

加速7·单位7·评估指南

指数和科学计数法

家长或教师指南——观察要点

单元7可以流畅地使用指数属性（乘法、除法、幂的幂），并扩展到零和负指数。科学记数法为学生提供了处理非常大或非常小的数字的强大工具。注意结构理解（规则为何有效），而不仅仅是死记硬背。

问题1 — 基本指数规则

- (a) 2^8 。 (b) 5^8 。 (c) 7^4 。 (d) $2^4 * 3^4$ （或1296，如果已计算）。
- 诊断：他们是否混淆了规则？常见错误： $2^5 * 2^3 = 2^{15}$ （乘以指数，而不是相加）。
- 强：写入规则（相同基数相乘时的相加指数等）。

问题2 — 为什么是 $3^5 * 3^2 = 3^7$

- $3^5 = 3*3*3*3*3$ 。 $3^2 = 3*3$ 。乘法： $(3*3*3*3*3)*(3*3) = 3*3*3*3*3*3*3 = 3^7$ 。
- 这算 $5 + 2 = 7$ 三。产品规则的概念基础。
- 强：将其写为3链；弱：只是重复规则。

问题3 — 零指数和负指数

- (a) $5^0 = 1$, $17^0 = 1$ 。
- (b) $2^{-3} = 1/8 = 0.125$ 。 $10^{-2} = 1/100 = 0.01$ 。
- (c) $(1/3)^{-2} = 9$ （平方倒数）。
- 需要注意的严重错误： $5^0 = 5$ 或 $5^0 = 0$ ； $2^{-3} = -8$ （将指数视为乘法）。

问题4 — 迭戈的错误 (2^{-3})

- 迭戈以为负号作用于结果（取相反数）。但负指数表示取倒数： $2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$ 。
- 强烈响应显示模式： $2^3=8$ 、 $2^2=4$ 、 $2^1=2$ 、 $2^0=1$ 、 $2^{-1}=1/2$ 、 $2^{-2}=1/4$ -> 每一步除以2。所以 $2^{-3} = 1/8$ 。

问题5 — 转为科学记数法

- (a) $4.3 * 10^6$ 。 (b) $6.7 * 10^{-4}$ 。 (c) $5.972 * 10^{24}$ 。
- 格式必须为系数，介于1和10之间($1 \leq |a| < 10$)。注意 $43 * 10^5$ 或 $0.43 * 10^7$ ——这两种形式都是错误的。

问题6 — 科学符合标准

- (a) 320,000。 (b) 0.000705。
- 仔细计算小数点的位置；通常会相差一（特别是对于负指数）。

问题7 — 科学记数法的计算

- (a) $6 * 10^{10}$ 。
- (b) $2 * 10^6$ 。
- (c) $2 * 10^5 + 0.3 * 10^5 = 2.3 * 10^5$ 。
- (d) $5 * 10^4$ 。

- 诊断开启(c)：添加需要10 的相同功率。许多学生尝试将 相加、系数 和 指数 分开——这是错误的。

问题 8 — 阳光传播时间

- $t = (1.5 * 10^8) / (3 * 10^5) = 0.5 * 10^3 = 500 \text{ 秒} = 8.33 \text{ 分钟} \approx 8 \text{ min } 20 \text{ s}.$
- 强：全文以科学计数法书写，最后转换为分钟。
- 薄弱回答：手算 $150,000,000 / 300,000$ ，没有抓住本单元的重点。

问题 9 — 比较

- (a) $2^{10} = 1024 > 10^2 = 100$ 。强：注释 $2^{10} \approx 10^3$ 。
- (b) $3.5 * 10^{(-7)} > 9.2 * 10^{(-8)}$ — 因为 $10^{(-7)}$ 大于 $10^{(-8)}$ 。（常见的困惑：认为 $9.2 > 3.5$ 意味着第二个更大。）
- (c) $(2^5)^3 = 2^{15} = 32768$ 。 $2^5 * 2^3 = 2^8 = 256$ 。所以 $(2^5)^3$ 要大得多。
- 对(b) 的诊断：学生是否首先查看指数，然后查看系数？

问题 10 — 为什么是 $5^0 = 1$

- 模式： $5^3 = 125$ 、 $5^2 = 25$ 、 $5^1 = 5$ 、 $5^0 = ?$ 每一步除以 5。所以 $5^0 = 5/5 = 1$ 。
- 或： $5^n / 5^n = 1$ ，但也 $= 5^{(n-n)} = 5^0$ 。所以 $5^0 = 1$ 。
- 强烈的回应给出了这些理由之一。弱：只是陈述规则。

问题 11 — 细菌倍增

- (a) 20 min 之后：2。 1 hr (60 min = 3 加倍) 后： $2^3 = 8$ 。 4 小时后 (12 加倍)： $2^{12} = 4096 \approx 4.1 * 10^3$ 。
- (b) $N(t) = 2^{(3t)}$ ，其中 t 是小时。（每小时加倍三倍。）
- (c) 24 小时后： $2^{72} \approx 4.7 * 10^{21}$ 。这比 $3 * 10^{13}$ 多得多 — 8 个数量级。
- 指数增长显著超过大量增长。代数 1 准备情况的关键见解。

问题 12 — Mai 的声明

- 验证 $a=2$ 、 $m=3$ 、 $n=-5$ ： $2^3 * 2^{(-5)} = 8 * (1/32) = 1/4 = 2^{(-2)}$ 。还有 $m+n = 3+(-5) = -2$ 。所以 $2^{(-2)} = 1/4$ 。
- 验证 $a=4$ 、 $m=-2$ 、 $n=-3$ ： $4^{(-2)} * 4^{(-3)} = (1/16)(1/64) = 1/1024 = 4^{(-5)}$ 。 $m+n = -5$ 。
- 麦是对的。指数 规则平滑地扩展到负 指数——这是一个强大的结构洞察力。