

牌号 4 · 单位 1 · 评估指南

因数和倍数

家长或教师指南——观察要点

1 单元通过 面积 矩形推理构建因子、倍数、素数和复合的核心概念。观察学生是否将这些理解为结构思想（一个因子对 = 矩形的边，其 面积 是数字）而不是记忆的词汇。

A 部分——乘法事实

- 答案：56、54、8、9、36、56、7、8。
- 观看方法：即时回忆与源自近期事实的对比（“ $7 \times 8 = 7 \times 7 + 7 = 56$ ”）。两者都很好；用手指数数是一面黄旗。
- 除法事实（ $48 \div 6$ 、 $72 \div 9$ ）是诊断性的 — 3 年级作业，学生必须按 4 年级完成。

问题 1 - 24 的所有因子对

- 正确： 1×24 、 2×12 、 3×8 、 4×6 （四对）。
- 强：找到所有四个并绘制/标记矩形。识别 6×4 与 4×6 是同一对（可交换）。
- 弱：错过 3×8 或 2×12 。没有看到矩形连接。
- ★单独列出 1、2、3、4、6、8、12、24 但未将它们配对的学生仍位于“列表”中因素”模式，而不是“因素对”模式。

问题 2 — 23 是素数吗？

- 是的。迭戈是正确的。
- 优秀：用他们自己的话解释——“23 只能制作一个 1×23 矩形，其他整数边都不起作用。”
- 弱：不加推理就同意，或者因为“听起来不对”而拒绝。

问题 3 — 质数与复合数

- 11 素数；15 复合材料（ 3×5 ）；29 素数；36 复合材料（ 4×9 、 6×6 、 2×18 、 3×12 ）；49 复合材料（ 7×7 ）。
- ★49 是诊断 - 许多学生认为 49 是素数，因为他们无法快速想到因子 1 和 49 除外。
- 强：通过每个复合材料的有效因子对正确捕获所有五个。

问题 4 — 6 的倍数

- 6, 12, 18, 24, 30, 36.
- 个位数模式：6、2、8、4、0 然后重复。强推理：“它们都是偶数，因为 6 是偶数。”或“单个个位数通过 6,2、8,4、0 循环。”
- 弱：写了倍数，但除了“它们上涨了6”之外什么也说不出。

问题 5 — 48 是 4 的倍数吗？两种方式

- 是的。方式 1： $4 \times 12 = 48$ （乘法）。方式 2： $48 \div 4 = 12$ 无余数。或按 4 计数：4、8、12、...、48。
- ★强：真正不同的方法。弱：“ $4 \times 12 = 48$ ”和“ $12 \times 4 = 48$ ”（相同的事实，交换）。

问题 6 — Mai 与 Lin（49 素数？）

- 林是正确的。 $49 = 7 \times 7$ ，所以 49 是复合的。
- ★学生是否理解了错误的前提——“奇数是素数”？反例：9、15、21、25、27 — 均为奇数，均为复合。
- 优秀：“Mai 的规则是错误的——9 很奇怪，但是 $9 = 3 \times 3$ 。”

问题 7 — 具有完全 3 因子的数字

- 示例：4 (1, 2, 4)、9 (1, 3, 9)、25 (1, 5, 25)、49 (1, 7, 49) — 素数的平方。
- ★强：注意到这些是 p^2 ，其中 p 是质数，即使没有该语言。
- 弱：给出任意数字（e.g.、6，其中具有 4 因子）。

问题 8 — 36 的 Han 因子对

- Han 失踪了 6×6 （一个正方形）。所有配对：1×36、2×18、3×12、4×9、6×6。
- ★诊断：学生是否发现完全平方数有一个“中间”因子对，其中数对与自身？
- 强：发现 6×6 并解释。
- 弱：说“他得到了所有”（没有检查）。

问题 9 — 储物柜问题（10 储物柜）

- 打开 位于末尾：储物柜 1、4、9（完美正方形）。
- 强：跟踪每个储物柜，然后注意其模式。
- ★更深层次：“具有奇数个因数的储物柜保留为 打开 — 只有完美的正方形具有奇数个因数许多因素，因为一个因素与自身配对。”
- 弱：无法追踪；或者没有注意到正方形图案。

问题 10 — 写出你自己的因子/多重问题

- 寻找连贯的上下文故事（e.g.，“我有 24 椅子。我可以用多少种方式将它们排成相等的行？” — 使用因子对）。
- 强：问题清楚地使用了概念；答案是正确的。
- 弱：问题实际上不需要查找因子/倍数。

问题 11 — 选择一个复合 50-100

- E.g., 72: 1×72 , 2×36 , 3×24 , 4×18 , 6×12 , 8×9 .
- 优秀：解释停止规则——“我只需要检查大约 $\sqrt{n}$ ，因为超出这个范围，合作伙伴因素就已经更小了。”
- 弱：试图任意列出因素；不能说他们什么时候完成。
- ★这是一个自我意识推理问题——完整性作为一种元技能。