

几何·单位4·评估指南

直角三角形 三角学

家长或教师指南——观察要点

单元 4 引入了正弦、余弦和正切——纯粹针对直角三角形。常见错误：将三角函数应用于非直角三角形、混淆对边/相邻三角形、将 $\sin$ 视为线性。看看学生是结构性思考还是依赖即插即用。

问题 1 — 标签面

- 对于角度 B：BC 边现在是相邻的，AC 边是相反的，AB 仍然是斜边。
- 斜边不变，它始终在直角的对面。但针对两个不同锐角，对边和邻边会交换身份。
- 常见的误解：学生认为三角形的“对边”是固定的（事实并非如此——这取决于您所考虑的锐角）。

问题 2 — 比率定义

- $\sin \theta = \text{对边}/\text{斜边}$ 。 $\cos \theta = \text{邻边}/\text{斜边}$ 。 $\tan \theta = \text{相反}/\text{相邻}$ 。
- 助记符：SOH-CAH-TOA。
- 注意学生正确书写比，而不仅仅是助记符。一个学生写下“SOH-CAH-TOA”作为答案，但无法告诉你哪一边去哪里，他是在不理解的情况下背诵的。

问题 3 — 使用 $\cos$ 查找缺失的一侧

- $\cos$ 将角度与相邻边和斜边相关： $\cos 38 = \text{adj}/15$ 。
- $\text{adj} = 15 \cdot \cos 38 \approx 15 \cdot 0.788 \approx 11.8$ 单位。
- 留意错误设置 $\sin$ 或 $\tan$ 的学生。理解的信号是阐明为什么选择 $\cos$ ：“因为我有斜边并且想要相邻的。”

问题 4 — 7-24-25 三角形和反正切

- 斜边： $\sqrt{49+576} = \sqrt{625} = 25$ 。
- 7 的对角： $\arctan(7/24) \approx 16.3$ 度。（也可以使用 $\arcsin(7/25)$ 。）
- 其他锐角： $90 - 16.3 = 73.7$ 度（或 $\arctan(24/7)$ ）。
- 直角三角形中的锐角之和为 90 度，因为三个角度之和为 180，其中一个为 90。实力强的学生明确提到了这一点。

问题 5 — 正弦/余弦补码

- $\cos 60 = 1/2 = \sin 30$ 。
- 强解释：在具有锐角 30 和 60 的直角三角形中，与 30 相对的腿是与 60 相邻的腿。所以 $\sin 30$ （对边/上边）= $\cos 60$ （相邻/上边）。
- 这是“角度的正弦=其补码的余弦”恒等式，为代数 2 三角函数做准备。
- 弱：仅陈述“由于公式的原因，它们是相同的”，没有几何推理。

问题 6 - 灯塔俯角

- 图表：垂直灯塔 60 英尺，船在水平距离 d 处。俯角 22 度 = 水平线与视线之间的角度。
- $\tan 22 = 60/d$ ，因此 $d = 60/\tan 22 \approx 60/0.404 \approx 148.5$ 英尺。

- 诊断如图：学生是否正确放置了22 度角？俯角是从水平向下测量的，但通过交替的内角，它等于船上的仰角。

- 注意获得 $\tan 22 = d/60$ 的学生（错误：相反/相邻相反）。

问题 7 — 轮椅坡道

- $\tan 4.8 = 30/\text{水平}$ ，水平 = $30/\tan 4.8 \approx 30/0.084 \approx 357$ 英寸 ≈ 29.8 英尺。
- 诊断：学生能否区分“水平长度”和“斜坡长度”（斜边）？问题说“水平长度”——使用正切，而不是正弦。
- 使用正弦的学生可以得到斜坡长度本身——很接近，但技术上是错误的问题。

问题 8 — 迭戈的隐藏假设

- Diego 使用 $\sin 60 = AC / 8$ ，这要求 $AB = 8$ 为斜边。但这个问题并没有说明 直角三角形 的问题。
- 如果三角形ABC 不是直角三角形，则 $\sin 60$ 没有直接的“对斜边”含义— 您需要正弦定理（代数2 内容）。
- 该单元专门教授直角三角形 三角函数。迭戈假设了一些未给出的东西。上述问题无法使用 4 单元工具解决。
- 优秀的学生能够清楚地表达这一点；弱学生就抄迭戈的作业。

问题 9 — Lin 线性误差

- $\sin 30 = 0.5$ 、 $\sin 60 \approx 0.866$ 。 $2 \cdot 0.5 = 1.0$ ，它不是 ≈ 0.866 。所以林错了。
- 潜在的误解：学生将三角函数视为线性函数（如 $f(x) = mx$ ）。三角函数是非线性的；角度加倍并不会使正弦加倍。
- 强：学生提到正弦在1 处达到最大值。

问题 10 — 毕达哥拉斯恒等式

- $\sin \theta$ 的平方 + $\cos \theta$ 的平方 = (opp/hyp) 的平方 + (adj/hyp) 的平方 = $(\text{opp 的平方} + \text{adj 的平方})/(\text{hyp 的平方}) = (\text{hyp 的平方})/(\text{hyp 的平方}) = 1$ 。
- 勾股定理 出现在步骤 $\text{opp}^2 + \text{adj}^2 = \text{hyp}^2$ 平方中。
- 优秀的学生将其视为统一：三角学中最著名的恒等式只是伪装的勾股定理。

问题 11 — 阶梯建模

- 如果与水平面的角度为60 度，则基准距离 $d = 12 \cdot \cos 60 = 6$ 英尺。在90（直线向上）处， $d = 0$ 。在0（平躺）， $d = 12$ 。
- 角度越大意味着底距越小。因此，最小角度 60 度意味着最大基础距离 = 6 英尺。
- 最小值怎么样？没有规定上限约束，因此最小底座 = 0（梯子垂直）。
- 许多学生混淆“最小角度”和“最小距离”——当梯子长度固定时，它们成反比。
- 严格的学生健全性检查：更靠近墙壁=更垂直=更大的角度。