

加速7·单位4·评估指南

表达式和更多方程

家长或教师指南——观察要点

4 单元开发了中心代数运算：组合相似项、操作等价表达式，以及识别方程何时有一个解、没有解或无穷多个解。这是代数 1 的直接准备——注意结构思维（在计算之前先看到形式）。

问题 1 — 等价检查

- (a) $3(x-2) + 4 = 3x - 6 + 4 = 3x - 2$ 。所以它们是等价的。优秀的学生只要仔细扩展就会发现这一点。
- (b) 等效： $2x + 3x - 5 = 5x - 5 = 5(x - 1)$ 。
- (c) 等效： $-(x - 4) = -x + 4 = 4 - x$ 。
- 诊断：分配和组合；(a) 捕捉草率分布。

问题 2 — 因式分解

- (a) $6(2x + 3)$ 。
- (b) $-5(2x - 5)$ 或 $5(-2x + 5)$ 。标志管理事宜。
- (c) $3x(2x - 3)$ 。
- 能力强的学生分解出 a) 部分的最大公因数（e.g., 而不是 $2(6x + 9)$ ）。

问题 3 — 两边都有变量

- (a) $5x - 2x = 19 - 7 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$ 。
- (b) $3x - 3 = 2x + 5 \rightarrow x = 8$ 。
- (c) $4 - 25 = 5x + 2x \rightarrow -21 = 7x \rightarrow x = -3$ 。
- 在等号上移动项时注意符号错误。

问题 4 — 一、无、无限

- (a) 无穷多个： $4x + 8 = 4x + 8$ （两边相同）。
- (b) 无解： $3x + 5 \neq 3x - 2$ （左边的 7 总是多于右边的）。
- (c) 一种解决方案： $2x + 6 = 4x + 6 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$ 。
- 强：通过识别结构进行分类，但不一定完成求解（相同的 x 系数 $\rightarrow$ 无唯一解；不同的系数 $\rightarrow$ 唯一）。
- 弱：全部解决，并对 $0 = 0$ 或 $0 \neq 0$ 感到惊讶。

问题 5 — 设计方程

- (a) 许多： $x = 7$ 或 $2x - 3 = 11$ 。如果两边都使用变量则更强： $3x + 4 = 2x + 11$ 。
- (b) 任何形式 $ax + b = ax + c$ 和 $b \neq c$ 。E.g., $2x + 1 = 2x + 5$ 。
- (c) 任意一个恒等式。例如， $3(x + 2) = 3x + 6$ 。
- 强烈的反应使用结构洞察力：将系数与具有不同常数的 x 相匹配 $\rightarrow$ 无解；匹配一切 $\rightarrow$ 无限；不同的 x 系数 $\rightarrow$ 一种解决方案。

问题 6 — 年龄问题

- 令 $L = \text{Lin 现在的年龄}$ 。麦 $= L + 3$ 。在 7 年，麦 $= L + 10$ 。林 4 年前 $= L - 4$ 。方程： $L + 10 = 2(L - 4) \rightarrow L + 10 = 2L - 8 \rightarrow L = 18$ 。

- 所以林= 18，麦= 21。
- 设置是最困难的部分。检查他们是否正确处理“7年内” (+7) 与“4年前” (-4)。

问题 7 — 两个坦克

- $200 - 8t = 50 + 4t \rightarrow 150 = 12t \rightarrow t = 12.5$ 分钟。
- 每项金额： $200 - 8(12.5) = 100$ L。检查： $50 + 4(12.5) = 100$ 。
- 强：将两个金额写入t中的表达式。弱：通过猜测和检查进行数值计算。

问题 8 — $0=5$ 和 $0=0$ 的含义

- 两位学生都是对的。
- $0 = 5$ 表示：对 x 的每个值，原方程都不成立。无解。
- $0 = 0$ 表示：对 x 的每个值，原方程都成立。所有实数都是解。
- 最佳答案解释了变量被取消，留下的语句要么始终为假，要么始终为真。这表明了对“解决”含义的理解。

问题 9 — 结构分析

- 展开： $7(x + 3) - 5 = 7x + 21 - 5 = 7x + 16$ 。所以对于所有 x 来说 $LHS = RHS$ 。无穷多个解。
- 强：注意到双方在求解之前都简化为 $7x + 16$ 。这就是结构识别——代数 1 技能。

问题 10 — 分布错误

- Andre 是对的： $2(3x - 4) = 6x - 8$ 。
- Mai 的错误：忘记将 2 分配给 -4（仅乘以 $2 \cdot 3x$ ）。
- 整个课程中常见的错误。强烈的反应是“未能分发第二个任期”。

问题 11 — 查找 c

- 有无穷多个解： $c = 4$ （因为 $3(x+4) = 3x+12$ ）。
- 无解决方案：任何 $c \neq 4$ 。E.g., $c = 5$ 给出 $3x + 15 = 3x + 12$ ，无解。
- 一种解：此结构不可能（双方具有相同的 x 系数 $\rightarrow$ 要么无解，要么无限）。
- 强：意识到这里不可能有一个解决方案——x 的系数被迫在双方都是 3。这种认识就是代数 1 的基础。