

牌号 4 · 单位 3 · 评估指南

将运算扩展到分数

家长或教师指南——观察要点

单元 3 将分数从“条上的数字”转换为“可以操作的数字”。关键思想是 $a/b = a \times (1/b)$ — 每个分数都是单位分数的倍数。观察学生是否结构性地对分数进行操作（分母保持不变，分子相加）或意外操作（相加分子和分母）。

问题 1 — 整数 $\times$ 分数

- $3 \times 1/4 = 3/4$ 。 $5 \times 1/8 = 5/8$ 。 $4 \times 2/3 = 8/3$ （或 $2 \frac{2}{3}$ ）。 $6 \times 3/10 = 18/10$ （或 $1 \frac{8}{10}$ ）。
- ★强：绘图显示等量分组（e.g.、4 各 $2/3$ 组）。
- 弱：写入 $4 \times 2/3 = 8/6$ （将顶部和底部相乘）。表明不了解结构。

问题 2 — $4 \text{ 板} \times 1/3$ 夹层各

- 表达式： $4 \times 1/3 = 4/3$ （或 $1 \frac{1}{3}$ ）。
- 强：将“牌照”识别为整数因子。
- 弱：写入 $4 \times 1/3 = 1/12$ （乘以分母）。

问题 3 — 相同分母的和与差

- $3/8 + 4/8 = 7/8$ 。 $5/6 - 2/6 = 3/6$ （或 $1/2$ ）。 $7/10 + 5/10 = 12/10$ 。 $2 - 3/4 = 5/4$ （或 $1 \frac{1}{4}$ ）。 $1 \frac{1}{4} + 2/4 = 1 \frac{3}{4}$ 。
- ★观看 $2 - 3/4$ ：弱学生给出否定答案或忽略 2。强：重写 $2 = 8/4$ 。
- 观看 $7/10 + 5/10$ ：他们认得 $12/10 > 1$ 吗？

数轴上的问题 4 — $5/6 + 4/6$

- 总和 = $9/6 = 1 \frac{3}{6}$ （或 $1 \frac{1}{2}$ ）。
- 强：显示两次跳转结束于 1。
- 弱：只计算 $9/6$ ，不绘图；或平局，但不超过 1。

问题 5 — 以两种方式分解 $11/8$

- 许多： $5/8 + 6/8$ ； $4/8 + 7/8$ ； $1/8 + 10/8$ ； $8/8 + 3/8$ （对于转换为混合数特别有用）。
- $11/8 = 1 \frac{3}{8}$ 。
- ★强：至少有一次分解使用 $8/8$ （整体）。
- 弱：两种分解都是较小的变体；没有得到混合数。

问题 6 — 十分位 + 百分之位

- $3/10 + 25/100 = 55/100$ 。 $7/10 + 4/100 = 74/100$ 。 $6/10 + 50/100 = 110/100$ （或 $1 \frac{10}{100}$ ）。
- ★诊断：他们是否将 $6/10$ 重写为 $60/100$ （正确）或 $6/100$ （位值错误）？

问题 7 — 为什么是 $4/10 = 40/100$

- 理解充分：“每个十分之一有 10 个百分之一，所以 4 个十分之一 = $4 \times 10 = 40$ 个百分之一。”或借助 10×10 的方格图解释。
- 弱：“因为你相乘 $\times 10$ ”——知道程序但无法证明其合理性。

问题 8 — Diego 的 $3/5 + 2/5 = 5/10$ 错误

- 正确： $5/5 = 1$ 。迭戈添加了分母。
- ★经典错误——极具诊断性。
 - 优秀：“分母不会改变。”您要添加相同大小的碎片： $5 \times \frac{1}{5} = 1$ 整体。
 - 弱：“他应该得到 $5/5$ ”，但无法说出为什么 10 是错误的。

问题 9 — $3 \times 2/5$ 的故事

- $3 \times 2/5 = 6/5$ （或 $1 \frac{1}{5}$ ）。
- 强：故事清晰（e.g.，“有3 披萨。每个都是 $2/5$ 奶酪。奶酪多少钱？”）。
- 弱：故事不涉及乘法；或者答案与故事不符。

问题 10 — $2 \frac{1}{4} - 3/4$ 两种方式

- 答案： $1 \frac{1}{2}$ （或 $6/4$ ）。
- 路线1（数轴）：从 $2 \frac{1}{4}$ 出发，跳回 $3/4 \rightarrow$ 降落在 $1 \frac{1}{2}$ 。
- 方式2（分解）： $2 \frac{1}{4} = 1 + 5/4$ 。然后是 $5/4 - 3/4 = 2/4$ 。最终： $1 + 2/4 = 1 \frac{1}{2}$ 。
- ★分数的核心“借用”问题。强：分解 $2 \frac{1}{4}$ 。弱：减法分子留下废话。

问题 11 — $4 \times 3/8$ 、 $3/8 + 3/8 + 3/8 + 3/8$ 和 $12/8$ 是否相等？

- 是的，全部 $12/8$ 。
- 强：'乘法是重复的加法；将分子 $\times 4$ 相乘使单位（八分之一）保持不变。
- 弱：同意，但无法阐明为什么分子 倍增，而分母 保持不变。

问题 12 - 线图总长度

- 总计： $2 \times 3/8 + 3 \times 4/8 + 1 \times 6/8 + 2 \times 7/8 = 6/8 + 12/8 + 6/8 + 14/8 = 38/8 = 4 \frac{6}{8} = 4 \frac{3}{4}$ 英寸。
- 强：清晰地组织计算。
- 弱：忘记按计数相乘；八分之一的算术错误。