

牌号 3 · 单位 7 · 评估指南

二维形状和周长

家长或教师指南——观察要点

单元 7 开发了四边形的几何推理，并引入了 周长 作为与 面积 不同的可测量属性。最大的概念挑战是保持 周长（长度，以 1 D 单位）和 面积（覆盖物，以方形单位）清晰分开。注意学生是否混淆了两者。

问题 1 — 识别四边形

- 四边形：正方形、长方形、菱形、梯形（均为 4 边）。
- 非四边形：三角形(3)、五边形(5)、六边形(6)。
- ★优秀：“四边形的边数恰好为 4。”应明确表达“4 边”或“4 直边”。
- 弱：仅圆形、正方形和矩形（缺少菱形和梯形）。

问题 2 — 关于所有矩形的陈述

- 对所有长方形都成立：(b) 对边相等，(c) 所有角都是直角，(d) 有 4 条边。
- 不适用于所有矩形：(a) 所有边都相等（特别是正方形）。
- ★优秀：“矩形不需要所有 4 边都相等——这只适用于正方形。5-by-3 矩形具有相等的对边，但并非所有 4 都相同。”
- ★这个问题揭示了学生是否准确或仅仅理解了矩形的定义认为“矩形 = 4 边具有直角，通常是椭圆形。”

问题 3 — 绘制一个非矩形、非正方形、非菱形四边形

- 可能：梯形、风筝形、平行四边形（非矩形）或一般不规则四边形。
- ★强：显然不是任何指定类型的四边形——没有平行边相等，没有直角角度。揭示更广泛类别的知识。
- 弱：绘制属于排除类型之一（正方形、长方形、菱形）并且不会引起注意的东西。

问题 4 — 正方形 $\subseteq$ 长方形？

- 是的，每个正方形都是矩形（4 直角+对边相等）。
- 不是每个矩形都是正方形（5×3 矩形具有不同的边长）。
- ★强：“正方形满足矩形的所有规则，并且有一条额外的规则，即所有边都相等。所以正方形是特殊的矩形。
- 这是形状的层次结构——3 级的关键推理动作。
- 弱：说“不，它们不同”（错过了包容性）。

问题 5 — 基本形状的周长

- (a) $2 \times (8 + 5) = 26$ cm. (b) $4 \times 7 = 28$ in. (c) $4 + 6 + 9 = 19$ ft.
- ★强：使用 乘法 作为正方形 (4×7)，而不是 $7+7+7+7$ 。体现效率。诊断：它们是否 相加 矩形的所有四个边（不仅仅是 $8 + 5 = 13$ ，这只是两侧）？

问题 6 — 五角大楼：缺少边，周长 = 32

- 缺失： $32 - (5+7+10+4) = 32 - 26 = 6$ cm。
- ★优秀：'所有边的总和是32。四个已知边 相加 到 26，因此缺失的边一定是 6。

- 弱：仅添加 $5+7+10+4 = 26$ ，并没有意识到他们需要从32 到减去；或者错误添加。

问题 7 — 麦的花园 12×7

- 周长： $2(12+7) = 38$ 米。
- ★强：认识到这是一个周长问题（栅栏 = 边界）。
- 注意：学生可能会错误地计算面积 ($12 \times 7 = 84$) — 栅栏是边界，而不是内部。

问题 8 — 6×4 矩形：P 和 A

- 周长：20 cm。面积：24 sq cm。
- ★强解释：'周长是绕外侧的距离（长度）。面积是多少空间矩形覆盖内部（正方形单位）。'
- ★注意混淆：为两者写入相同的值，或交换标签。
- 解释是大诊断——他们能用自己的话区分这两个概念吗？

问题 9 — 两个带有 $P=16$ 的矩形

- 可能性： 1×7 （面积7）、 2×6 （面积12）、 3×5 （面积15）、 4×4 （面积16）。
- ★强：用 $P=16$ 绘制两个不同的矩形，并注意到几何区域不同。
- 诊断：'不，他们没有相同的面积。尽管周长相同，但形状不同。这是关键的见解 - 周长和面积彼此不相关。'

问题 10 — 相同的面积，相同的周长？

- 韩错了。两个矩形可以具有相同的面积但周长不同。
- 示例： 1×12 具有面积 12、周长 26。 3×4 有面积 12、周长 14。相同的面积，不同的周长。
- ★强：提供具体的反例。
- 弱：同意 Han 的观点，或者在没有例子的情况下不同意。这个例子就是诊断——它迫使他们积极反驳这种说法。

问题 11 — 正方形 $P=20$ ，求面积

- 侧面： $20 \div 4 = 5$ cm。面积： $5 \times 5 = 25$ 平方cm。
- ★这个问题需要从周长回到边长，然后计算面积。两步走推理。
- 强：'正方形有4 相等的边，因此每条边都是 $20 \div 4 = 5$ 。然后是 $5 \times 5 = 25$ 。'
- 弱：使公式混乱；或将面积计算为 $20 \times 20 = 400$ 。

问题 12 — Sam 的形状与 Mei 的相同-P-不同-A

- 是的，两者都可能是正确的。相同的周长不会强制相同的面积。
- 示例：Sam 有 3×6 ($P=18$ 、 $A=18$) 和 4×5 ($P=18$ 、 $A=20$) ...实际上 $3+6=9$ 加倍就是 18、面积 18。但它们有不同的周长。让我们尝试 $Sam = 5+4=9$, $P=18$, $A=20$ ；Mei 可以有 $8+1 = 9$ 、 $P=18$ 、 $A=8$ 。
- 更好：Sam: $3 \times 6 \rightarrow P=18$ 、 $A=18$ 。美: $7 \times 2 \rightarrow P=18$ ， $A=14$ 。
- ★强：给出具体形状来证明这一主张。揭示了周长和面积的理解独立属性。