

代数 2 · 单元 6 · 评估指南

函数变换

家长或教师指南——观察要点

单元 6 统一了学生所学到的所有函数类型的转换知识。最难的一个想法：水平变换（涉及输入）的工作与直觉相反，因为它们在函数执行之前对输入起作用。

问题 1 — 抛物线的平移

- (a) 上4。顶点 (0, 4)。
- (b) 右3。顶点 (3, 0)。
- (c) 左2，下5。顶点 (-2, -5)。
- (d) ★ 该部分最深的探头。强：“ $f(x - 3)$ 采用输入 x ，减去 3，然后平方。因此，当 $x = 3$ 时，该函数读取 (0) — 它过去在 0 处读取的内容。图表向右移动，因为每个输入现在都触及之前位于其左侧的点。”
- 弱：“因为负号右移”——记住规则但不理解。

问题 2 — 偶数/奇数分类

- (a) $f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = x^4 - 3x^2 = f(x)$ 。甚至。
- (b) $g(-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -g(x)$ ，所以是奇函数。
- (c) $h(-x) = x^2 - x \neq h(x)$ ，且 $\neq -h(x)$ 。两者都不。
- (d) 偶数：图形关于 y 轴对称。奇数：图形关于原点 (180°) 旋转对称。两者都不是：没有特殊的对称性。
- ★ 优秀的学生会给出代数检查和几何解释。

问题 3 — 缩放探针

- (a) 2 的垂直拉伸。（身高增加了一倍。）
- (b) 按因子 $1/2$ 进行水平压缩。（图形向 y 轴挤压。）
- (c) $1/3$ 垂直压缩。
- (d) 3 水平拉伸。
- (e) ★ 诊断问题。强：“垂直缩放直接使输出倍增。水平缩放缩放作用于输入值： $f(2x)$ 在原来使用 x 的地方使用 $2x$ ，因此只需原来一半的横向距离就能达到同样高度，图像被水平压缩。倒数效应来自解方程 $2x = \text{old-}x$ ，即 $x = \text{old-}x/2$ 。”
- 弱：在没有相互洞察力的情况下陈述规则。

问题 4 — 构建转换

- (a) $g(x) = f(x + 2) + 5$.
- (b) $h(x) = -3 \cdot f(x)$.
- (c) $p(x) = f(-x)$.
- (d) $q(x) = f(2x) + 1$.
- ★ 注意 (a) 中的符号错误——写 $f(x - 2)$ 的学生想要左移，但得到了右移。

问题 5 — 使用变换绘制草图

- $g(x) = -|x - 4| + 3$.

- 以 $|x|$ 开头 (V-原点形状)。向右移动 4 (顶点位于 $(4, 0)$)。在 x 轴上反射 (现在在 $(4, 0)$ 处反转 V)。向上移动 3 (顶点位于 $(4, 3)$)。
- 最终顶点: $(4, 3)$ 。开口向下。
- ★优秀的学生以正确的顺序应用转换: 围绕输入进行缩放/反映首先, 然后垂直反射, 然后垂直平移。

问题 6 — 用变换后的抛物线描述跳水者

- $h(t) = -16(t^2 - 1.5t) + 6 = -16(t^2 - 1.5t + 0.5625) + 9 + 6 = -16(t - 0.75)^2 + 15$.
- 顶点: $(0.75, 15)$ 。发射后, 潜水员在 0.75 秒处达到最大高度 15 英尺。
- (c) t^2 变换: 在 x 轴上反射, 通过 16 垂直拉伸, 右移 0.75, 上移 15。
- ★这将单位 6 变换连接回代数 1 二次方程 - 比过程更深入问题。

问题 7 — Mai 的右/左混淆

- 错误。 $f(x + 5)$ 左移 5, 而不是右移。
- 测试: $f(x) = x^2$, $f(0) = 0$ 。在 $f(x + 5)$ 下, 输入 0 变为 $(0 + 5) = 5$, 因此 $f(0 + 5) = f(5) = 25$ — 以前位于 $x = 5$ 的值现在位于 $x = 0$ 。图形向左移动。
- ★这是最常见的单位 6 错误。水平移动的“相反”行为是核心诊断。

问题 8 — Han 过早的奇怪结论

- $f(2) = 9$ 。 $f(-2) = -8 + 1 = -7$ 。 $-f(2) = -9$ 。所以 $f(-2) \neq -f(2)$ 。两者都不。
- ★添加 1 破坏了 x^3 的奇对称性。优秀的学生会发现任何奇函数加上非零常数不是 (除非常数为零)。
- 连接到: $f(x) = x^3$ 具有关于原点的旋转对称性; 添加 1 会将对称中心转移到 $(0, 1)$, 这违反了严格的“奇”定义 (需要通过原点对称)。

问题 9 — 通过变换跟踪点

- 方法1 (插入): 需要 x , 使得 $x - 1 = 4$, 所以 $x = 5$ 。然后是 $g(5) = 2 \cdot f(4) + 5 = 2 \cdot 9 + 5 = 23$ 。
- 方法2 (跟踪转换): 从 $(4, 9)$ 开始。输入中的 $x - 1$ 表示向右移动 1: 现在位于 $(5, 9)$ 。相乘 $f \times 2$: 现在在 $(5, 18)$ 。相加 5: 现在在 $(5, 23)$ 。同样的答案 ✓。
- ★两种方法都必须产生 $(5, 23)$ 。实力强的同学反复核对。

问题 10 — 变换的普遍性

- ★打开-结束。强答案注:
 - 转换不取决于您拥有哪种特定函数 f — 规则普遍适用。
 - 研究一次, 您就可以使用相同的工具包处理二次、三次、指数、log、根式和 (单位为 7) 三角函数。
- ★最好: 将其连接到单元 7 三角变换 (这是明确的教学法) 每个单元叙述的动机)。