

加速7·单位2·评估指南

比例绘图、相似性和斜率

家长或教师指南——观察要点

单位 2 是等级 7/8 比例推理的核心。重大转变：缩放从缩放副本（等级 7）扩展到正式的 位似变换（等级 8），并最终扩展为 斜率 作为相似三角形的不变量。观察学生如何灵活地在这些表示之间移动。

问题 1 — 缩放比例 和 比

- (a) 是 — 缩放比例 2.5（自 $3 \times 2.5 = 7.5$ 、 $4 \times 2.5 = 10$ 、 $5 \times 2.5 = 12.5$ 起）。
- (b) 周长比 = 2.5（线性）。面积比 = $6.25 = 2.5^2$ 平方。
- 设备的诊断问题。那些说 面积 按 2.5（而不是 6.25）进行缩放的学生仍然在维度上思考 1。

问题 2 — 从 面积 逆向工作

- 缩放比例 = 5（因为 $5^2 = 25$ ）。有的同学会说 25，漏掉了平方根。
- 强：说明由于面积 按线性缩放比例 的平方进行缩放，因此因子 = $\sqrt{25} = 5$ 。

问题 3 — 足球场比例绘图

- (a) 实际值：110 m $\times$ 70 m（ $22 \times 5 = 110$ ； $14 \times 5 = 70$ ）。
- (b) 面积：图纸上的 $22 \times 14 = 308 \text{ cm}^2$ ；实际面积 = $110 \times 70 = 7700 \text{ m}^2$ 。
- 替代方案： $308 \text{ cm}^2 \times 25 \text{ m}^2/\text{cm}^2 = 7700 \text{ m}^2$ 。面积 的转换因子是线性转换因子的平方。
- 诊断：学生是否得到 $308 \times 5 = 1540 \text{ m}^2$ （错误——使用面积 的线性因子）？

问题 4 — 位似变换 的组成

- (a) 在原点位似变换 因子 2 之后：P(0,0)、Q(4,0)、R(0,6)。
- (b) 在 P 处的第二个位似变换 因子 1.5 之后（仍然是 (0,0)）：P(0,0)、Q(6,0)、R(0,9)。
- (c) 以原点为中心的单个位似变换 因子 3（自 $2 \times 1.5 = 3$ 起）（两个中心恰好都是原点）。
- 强：注意到位似变换 的组成在同一中心乘以因子。推广到 位似变换 的代数。
- 弱：添加因子 (3.5) 或仅将每个因子应用于一个坐标。

问题 5 — 相同的角度，不同的边长

- 相似（相同角度 $\rightarrow$ 相似）。不全等（边长不同）。缩放比例 2.5。
- 区分相似性和全等性至关重要。许多学生将这些混为一谈。
- 强：标识所有对应边都将具有比率 2.5。

问题 6 — 直线上的相似三角形 $\rightarrow$ 恒定斜率

- 斜率 = $(7-1)/(3-0) = 2$ 。任意点 (x, $2x+1$) 均可作为第三点。
- 证明（相似三角形）：从每对点中引出一条垂线，与水平轴形成直角三角形。这些直角三角形都共享直线上的角加上直角，因此它们在 AA 上相似。相似三角形具有成比例的边，因此上升/延伸是恒定的。
- 强：绘制三角形。弱：只是说“因为它是一条线，所以 斜率 是常数”，而不使用相似三角形。

问题 7 — 计算斜率；意义

- (a) $(17-5)/(8-2) = 12/6 = 2$.
- (b) $(-4-4)/(5-(-3)) = -8/8 = -1$.
- (c) 斜率 = 60 (英里/小时)。单位很重要：英里/小时。
- 对(c) 的诊断：学生是否将单位附加到斜率？斜率是一个比率，仅对上下文中的单位有意义。

问题 8 — 规则形状的相似性

- Andre 是对的——所有圆都是相似的（任何两个圆都通过以相应中心为中心的位似变换相关）。
- Clare 是对的——所有正方形都相似（相同的角度、相同的边比 = 1）。并非所有矩形：1 x 2 和 1 x 3 矩形具有不同的比例。
- 优秀的学生能够推理出相似性所需的条件：等角+等比例的边。

问题 9 - 具有给定斜率的直线上的点

- 许多答案。强：使用斜率 -3 = 上升/运行；从 (1, 4) 向右移动 1，3 向下 -> (2, 1)。或使用方程 $y = -3x + 7$ 找到另一个点。
- 理由很重要：他们如何知道新点在线上？参考相似三角形或方程都有效。
- 弱：随机选择一个点并声称它在线上而不进行检查。

问题 10 — 放大照片

- (a) $k = 3$ （因为面积按 k 平方和 $9 = 3$ 平方缩放）。
- (b) 新尺寸：12 x 9。
- (c) $k = 3$ 的对角线比例（它是长度，与边一样）。所以对角线乘以 3。
- 强：区分哪些数量是线性缩放的（边、对角线、周长），哪些是 k^2 （面积）。

问题11——一个共享角+边长比

- 不一定相似——具有一对相等的角度不足以实现相似。
- 反例：钝角三角形和锐角三角形可以共享一个 30° 角，但形状却截然不同。
- 强：绘制两个具有一个匹配角度但其他角度不同的三角形。
- 这吸引了那些认为“共享角度+比 = 相似”的学生——他们需要两个匹配角度(AA) 或所有边成比例(SSS) 或SAS。