

代数 1 · 单元 3 · 评估指南

二变量统计

家长或教师指南——观察要点

单元 3 研究两个变量之间的关系。这里的数学（相对频率、最佳拟合线、残差、相关性）主要是机械的。深层工作在于解释——区分频率类型、关联与因果关系以及任何单一统计数据的局限性。始终注意这些区别。

问题 1 — 双向表（狗与猫；房屋与公寓）

- (a) $84/120 = 70\%$.
- (b) $84/116 \approx 72.4\%$.
- (c) ★ 诊断——这些是不同的条件频率。(a) 拥有指定房屋；(b) 给出-狗。分母是变化的。
 - (d) 是的——住宅居民更喜欢狗(70%)，其比例比公寓居民($32/80 = 40\%$) 高得多。变量是关联的。
- 注意：正确回答(a) 和(b) 但无法阐明为什么它们不同的学生——他们在不假思索地进行计算。

问题 2 — 鞋码与身高模型

- (a) 斜率：“鞋码每增加一个 1 码，预计身高就会增加 1.4 英寸。”单位很重要。
- (b) y 截距：鞋码 = 0 → 预测身高 = 50 英寸。不合理 — 没有人有鞋码 0。优秀的学生将 ★ 此作为在数据之外进行推断的例子。
- (c) $y = 1.4(11) + 50 = 65.4$ 英寸。
- (d) 鞋码 25 远远超出任何实际范围。不要相信远远超出观察数据的推断。

问题 3 — 残差

- (a) 预测： $2(3) + 5 = 11$ 。实际：13。残差 = $13 - 11 = +2$ 。
- (b) 预测： $2(7) + 5 = 19$ 。实际：17。残差 = $17 - 19 = -2$ 。
- (c) 正数：实际 > 预测（线上方的点）。负：实际 < 预测（下点）。
- (d) 大多数残差接近零 → 线性模型拟合良好；数据紧随这条线。
- 注意(b) 中的符号错误——常见写法|实际- 预测|没有迹象。

问题 4 — 高 r 并不等于良好的线性拟合

- ★ 本节的关键理解：r 概括线性关联，但曲线型关系仍可能有高|r|如果它总体上呈一种趋势。
 - 强：“绘制残差图。如果它们显示出某种模式（e.g.、U 形状），则线性模型会丢失某些内容，即使 r 很高。”
 - 弱：“两者都同样好”——这忽略了模型充分性的全部要点。

问题 5 - 将散点图与 r 值相匹配

- (a) $r \approx 0.97$. (b) $r \approx -0.95$. (c) $r \approx 0$. (d) $r \approx 0.4$. (e) $r \approx -0.3$.
 - 常见错误：忽略正负号；没有把“强”与绝对值接近 1 联系起来；把 $r = 0.4$ 看作“中等偏强”，而不是“弱到中等”。

问题 6 — 冰淇淋和溺水

- (a) 不会，冰淇淋不会导致溺水。它们通过第三个变量相关。
- (b) 炎热/夏季——炎热的天气促进了冰淇淋的销售和游泳（从而增加了溺水风险）。
- ★ 潜伏变量概念的最佳例子。

问题 7 — 因果、相关、巧合

- (a) 可能存在因果关系（更多研究→更多学习），尽管存在混杂因素（动机、能力）。
- (b) 相关，而非因果——更大的火灾会吸引更多的消防员并造成更大的损失。常见原因：火势过大。
- (c) 巧合——没有合理的机制。经典的杂散相关性。
- (d) 可能的因果关系——直接机制（能量平衡）已经确立。
- 强：确定机制（或不存在）而不是仅仅猜测。

问题 8 — Lin 的鞋号/数学声明

- (a) 问题：(1) $r = 0.4$ 较弱；并不能证明强有力的主张是合理的。(2) 相关性并不等于因果关系——可能存在一个令人困惑的变量（年龄——年龄较大的孩子有更大的脚并且知道更多的数学）。(3) 样本（“我的朋友”）可能不具有代表性。
- (b) 更好：“在我的朋友中，存在微弱的正相关性；这可能是因为年长的朋友脚更大，数学经验也更多。”
- ★ 4 明星答案既提出了强度问题，又提出了混淆问题。

问题 9 — $r = 0.99$ ，我们应该信任这个模型吗？

- (a) 不会自动 - 还必须检查模式的残差（曲线关系仍然可以在 1 附近产生 r ）。
- (b) 直接看散点图；检查残差；考虑这种关系是否具有物理意义；检查异常值。
- ★ 概念顶峰—— r 是一个总结，而不是一个结论。

问题 10 — 打开 设计

- 强烈的反应识别：现实变量、合理的迹象和强度预测、真正的混杂因素（e.g., “睡眠时间与测试分数——两者都可能受到压力的影响”），以及明确意识到即使是强烈的 r 也不能证明因果关系。
- 弱：变量模糊（“幸福感”）、没有预测、没有提及混杂因素或直接声称因果关系。
- ★ 视为该单元的建模/推理顶点。