问题 9 — 泰勒混淆了 C 和 A

- Tyler 使用 $C = 2\pi r$ 公式（ $2 \times \pi \times 6 = 12\pi$ ），但将其称为面积。
- 正确的面积： $A = \pi \times 6^2 = 36\pi$ 。
- ★经典的单位 3 错误。
- 强：表明他使用了圆周长 公式。弱者：“他只是乘错了。”

问题 10 — 半径加倍，面积加倍？（麦）

- 麦错了。半径 3： $A = 9\pi$ 。半径 6： $A = 36\pi$ 。
- 半径加倍即面积乘以4 ($= 2^2$)。
- ★关键思想：面积 按 缩放比例 的平方进行缩放（也可以在单元 1 中看到）。
- 强：与单位1 的比例因子平方洞察力相关。弱：“它加倍”（陷阱）。
- 这是本单元中最深的概念问题。