

代数 1 · 单元 2 · 评估指南

线性方程和系统

家长或教师指南——观察要点

单元 2 构建代数 1 的核心工具：编写、操作和求解线性方程和系统。目标不仅仅是程序的流畅性——而是学生是否理解为什么每个步骤是有效的并且能够在上下文中解释解决方案。始终跟踪这种区别。

问题 1 — 派对策划者建模

- (a) 带单位的变量： p = 披萨， b = 汽水瓶。方程： $12p + 3b = 180$ 。
- (b) $12(8) + 3(28) = 96 + 84 = 180$ 。✓ 是的。
- (c) $(15, 0)$ 满足方程 ($12 \cdot 15 = 180$)，但“买 15 披萨而不买饮料”在上下文中可能是愚蠢的 ★。
数学解决方案和上下文解决方案之间的差距是诊断性的——强

学生提出。

- (d) 许多可能： $(10, 20)$ 、 $(5, 40)$ 、 $(12, 12)$ 等。注意底片或分数 — 此处都没有意义。

问题 2 — A 和 B 等价吗？

- 展开 A: $3x - 12 = 2x + 1$ ，即 $x = 13$ 。将 $x = 13$ 插入 B: $3(13) = 2(13) + 13 \rightarrow 39 = 39$ 。✓
- 两者具有相同的解 $x = 13$ ，因此它们是等价的。
- 强：显示代数变换。弱：只要插入数字就可以幸运。

问题 3 — 有效动作

- (a) 有效 — 两边减去相同的值。
- (b) 无效 — 乘以 0 会破坏信息； $0 = 0$ 适用于所有 x ，而不仅仅是解决方案。
- (c) 无效 — 除以 x 等于除以未知数；您将失去解决方案 $x = 0$ 。
- (d) 有效 — 分发就是重写，不会改变解决方案。
- ★(b) 和 (c) 是诊断 - 认为 (c) 有效的学生最终将失去以下问题的解决方案二次方程。

问题 4 — 重新排列 $F = (9/5)C + 32$

- (a) $C = (5/9)(F - 32)$ 。
- (b) $C = (5/9)(50 - 32) = (5/9)(18) = 10$ 。所以 $50^\circ\text{F} = 10^\circ\text{C}$ 。
- (c) ★重排的目的：重复计算的效率+意义的清晰。强：
“你只需做一次代数，然后就可以插入任何 F 。”

问题 5 — 求解 $5x - 3(2 - x) = 4x + 14$

- $5x - 6 + 3x = 4x + 14 \rightarrow 8x - 6 = 4x + 14 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$ 。
- 检查： $5(5) - 3(2 - 5) = 25 - 3(-3) = 25 + 9 = 34$ 。右侧： $4(5) + 14 = 34$ 。✓
- 经典错误：将 -3 分配为 $-3 \cdot 2 - 3 \cdot x$ (给出 $-6 - 3x$) 而不是 $-6 + 3x$ 。注意标志。

问题 6 — $4x + 2y = 12$

- (a) $y = -2x + 6$ 。
- (b) x 截距：设置 $y = 0$ ： $4x = 12$ 、 $x = 3 \rightarrow (3, 0)$ 。 y 截距：设置 $x = 0$ ： $2y = 12$ ， $y = 6 \rightarrow (0, 6)$ 。
- (c) 从 $(0, 6)$ 经 $(3, 0)$ 的线路；斜率是 -2。

- 注意：忘记相除 2 的两个术语（给出 $y = -2x + 12$ — 错误的截距）。

问题 7 — 通过 (2, 11) 的线，斜率 3

- 点斜率： $y - 11 = 3(x - 2)$ 。斜截距： $y = 3x + 5$ 。
- 强：显示从一个到另一个的代数步骤（然后分配相加 11）。连接两种形式——同一条线，两种描述方式。

问题 8 — 采用两种方法的系统

- 解： $x = 4$ 、 $y = 3$ 。
- 替换：来自等式1、 $y = 11 - 2x$ 。替代： $3x - 2(11 - 2x) = 6 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$ ， $y = 3$ 。
- 消元法：将方程1两边乘以2，得 $4x + 2y = 22$ 。与 $3x - 2y = 6$ 相加，得 $7x = 28 \rightarrow x = 4$ ， $y = 3$ 。
- ★两者都做并得到相同的答案可以建立对这些方法的信心。如果他们变得不同答案，这就是要找到的错误。

问题 9 — 有多少个解决方案？

- (a) 否解——相同的斜率(2) 但不同的y 截距（平行线）。
- (b) 无穷多——第二个方程只是2×第一个方程；他们是同一条线。
- (c) 一种解决方案— 不同的斜率（-3 和1），因此直线相交一次。
- ★强推理：无需求解即可将方程结构与图形意义联系起来。

问题 10 — Han 的消除

- 韩是正确的！ $x = 7$ 、 $y = 3$ 满足两个方程（ $7 + 3 = 10$ 、 $7 - 3 = 4$ ）。
- (b) 关键概念问题。强：“如果 $x + y = 10$ 和 $x - y = 4$ ，则对于相同的 (x, y) 都成立。将等量添加到等量可以保持相等。所以 $(x + y) + (x - y) = 10 + 4 \rightarrow 2x = 14$ 仍然成立。”
- 弱：“因为它有效。” 没有推理为什么。

问题 11 — 巴士与面包车租赁

- 系统： $200 + 0.5m = 50 + 0.8m \rightarrow 150 = 0.3m \rightarrow m = 500$ 里程。
- (b) 在600 里程：巴士 = $200 + 300 = \$500$ ；货车 = $50 + 480 = \$530$ 。巴士便宜 \$30。
- (c) 交点是盈亏平衡点：低于该点，统一费率较低的选项（货车）获胜；在它上面，是公共汽车。
- ★解释步骤是诊断——学生可以解决但不能解释含义还没有完全内化这个模型。

问题 12 — 使用解决方案 (4, -3) 制作系统

- 无限的可能性。最简单： $x = 4$ 、 $y = -3$ （琐碎但有效）。更有趣的是： $x + y = 1$ 和 $x - y = 7$ 。
- 第二个系统： $y = -3$ 和 $x = 4$ 。或者 $2x - y = 11$ 和 $x + 2y = -2$ 。
- 无限多的系统共享任何给定的解决方案。
- ★这个问题揭示了学生是否将系统视为“任何一对 方程 都满足相同点”——i.e., 理解含义，而不仅仅是程序。