

牌号 7 · 单位 1 · 评估指南

比例图纸

家长或教师指南——观察要点

单位 1 引入了关键思想，即缩放将长度乘以常数因子，保留角度，并按该因子的平方缩放面积。经典的误解：（1）加法而不是乘法，（2）思考角度比例，（3）将长度比例与面积比例混淆，以及（4）颠倒哪个比例可以得到更大的绘图。寻找乘法思维和比例推理的证据，而不仅仅是数字正确性。

A 部分 — 预热比例因子

- $12 \div 4 =$ 缩放比例 3。 $5 \times 2 = 10$ 中。 $3 \div 9 = 1/3$ 。 $6 \times 1/2 = 3$ cm。
- 注意：使用相加/减去 而不是乘法的学生。“4 到 12 — 添加了 8” 是典型的错误。
- 强：将关系写为乘法（“3 倍大”）。

问题 1 — 缩放副本 $P \rightarrow Q$

- (a) 缩放比例 $P \rightarrow Q$ 是 3。 (b) $Q \rightarrow P$ 是 $1/3$ 。
- (c) 角度被保留。对应的角度仍然是 53° 。
- ★(d) 是诊断：他们说角度不成比例吗？弱：“角度也为 相乘 $\times 3$ 以获得 159° 。”
优秀：“只有 相乘 与 缩放比例 的边长相同；角度保持不变。”

问题 2 — Andre 加法而不是乘法

- ★最具诊断意义的单一问题。安德烈错了。
- 将 3 添加到 (2, 3, 4) 得到 (5, 6, 7)。边比为 $5/2$ 、 $6/3=2$ 、 $7/4$ — 不相等。
- 因子为 3 的实际缩放副本将为 (6, 9, 12)。
- 强：表明当您相加时，比 不是恒定的。缩放的核心是乘法。
- 弱：“它看起来不太正确”，没有经过计算。

问题 3 — 面积按平方缩放

- (a) $8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ 。 (b) 原始面积 = 6 sq cm 。按比例缩放 = 96 sq cm 。
- (c) 面积 乘以 16，即 4^2 (= 缩放比例 平方)。
- ★(d) 是诊断要点。较好回答：“面积的缩放比例是边长缩放比例的平方。”较弱回答：“面积也按 4 缩放”（经典错误）。

问题 4 — 地图比例尺

- (a) $8 \times 50 = 400 \text{ km}$ 。 (b) $175 \div 50 = 3.5 \text{ cm}$ 。 (c) 1 cm 对应 5,000,000 cm，因为 $50 \text{ km} = 5,000,000 \text{ cm}$ 。
- 强：处理两个方向（地图→真实，真实→地图）而不会混淆。
- 弱：应在相乘 时进行划分，反之亦然。(c) 中的单位转换是最困难的部分 - 许多学生没有意识到他们需要 将 km 转换为 cm。

问题 5 - 具有多步成本的平面图

- 实际： $14 \text{ ft} \times 20 \text{ ft}$ 。面积 = 280 平方英尺。成本 = \$1,680。
- ★多步骤的现实世界问题。注意计算 面积 英寸（17.5 平方英寸）和 忘记缩放。
- 强：首先缩放长度，然后计算面积。或者计算以英寸为单位的 面积 并乘以 $16 (4^2)$ 。

问题 6 — 相同面积的两种方法

- 方法1: $28\text{ m} \times 15\text{ m} = 420\text{ sq m}$ 。
- 方法2: 绘制面积 = 105 sq cm 。缩放比例对于面积来说是 $2^2 = 4$ 。所以 $105 \times 4 = 420$ 平方 m。
- ★两种方法都应给出 420 sq m 。这是考验他们是否理解面积缩放的问题。
- 弱: 方法2 给出210 (乘以2, 而不是4) ——经典的线性与面积混淆。

问题 7 — 哪些测量结果是正确的?

- 只有(a)是正确的。
- (b) 错误: 角度不会加倍。
- (c) 错误: 6 cm 不是 4×2 — 两侧应该是 8 cm 和 12 cm 。
- (d) 很诱人, 但错误, 因为面积是 $4\times$ (不仅仅是4倍大 — 它实际上是 $4\times$, 即 2^2 , 因此该部分是正确的)。等等——实际上 (d) 说面积是原来的4倍。与缩放比例 2相比, 面积是原来的4倍。所以 (d) 也是正确的。
- 评分者注意: (a) 和(d) 都是正确的。诀窍在于学生是否记住角度并知道面积的比例因子²。
- 注意圈出 (b) 的学生——他们认为角度是有比例的。

问题 8 — 选择合适的比例

- 房间: $12\text{ 英尺} \times 15\text{ 英尺}$ 。纸张: $8\text{ 英寸} \times 10\text{ 英寸}$ 。
- 比例 $1\text{ 英寸} = 2\text{ 英尺}$ 给出图纸 $6\text{ 英寸} \times 7.5\text{ 英寸}$ 。✓ 适合有备用空间。
- 比例 $1\text{ 英寸} = 1\text{ 英尺}$ 给出 $12\text{ 英寸} \times 15\text{ 英寸}$ 。太大。
- 比例 $1\text{ 英寸} = 3\text{ 英尺}$ 给出 $4\text{ 英寸} \times 5\text{ 英寸}$ 。适合但小。
- 强: 测试他们提议的规模并证明选择的合理性。弱: 选择一个号码而不进行检查。

问题 9 — 比较两个量表

- 绘图A: $1\text{ cm} = 2\text{ m}$, 因此建筑物上的 $1\text{ m} =$ 纸上的 0.5 cm 。
- 绘制B: $1\text{ cm} = 5\text{ m}$, 因此建筑物上的 $1\text{ m} =$ 纸上的 0.2 cm 。
- 图A 较大。
- ★这在概念上很棘手。许多学生选择 B 因为 “5 更大”。强有力的回答原因每张图中, 一米实际占据多少cm。

问题 10 — 学生生成的问题

- 强: 具有合理尺度、合理测量和可验证答案的连贯问题。
- 弱: 规模没有意义 (“ $1\text{ cm} = 1\text{ cm}$ ”) ; 无法正确计算的数字。
- ★这是一个强烈的迹象, 表明他们了解比例绘图在现实世界中的工作原理。