

加速6·单位2·评估指南

比率、比率和百分比

家长或教师指南——观察要点

单元 2 是关于乘法关系的灵活推理。观察学生是否能够在 比、比率和百分比之间流畅地转换，或者他们是否采用脆弱的“每种问题类型一种方法”的方法。

A 部分——流畅度百分比

- $20\% \times 80 = 16$. $25\% \times 64 = 16$. $150\% \times 40 = 60$. $1\% \times 350 = 3.5$.
- 注意他们是否使用程序（“移动小数”）或使用流畅的基准（“20% 是五分之一”）。
- 加速学生应该能够流畅地进行基准测试——即时的，并且有可用的推理。

问题 1 - 两个方向的配方比例

- 汉族：12 杯面粉 → 8 杯糖。
- 迭戈：10 杯糖 → 15 杯面粉。
- (c) 是诊断：两者味道应该相同，因为两者都保持3:2 比例。
- 强：明确表示“比例保留，因此味道相同”。
- 弱：“是的，因为它们都有面粉和糖”——没有把握比例。

问题 2 — 混合物比较（4:6 与 6:9）

- 两者都化为 2:3 → 颜色深浅相同。
- 强：简化比的显式比较，或注意到 $4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 36$ （跨积推理）。
- 弱：假设蓝色越多= 颜色越深，无需进行比例推理。
- 注意这样的误解：向两侧添加相同的数量会保留 比（事实并非如此，而 乘法 却可以）。

问题 3 — 等价比率表 + 单位比率

- 如果每1 小时为45 英里：行1 → (45, 1)。行 2 → (45, 1)。行 3 → (135, 3)。行 4 → (180, 4)。行 5 → (1, 1/45)。
- 两种单位费率：45 mph（英里每小时）和1/45 小时每英里。
- 强：阐明一小时的 $1/45 \approx 1.33 \text{ min/英里}$ ，并解释为什么这两种单位费率在不同情况下都很有用。
- 弱：仅查找“英里/小时”费率；不认为逆利率同样有效。

问题 4 — 比较跑步者的两种方式

- 林： $5/25 = 0.2 \text{ km/min}$ （或 5 min/km ）。
- 萨拉： $8/36 \approx 0.222 \text{ km/min}$ （或 4.5 min/km ）。
- 萨拉速度更快。
- 方法1：单位费率如上所述。
- 方法 2：缩放 — e.g. “在 5 分钟内，Lin 运行 1 km；Sara 运行 $8 \cdot 5/36 \approx 1.11 \text{ km}$ 。”或者“要运行 40 km，Lin 需要 200 min，Sara 需要 180 min。”
- 强：两种方法都以不同的缩放比例执行，而不是相同的方法执行两次。

问题 5 — 多步百分比（销售额 + 税）

- $\$80 \cdot 0.70 = \$56$ （销售价格）。 $\$56 \cdot 1.07 = \$59.92$ 。
- Mai 的索赔：是， $\$80 \cdot 0.70 \cdot 1.07 = \$59.92$ 。
- ★强：认识到连续的百分比变化是乘法组合的（单元 6 的关键思想）。
- 弱：算术正确，但说 Mai 错了，因为她“跳过了一步”——错过了乘法的含义。

问题 6 — 调查百分比 + 比率问题

- 数学：54。阅读： $20\% \cdot 120 = 24$ 。
- (c) 新读物：132 中的 $24 + 12 = 36$ 。 $36/132 \approx 27.3\%$ 。
- ★强：意识到分母已更改并正确重新计算。
- 弱：仅执行 $24/120 + 10\%$ 或一些附加猜测——不更新整体。

问题 7 — 英寸/厘米面积换算

- (a) $60.96 \text{ cm} \times 91.44 \text{ cm}$ 。
- (b) 面积 = $864 \text{ in}^2 = 864 \cdot (2.54)^2 \text{ cm}^2 \approx 5574 \text{ cm}^2$ 。
- ★关键诊断： $1 \text{ in}^2 = 6.4516 \text{ cm}^2$ ，而不是 2.54。
- 强：说明面积按线性转换因子的平方缩放。
- 优秀+：将此与单元 1 的发现联系起来，即边缘加倍使表面积变为四倍——原理相同。
- 弱：将面积乘以 2.54——正是本问题针对的误解。

问题 8 — 迭戈错误的比比较

- 迭戈错了。
- $6:9 = 2:3 \approx 0.667$ 。 $4:6 = 2:3 \approx 0.667$ 。他们是平等的。
- 强：将两者简化为 2:3，看到相等。说明使用比时，您必须比较组件的相对大小，而不是绝对大小。
- 弱：同意迭戈的观点（最常见的误解）；或简化但没有阐明为什么组件比较失败。

问题 9 — +20% 那么 -20% 不会回到原来的状态

- $\$100 \rightarrow \$120 \rightarrow \$96$ 。因此最终金额是原来的 96%（减少了 4%）。
- 一般： $(1.2)(0.8) = 0.96$ ，而不是 1。
- 强：表明 20% 的减少量是从较大的数字中扣除的，因此减少的金额超过了增加的金额。
- 优秀+：概括 $(1+p)(1-p) = 1 - p^2$ ，始终小于 1——预示单元 6（百分比变化）甚至代数 1（平方差）。
- 弱：同意 Han，或计算 96 但不能说出原因。

问题 10 — 编写您自己的组合问题

- 打开结尾。有力的例子：“汽油费为 $\$3.50/\text{加仑}$ ，我的车每加仑行驶 28 英里。一次旅行是 420 英里。如果汽油价格上涨 15%，那么这次旅行还要花多少钱？”
- 寻找：单位比率和百分比——许多学生会写出仅百分比或仅速率问题。
- 强：这两个概念真正相互作用（而不仅仅是两个独立的部分）。
- 理解薄弱：题目虽同时出现比率和百分比，但不用其中一个也能解答。