

几何·单位7·评估指南

圆圈

家长或教师指南——观察要点

单元 7 涵盖特定于圆的定理（内切角、切线 半径、循环四边形）以及从度数到弧度的概念飞跃。看看学生是否理解内切角为半中心规则背后的原因，以及他们是否掌握了弧度的定义。

问题 1 — 词汇

- 弦：端点位于圆上的线段。
- 圆心角：顶点为圆心的角。
- 内接角：顶点在圆上、边为弦的角。
- 小圆弧：小于半圆；主弧：超过一半。
- 常见的困惑：学生认为“弦= 直径”（直径 是穿过中心的特殊弦，但大多数弦不会）。

问题 2 — 内切角定理

- 圆心角 = 70 度（内切角的两倍）。
- 弧 = 70 度（与定义的圆心角相同）。
- 内接角定理：内接角的测量值是同一弧所对的圆心角测量值的一半。
- 诊断是学生是否记住 2 因子以及正确的方向（记下的是较小的那个）。

问题 3 — 切线半径垂直

- 角度 = 90 度。
- 定理：P 点的切线垂直于该点的半径 OP。
- 原因：穿过 P 的任何其他直线都会在第二个点处与圆相交（因此不会相切）。半径 是从 O 到直线的最短距离，并且最短距离是垂直的。
- 优秀的学生能够清晰地表达这种几何推理；实力差的同学就直接引用定理。

问题 4 - 外点的两条切线

- P 和 Q 处的直角（垂直于切线的半径）。
- $OE = OE$ （共享/自反）。 $OP = OQ$ （同一圆的两个半径）。
- 三角形 OEP 和 OEQ 通过 HL 全等（斜边边，因为它们是直角三角形）。
- 因此 $EP = EQ$ 。
- 优秀的学生正确引用 HL；成绩较差的学生尝试 SSA 或只是观察“看起来一样”。

问题 5 — 循环四边形

- 角度 C = $180 - 80 = 100$ 度。角度 D = $180 - 95 = 85$ 度。
- 为什么：循环四边形中的对角是互补的，因为每个角都是它所对的弧的一半，并且这两个弧一起构成整个 360 度圆。所以角度 A + 角度 C = $(1/2)(\text{弧 BCD}) + (1/2)(\text{弧 BAD}) = (1/2)(360) = 180$ 度。
- “为什么”论证是诊断。能力强的学生画弧线；基础薄弱的学生只需记住“对角补角”即可。

问题 6 — 圆心

- 边的垂直平分线是与该边的两个端点等距的点的轨迹。两条边的垂直平分线相交于点 P，该点与所有三个顶点等距。P 也位于第三垂直平分线上。
- 作图：作任意两条边的垂直平分线；他们在外心相交。以该点为圆心，通过任意顶点画一个圆。
- 优秀的学生会发现等距论证具有普遍性；弱学生背诵“三行相交”，但不解释原因。

问题 7 — 内心与外心

- 内心：角平分线的交点；到各边的距离相等。
- 外心：各边垂直平分线的交点；到各顶点的距离相等。
- 诊断：学生是否正确说出距离的“边”和“顶点”？他们经常交换它们。
- 强：解释为什么角平分线与边的距离相等（垂直距离解释）。

问题 8 — 弧长、扇形面积、弧度

- 弧长 = $(60/360) \cdot 2\pi \cdot 12 = (1/6) \cdot 24\pi = 4\pi \approx 12.57$ 。
- 扇形面积 = $(60/360) \cdot \pi \cdot 144 = (1/6) \cdot 144\pi = 24\pi \approx 75.4$ 。
- 弧度： $\text{arc} = r \cdot \theta = 12 \cdot (\pi/3) = 4\pi$ 。相同的。
- 为什么 $r \cdot \theta$ 起作用：根据定义，一弧度是弧长 = 半径 的角度。因此，如果 θ 以弧度为单位，则 $\text{arc} = r \cdot \theta$ 。
- 优秀的学生能够阐明定义；弱只需代入公式即可。

问题 9 — 泰勒的弦/直径 混淆

- 错误。直径是穿过中心的弦，但大多数弦都没有。
- 直径：穿过中心的弦；最长的弦。
- 弦：两个端点都在圆上的任意线段。
- 简单的定义检查。看看学生是否能够给出具体、完整的定义。

问题10——林氏公式验证

- 两者都给出 5π 。是的，他们同意。
- 原因：弧长 = $(\theta/360) \cdot 2\pi r$ （以度为单位） = $(\theta/180) \cdot \pi r$ 。以弧度为单位， $180 \text{ 度数} = \pi$ ，因此 $\theta_{\text{radians}} = (\theta_{\text{degrees}} \cdot \pi)/180$ 。代入得到相同的公式。
- 更大的图景： $r \cdot \theta_{\text{radians}}$ 是基本公式；度数版本来自转换因子 $\pi/180$ 。
- 优秀的学生将弧度视为“自然”角度测量；弱者将它们视为替代方案。

问题 11 — 轮胎旋转建模

- 圆周长 = $\pi \cdot 26 = 26\pi \approx 81.68 \text{ 英寸} \approx 6.807 \text{ 英尺}$ 。
- 转数 = $5280/6.807 \approx 775.6 \text{ 转数}$ 。
- 度数 = $775.6 \cdot 360 \approx 279,222 \text{ 度数}$ 。
- 弧度 = $775.6 \cdot 2\pi \approx 4874 \text{ 弧度}$ 。
- 对三个角度单元的一次很好的测试。注意单位转换错误（英寸与英尺）。
- 能力强的学生注意到弧度 = 总弧长/半径 = $(5280 \cdot 12) / 13 \approx 4874$ — 证实了弧度定义。