

加速7·单位1·评估指南

刚性变换和全等性

家长或教师指南——观察要点

单元 1 引入了刚性变换的形式语言，并使用它们来定义全等并证明有关平行线和三角形角度的事实。与 6/7 等级相比的关键转变是语言的精确性和合理性的转变。

问题 1 — 三角形 ABC 的三种变换

- (a) 翻译：A(6,1)、B(9,1)、C(6,4)。注意“向下”（负 y）的符号混淆。
- (b) x 轴上的反射：A(1,-2)、B(4,-2)、C(1,-5)。常见错误：改为跨 y 轴反射。
- (c) 绕原点逆时针旋转 90°：(x,y) $\rightarrow$ (-y,x)。A(-2,1)、B(-2,4)、C(-5,1)。
- 诊断：他们是否阐明了轮换的规则，还是只能通过追踪才能得到正确的答案？询问他们如何找到 (a,b) 的图像可以测试更深入的理解。

问题 2 — 刚性运动的合成

- 是— 180° 旋转后进行反射相当于单次反射（滑行反射或其他反射，具体取决于轴）。
- 强：指出刚性运动的组合本身就是刚性运动；可能会探讨具体案例。
- 较弱的回答：坚持给每一种运动指定唯一的“类别”，没有把运动看作可以复合的函数。

问题 3 — 保留的属性

- CD 还必须是 7 cm（保留距离）。在 A 和 B 处形成的任何角度等于 C 和 D 处的相应角度（保留角度）。
- 论证应引用刚性运动的定义作为保持距离和角度测量，而不仅仅是说“因为它们是全等的”。

问题 4 — 180° 平行线旋转

- 关键见解：围绕不在直线上的任意点进行 180° 旋转会将直线变为平行线。
- 强：陈述该属性，然后解释由于 m 和 n 平行且位于 P 的相对侧，因此旋转将 m 映射到穿过 P 图像的平行线— 必须与 n 重合。
- 本题是为证明内错角全等做准备。

问题 5 — 相同的边，不同的角度

- 不全等。边长相同但角度不同 $\rightarrow$ 没有刚性运动将一者映射到另一者。
- 强有力的答案提到所有边都匹配是不够的——角度也必须匹配。
- 弱：表示它们全等，因为所有边都相等（常见的菱形/正方形混淆）。

问题 6 — 相同的面积并不意味着全等

- 迭戈错了。反例：2 × 6 矩形和 3 × 4 矩形都有面积 12 但不全等。
- 最好的反例是简单且明确的。注意那些只给出具体数字而不解释为什么它反驳迭戈的学生。

问题 7 — 平行线的角度关系

- 围绕两个交点总共八个角度；给定一个 (47°)，其他角度为 47° 或 133°。

- 强：名称关系（垂直= 相同；对应= 相同；交替内部= 相同；共同内部/补充= $180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$ ）。
- 弱：只写 47° 和 133° 而不识别哪个是哪个。

问题 8 — 三角形角和证明

- 角度 $F = 70^\circ$ 。
- 证明：通过一个顶点画一条平行于另一边的线。该顶点处的三个角度形成一条直线 (180°)。通过交替内角，其中两个角等于三角形的其他两个角。所以三角形的三个角之和为 180° 。
- 这是本单元中最重要的问题之一——第一个形式几何证明。寻找：清晰的图形、命名的角度、替代内部的参考、结论。

问题 9 — 确定三角形

- (a) 3-4-5：唯一（直角三角形，SSS）。
- (b) 2、3、10：不可能（三角不等式： $2+3 < 10$ ）。
- (c) 60-60-60：无限多（相似但不唯一——可以是任何大小）。
- (d) 指定包含边的AAS：唯一三角形。
- 诊断：(c) 是一个棘手的问题——学生有时会说“独特”，因为只有一种形状。

问题 10 — 变换的逆

- 两个女孩都说对了一部分：平移被平移撤销，旋转被旋转撤销，反射被同一个反射撤销（反射是它自己的逆）。
- 林认为反射是“不同”的本能值得赞扬——反射方向相反，而平移和旋转则保留了它。
- 强烈的响应解决了方向问题：刚性运动分为直接（平移、旋转）和间接（反射）。

问题 11 — 直角三角形，边 3 和 4

- 是—与SAS（或HL）全等。两条腿之间形成直角，因此3、 90° 、4完全确定了三角形。
- 预示毕达哥拉斯：斜边必须是5，所以一旦腿固定，第三条边就确定了。
- 弱：表示只有一个条件就足够了；无法识别夹角。

问题 12 — 两个具有相同效果的序列

- 有多种方法。例如，绕原点逆时针旋转 90° ，得到 $(2,3) \rightarrow (-3,2)$ 。或者先关于 $y=x$ 反射，再关于 x 轴反射。或者先平移，再反射。
- 优秀的学生认识到两个不同的序列可以产生相同的映射——映射在几何上才是重要的。这对于 8 / 代数 1（函数）等级来说在概念上很重要。
- 弱：声称任何两个不同的序列都是不同的运动，即使它们产生相同的图像。