

牌号 5 · 单位 2 · 评估指南

分数作为商和分数乘法

家长或教师指南——观察要点

单元 2 构建了两个重要的五年级思想：（1）分数是除法 - a/b 表示除以 b - 和（2）将整数乘以分数可以缩小或增大原始值。观察学生是否可以在除法、分数和面积矩形解释之间移动。

问题 1 — 5 儿童，3 三明治

- 每个孩子得到 $3/5$ 份三明治。
- 方程： $3 \div 5 = 3/5$ 。
- ★本单元的基本结果。如果他们回答 $5/3$ 他们已经交换了分子分母——他们将其视为“比人更多的东西”。
- 强大的绘画能力：每个 3 三明治被切成 5 块，给每个孩子一份——他们每人得到 3 块。

问题 2 — $7/8$ 与 $9/8$ 无计算

- $9/8$ 更大。
- ★强有力的推理：“共享者数量相同（8），但共享数量更多（9 而不是 7），因此每个共享都是更大。”
- 弱：实际计算（违背目的），或者认为 $7/8$ 更大，因为“顶部数字较小意味着每块更大”（逻辑混乱）。

问题 3 — $4/3$ 上迭戈与萨拉

- 迭戈是正确的。 $4 \div 3 = 4/3 = 1$ 和 $1/3$ 。
- ★Sara 有一个典型的误解，认为除法“扭转数字”——实际上是一样的顺序为分数（除以除数）。
- 斯特朗：“迭戈是对的。第一个数字 (4) 保持在顶部。”

问题 4 — $6 \times 2/3$ 两种方式

- 答案： $12/3 = 4$ 。
- 方式1（重复加法）： $2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 = 12/3 = 4$ 。
- 方式2（使用除法）： $2/3 = 2 \div 3$ ，因此 $6 \times (2 \div 3) = 12 \div 3 = 4$ 。（或者： $6 \times 2 = 12$ ，然后除以 $3 = 4$ 。）
- ★强：显示两种方法并到达 4。揭示了乘法与除法。

问题 5 — $5 \times 3/4$

- 答案： $15/4 = 3$ 和 $3/4$ 英里。
- ★强：写出方程，显示乘法，清晰地转换为带分数。
- 弱：止于 $15/4$ ，不转换；或计算 $5 \times 3 = 15$ 并写入 15 英里。

问题 6 — $8 \times 3/5$ 大于还是小于 8？

- 小于 8（因为 $3/5 < 1$ ，乘以 $3/5$ 会缩小）。
- ★强推理：“ $3/5$ 小于 1，因此我们采用 8 的 $3/5$ ，而不是 8 的全部，因此结果更小。”这个问题与孩子们普遍认为的“乘法总是让事情变得更大”的观念相悖。
- ★

- 弱：说“更大”，因为“乘法使事情变得更大”，或者精确计算并回答4.8，但无法阐明原因。

问题 7 — 分配： 4×2 和 $1/2$

- 面积 = $(4 \times 2) + (4 \times 1/2) = 8 + 2 = 10$ 平方单位。
- ★优秀：说明可以将矩形分割成 4×2 块和 $4 \times (1/2)$ 块，找到每个面积，然后是相加。
- 弱：获得正确的数字，但无法解释分解为何有效。

问题 8 — Pat 的误解：乘法总是缩小

- 帕特错了。乘以大于 1 的数字（如 $7/3$ ）会使其变得更大。 $5 \times 7/3 = 35/3 \approx 11.67$ 。
- ★关键原理：乘以分数 < 1 就会缩小；乘以分数 > 1 会增长。
- 强：清楚地说明该规则并给出两个方向的示例。
- 弱：同意 Pat 的观点，或者无法清楚地表达乘法何时增长与何时收缩。

问题 9 — $8/5 = 8/5$ 的图表

- 每个孩子都会得到 $8/5 = 1$ 和 $3/5$ 糖果。
- 强绘图：8 条形，每个分区为 5 块。每个孩子得到 8 块，这是条形的 $8/5$ 。
- ★深入的回答：“每个孩子得到 1 整块和另一块的 $3/5$ ，所以 $1 \text{ 又 } 3/5 = 8/5$ 。”第 2 单元的关键联系：整数相除可以得到分数答案。
- ★

问题 10 — $7 \times 2/3$ 的故事

- 答案： $14/3 = 4 \text{ 和 } 2/3$ 。
- 较好的故事：“有 7 个杯子，每个杯子装有 $2/3$ 杯果汁。一共有多少果汁？”或类似情境——对某个量取分数后，重复 7 次。
- 弱：故事实际上并不是相乘（e.g.，“有 7 孩子，其中 $2/3$ 喜欢披萨”——这不是这些数字中的乘法）。

问题 11 — 错误分析： $6 \times 3/8 = 18/48$

- Han 乘以分子和分母。正确规则：分子 $\times$ 整数，分母不变。
- 正确： $6 \times 3/8 = 18/8 = 2 \text{ 和 } 2/8 = 2 \text{ 和 } 1/4$ 。
- ★将整数视为分数（隐式 $6 = 6/1$ ）然后“应用”a 的经典错误错误的乘法规则。
- 优秀：'Han 也乘以分母 $\times 6$ ，但分母（8 — 我们正在切割的内容）没有改变。只是件数发生了变化。