

几何·单位6·评估指南

坐标几何

家长或教师指南——观察要点

单元 6 将代数与几何结合起来。注意：对距离和 斜率 公式的信心、识别平行/垂直条件的能力、完成平方的能力以及愿意使用 坐标 来证明（而不仅仅是验证）几何事实。

问题 1 — 坐标变换

- (a) 翻译：A'(5,-1)、B'(9,-1)、C'(7,3)。
- (b) 反射：A'(-1,2)、B'(-5,2)、C'(-3,6)。
- (c) 位似变换：A'(2,4)、B'(10,4)、C'(6,12)。
- (a) 和(b) 保留的距离——它们是刚性的。(c) 仅保留角度 - 相似但不全等。
- 诊断：学生是否清楚地表达了关于原点的位似变换 使距离加倍（因此相似但不全等）？

问题 2 — 距离公式

- (a) $d = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$.
- (b) $d = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$.
 - 两者都是毕达哥拉斯三元组(5-12-13)。观察学生是否建立了右腿（水平和垂直的变化），而不是他们是否死记硬背了公式。

问题 3 — 圆方程

- (a) $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 49$ 。
- (b) 半径= $\sqrt{36 + 64} = 10$ 。所以 $x^2 + y^2 = 100$ 。
- (c) 配方： $(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 4y + 4) = 12 + 9 + 4 = 25$ 。圆心 (3, -2)，半径 5。
- 部分(c) 是诊断— 完成两个变量的平方。学生经常忘记将相加 右边的数字相同。

问题 4 — 斜率和平行/垂直线

- 斜率= $(-3 - 5)/(7 - 2) = -8/5$ 。
- 点斜率： $y - 5 = -8/5(x - 2)$ 。
- 通过(1,1) 并行： $y - 1 = -8/5(x - 1)$ 。
- 垂直于(1,1)： $y - 1 = 5/8(x - 1)$ 。
- 常见错误：混淆垂直斜率 (5/8) 与相对的斜率 (8/5)。诊断是他们是否否定和回报。

问题 5 — 为什么平行=等斜率，垂直=负配方

- 平行：平移保留斜率（平移不改变方向）。相互转换的两条线具有相同的 斜率。
- 垂直：绕原点旋转斜率 $m \times 90$ 度的线发送(x、y) 到(-y、x)。通过原点且方向为 (a, b) 的线变为 (-b, a)。斜率从 b/a 更改为 $a/(-b) = -a/b$ — 负倒数。

- 优秀的学生给出旋转论证或使用相似的三角形推导负倒数。弱：只是陈述规则。

问题 6 — 平行四边形证明

- 斜率 $AB = 0$ 。斜率 $DC = 0$ （均为水平）。平行线。
- 斜率 $AD = (4 - 0)/(3 - 0) = 4/3$ 。斜率 $BC = (4 - 0)/(8 - 5) = 4/3$ 。平行线。
- 由于两对相对边平行，ABCD 是平行四边形（根据定义）。
- 强：引用平行四边形（两对相对边平行）的定义来证明结论。

问题 7 — 直角三角形

- 斜率 $PQ = (4-2)/(4-(-1)) = 2/5$ 。斜率 $QR = (9-4)/(2-4) = -5/2$ 。斜率 $PR = (9-2)/(2-(-1)) = 7/3$ 。
- PQ 和 QR 垂直（斜率 $2/5$ 和 $-5/2$ 相乘到 -1 ）。
- 直角位于 Q。
- 替代方案： $|PQ| = \sqrt{29}$ 。 $|QR| = \sqrt{29}$ 。 $|PR| = \sqrt{58}$ 。还有 $29 + 29 = 58$ 。毕达哥拉斯检查证实。
- 优秀的学生用两种方法（斜率和毕达哥拉斯）进行验证，看看他们是否同意。

问题 8 — 分区

- $AP:PB = 1:3$ 表示 P 是从 A 到 B 的 $1/4$ 。 $P = (4, 6)$ 。
- $AP:PB = 3:1$ 表示 P 是从 A 到 B 的 $3/4$ 。 $P = (8, 10)$ 。
- 中点对应于 $1:1$ 。
- 常见错误：将“比 $1:3$ ”与“三分之一的方式”混淆（实际上是 $1/4$ 的方式）。

问题 9 — Mai 的垂直误差

- 斜率 3 和斜率 -3 相乘至 -9，而不是 -1。麦错了。
- 垂直于斜率 3 是斜率 $-1/3$ （负倒数）。
- “相反”与“负倒数”的常见混淆。诊断。

问题 10 — 迭戈的无圈声明

- 迭戈错了。方程表示一个圆。改写： $x^2 + (y^2 + 6y + 9) = 9$ ，所以 $x^2 + (y+3)^2 = 9$ 。
- 中心 $(0, -3)$ ，半径 3。
- Diego 错误：假设 x 和 y 项必须呈线性出现。中心就在 $x = 0$ 这里。
- 优秀的学生仅完成 y 中的正方形，并认识到缺少的 x 项仍然给出一个圆（以 y 轴为中心）。

问题 11 — 矩形对角线的坐标证明

- 放置带有顶点 $(0,0)$ 、 $(a,0)$ 、 (a,b) 、 $(0,b)$ 的矩形。
- 对角线 1：从 $(0,0)$ 到 (a,b) ，长度 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 。
- 对角线 2：从 $(a,0)$ 到 $(0,b)$ ，长度 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 。
- 平等。
- 这是一个坐标证明——使用变量 (a, b) ，而不是具体数字。诊断是学生是否看到变量使其成为一个证明（对于所有矩形都是如此），而不仅仅是一个例子。
- 强：明确提到“因为 a 和 b 是任意的，所以这适用于任何矩形。”