

代数 2 · 单元 8 · 评估指南

统计推论

家长或教师指南——观察要点

8 单元开发统计推理，并且非常重视语言精度。大多数诊断错误发生在学生将相关性与因果性混为一谈，或者误解“随机”在研究中实际取得的成果时。

问题 1 — 研究类型分类

- (a) 实验——随机分配治疗。
- (b) 观察性——无随机分配；只是记录预先存在的行为。
- (c) 调查——收集自我报告的偏好。
- (d) ★ 只有实验研究（随机分配）才能确定因果关系。观察性研究可以显示相关性，但不能排除混杂因素。
- 强：提到随机分配使各组的平均水平相当，因此结果的任何差异都可归因于治疗。

问题 2 — 采样偏差

- 方法A 有偏差：走进体育馆的学生很可能是运动员，因此对运动参与度的估计会被夸大。
- 方法B（随机抽样）给出无偏估计。
- ★ 优秀：“随机抽样确保每个学生都有平等的被选中的机会，所以样本的比例代表了总体的比例（平均）。”

问题 3 — 正态分布 + 68/95/99.7 规则

- (a) 18.5 至 $21.5 = \mu \pm \sigma$ 。关于68%。
- (b) 17 至 $23 = \mu \pm 2\sigma$ 。关于95%。
- (c) 15.5 至 $24.5 = \mu \pm 3\sigma$ 。关于99.7%。
- (d) 强：“在正态分布中，大约 68% 的数据落在平均值的 1 SD 内，95% 落在 2 SD 内，99.7% 落在 3 SD 内。”
- ★ 这条规则是单元 8 中最有用的工具 - 确保学生记住它并且明白了。

问题 4 — 误差幅度

- (a) 间隔：47% 至57%。
- (b) 无法自信地宣称A 获胜— 区间包含低于50% 的值。A实际上可能会输。
- (c) 更大的样本 $\Rightarrow$ 较小的误差范围。利润率大致为 $1/\sqrt{n}$ 。
- ★ 最常见的单位 8 误解：“52% 意味着 A 获胜。” 误差幅度使得这个边界。

问题 5 — 样本变异性

- (a) 预期比例 $\approx 30\%$ ($=25$ 的 7.5) 。
- (b) 否— 样本因随机性而变化。有的有 6，有的有 9 红色。

• (c) $12/25 = 0.48$ ，比预期的 30% 高约 18 个百分点。当 $n=25$ 时，这与预期相差约 2 个标准差（粗略估计 $\sigma \approx \sqrt{p(1-p)/n} \approx 0.09$ ）。因此 0.48 明显异常，但并非不可能。

●★强：严格讨论抽样变异性。弱点：“没有，袋子是错的”，没有定量推理。

问题 6 — 通过随机化分布得出的意义

- (a) $5 / 2 = 2.5$ 标准差。
- (b) 是 -2.5 SD 位于 95% 区间 ($\mu \pm 2\sigma$) 之外。只有在无效假设下进行的大约 5% 的试验才会达到那么远的效果。
- (c) 强：“有证据表明肥料有效果。” 小心：不是“我们已经证明肥料有效”——只是在无效果假设下观察到的差异不太可能出现。
- ★这个措辞对于单元叙述很重要。

问题 7 — 偏差识别

- (a) 自愿回应偏差——只有感受强烈的读者才会回应。修复：所有订阅者的随机样本。
- (b) 品牌暗示偏差——对知名品牌的看法会影响品味判断。修复：盲味测试。
- (c) 选择偏差——体育网站访问者并不代表一般人群。修复：随机全国样本。
- ★优秀的学生指出特定类型的偏见（自愿反应、选择、反应偏见）。

问题 8 — 相关性与因果性

- 否——该研究可能是观察性的。吃巧克力的人可能在其他方面更健康（更富有、压力更小、锻炼更多）。这些都是混杂因素。
- 强：确定观察性研究无法确定因果关系；需要进行随机分配的实验研究。
- ★最重要的单元 8 课程。留意那些说“是的，因为研究表明了这一点”的学生。这是理解力的危险信号。

问题 9 — 置信区间解释

- 技术上不太正确。95% 指的是方法：如果我们多次重复采样和区间构造，所得区间的 95% 将包含真实值。真实值是固定的；间隔是随机的。
- ★这是统计学中一个微妙但重要的区别。优秀的学生明确表示“参数不是随机的；间隔是。许多成年人和统计学家在口语中也犯了错误。
- 弱：未经审查就同意。

问题 10 — 设计研究

- (a) 实验— 确定应用程序的建议导致了变化。
- (b) 随机分配到两组：一组获得应用程序推荐，另一组获得随机播放列表。
- (c) 一些可衡量的享受指标：每首歌曲的评分、总收听时间、跳过率。
- (d) 威胁：参与者可能知道自己属于哪一组（安慰剂效应）、样本量小、音乐品味差异很大，因此噪音很大、一天中的时间或情绪混乱等。
- ★优秀的学生在设计时能够意识到偏见和威胁。这是该单位的终极技能。