

牌号 5 · 单位 3 · 评估指南

分数的乘法和除法

家长或教师指南——观察要点

单元 3 乘以 分数 $\times$ 分数 并除以 单元 分数。诊断是学生是否将 除法 理解为“多少组 $\times$ 大小”或“每组 $\times$ 的大小”——并且可以针对每种情况选择正确的解释。另外：他们是否正在与“乘法 增长而 除法 萎缩”的误解作斗争？

问题 1 — $1/2 \times 1/3$ 带图表

- 答案：1/6。
- ★分母 6 来自划分为 $2 \times 3 = 6$ 等小部分。
- 强：图表显示了 6 小部件，并标识了“一半”和“三分之一”中的一个部件——即 $1/2$ 和 $1/3$ 的重叠部分。
- 弱：从规则中写入 $1/6$ ，但没有图表显示原因。

问题 2 — 分数相乘并化简

- (a) $6/15 = 2/5$
- (b) $20/40 = 1/2$
- (c) $21/8 = 2$ 和 $5/8$
- ★强：简化 (a) 和 (b)；转换为 (c) 中的带分数。
- 注意：化简错误，或忘记转换假分数。

问题 3 — 不进行计算进行比较

- (a) 小于 $5/6$ （自 $4/7 < 1$ 起）
- (b) 大于 $5/6$ （自 $7/4 > 1$ 起）
- (c) 等于 $5/6$ （自 $5/5 = 1$ 起）
- ★“乘法可以缩小或增长”原理的诊断。
- 清楚的规律：“第二个因数小于 1 时，乘积小于第一个因数；大于 1 时，乘积更大；等于 1 时，乘积等于第一个因数。”

问题 4 — 迭戈的错误： $2/3 \times 4 = 8/12$

- Diego 将 4 隐式地视为 $4/4$ ，或者只是错误地“交叉”相乘。
- 正确： $2/3 \times 4 = 8/3 = 2$ 和 $2/3$ 。（当乘以整数时，分母 不会改变。）
- ★与单元 2 相同的错误 问题 11 — 反复出现的误解。
- 强：抓住它；弱者：同意迭戈的观点。

问题 5 — $3 / (1/4)$

- 答案：12。（每个整体中有 4 四度；3 整体 $\times 4 = 12$ 四度。）
- ★答案比被除数更大！这打破了除法缩小的规则。
- 优秀：“更大是因为我们计算的是小块——3 整体中有很多四分之一。”
- 弱：写出小于 3 的数字，或者感到困惑并回答 $3/4$ 。

问题 6 — $6 / (1/3)$ 松饼

- 答案：18 个松饼。（方程： $6 \div (1/3) = 18$ 。）
- ★将此视为与问题 5 相同的结构 — “6 中有多少个 $1/3$ 组？”
- 薄弱：把 6 除以 3，得到 2；把情况理解为“将 6 杯分给 3”，认为每份是 $1/3$ 杯，方向弄反了。

问题 7 — $(1/4) \div 3$

- 答案： $1/12$ 。（每人分到整个披萨的 $1/12$ 。）
- ★这是另一种解释：“将这一小块分成 3 等份。”
- 强：绘制 $1/4$ 块并显示它分成 3 相等的较小块，每个 = 整体的 $1/12$ 。
- 弱：与 $1/4 \times 3$ 混淆或写入 $3/4$ 。

问题 8 — $5 \div (1/2)$ 与 $(1/2) \div 5$

- $5 \div (1/2) = 10$ 。（5 有多少个半块？10。）
- $(1/2) \div 5 = 1/10$ 。（将一半分成相等的 5 块。）
- ★这对揭示了除法的两种解释。
- 强：解释 $5 \div (1/2)$ 的意思是“5 有多少个一半”（很多），而 $(1/2) \div 5$ 的意思是“将一半分成 5 块”（每块都很小）。
- 弱：两者回答相同的值，或无法阐明差异。

问题 9 — Sara 的困惑： $1/3 + 1/4$ 与 $1/3 \times 1/4$

- 正确： $1/3 \times 1/4 = 1/12$ 。
- Sara 将加法与乘法混为一谈。而且她的加法的 $1/3 + 1/4 = 7/12$ 实际上是正确的！但这与乘法无关。
- ★优秀：‘乘法 和 加法 给出了不同的答案。 $1/3 \times 1/4 = 1/12$ — 相乘 对面。

问题 10 — $(1/2)/4$ 和 $4/(1/2)$ 的故事

- $(1/2)/4$ 故事：“我有半个蛋糕。”我与 4 人分享。每人得到多少钱？($1/8$)
- $4/(1/2)$ 故事：“我有 4 杯酸奶。每份都是 $1/2$ 杯。多少份？(8)
- ★强：注意到第一个是“分割这个小东西”，第二个是“数一下有多少个小东西”事情很合适。
- 弱：为两者编写相同的故事，或者故事与操作不匹配。

问题 11 — $12 \times ? = 3$

- $? = 3/12 = 1/4$ 。
- 优秀：“这与 $3 \div 12$ 相同，因为我们正在询问相乘 12 通过什么来获得 3。”
- ★联系乘法与除法的互逆关系（这是 5 年级最重要的主题之一）。