

گریڈ 7 • یونٹ 8 • تشخیصی رہنما

احتمال اور نمونہ گیری

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 8 احتمال اور سیمپلنگ وجدان بناتا ہے۔ کلاسک غلطیاں: تجرباتی اور نظریاتی امکانات کو الجھانا، چھوٹے نمونوں کو قطعی ثبوت کے طور پر پیش کرنا، اور متعصب نمونے لینے (صرف اپنے دوستوں سے پوچھنا کہ ان کی پسندیدہ فلم کیا ہے)۔ گہرے سوالات یہ ہیں: نمونہ 'کافی اچھا' کب ہوتا ہے؟ اور فرق کب 'بامعنی' ہوتا ہے؟ اس بات کو دیکھیں کہ آیا طالب علم تغیرات (MAD) سے فرق کا موازنہ کرتے ہیں۔

مسئلہ 1 — امکانی الفاظ

- (a) ناممکن۔ (b) اتنا ہی امکان نہیں جتنا کہ نہیں۔ (c) یقینی (زیادہ تر جگہوں پر)۔ (d) اتنا ہی امکان جتنا نہیں (= 26/52)
- ریاضی میں ماہر طلبہ درست الفاظ فراہم کریں۔ (b) اور (d) دونوں = 1/2.

مسئلہ 2 — اسپنر

- تقریباً 10 اوقات۔ (a) 3/8 = 37.5%. (b) 4/8 = 1/2. (c) 7/8. (d)
- مضبوط: کسر سے فیصد میں تبدیلی کے ساتھ پراعتماد۔ (d) متوقع قدر استدلال کی جانچ کرتا ہے۔

مسئلہ 3 - ماربل بیگ

- کل = 10. سرخ یا نیلا = 8/10 = 4/5 (نیلا) P(3/10 = سرخ) P(1/2 = 5/10)
- تمام جمع کریں سے 1 کیونکہ ہر قرعہ اندازی ان رنگوں میں سے ایک ہونی چاہیے (مکمل نمونہ فضا)۔
- 1 کے برابر ہونا چاہیے 'بصیرت نمونے لینے کی تکمیل کا کلیدی خیال ہے۔

مسئلہ 4 — دو سکے

- نمونہ فضا: 4. HH, HT, TH, TT نتائج۔
- کم از کم ایک بار پٹ = P(3/4) = 1/4. P(HH) = 1/4.
- ایسے طلبا پر نظر رکھیں جو صرف 3 (HH, HT, TT) نتائج کی فہرست بناتے ہیں - اس آرڈر کو بھول جاتے ہیں۔
- یا جو کہتے ہیں کو ایک نتیجہ ماننے کی غلطی۔ (HT اور TH) کم از کم ایک بار پٹ = P(1/2)

مسئلہ 5 — دو نرد

- کل: 36 نتائج (6 × 6)
- (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1): 6/36 = 1/6. (مجموعہ = 7) P(7)
- (6+6) صرف: 1/36 (مجموعہ = 12) P(12)
- نتائج: 6 → 6+6, 5+6, 6+5, 4+6, 5+5, 6+4, 4+5, 5+4, 3+6, 6+3, 2+6, 6+2, 1+6, 6+1 (مجموعہ < 9) P(9)
- مضبوط: منظم طریقے سے شمار کرتا ہے (میز یا درخت)۔ کمزور: نتائج یاد نہیں آتے یا دوہری گنتی۔ کلاسک غلطی: رقم کو یکساں طور پر سمجھنا مجموعہ = 7 — غلط)۔ P(2 = مجموعہ) = P(2 = مجموعہ) (کہتا ہے)

مسئلہ 6 — لن کا 13 20 میں بیڈز پلٹ جاتا ہے

- (a) تجرباتی۔ P = 13/20 = 0.65
- (b) نظریاتی = 0.5
- (c) ابھی تک ناانصافی کا ثبوت نہیں ہے۔ 20 فلپس ایک چھوٹا نمونہ ہے۔ 13 بیڈز حاصل کرنا معمول کے تغیر کے اندر ہے۔ مزید بہت سے فلپس کے ساتھ، تجرباتی احتمال کو 0.5 سے رجوع کرنا چاہیے۔
- یہ کلیدی خیال ہے: چھوٹے نمونے شور ہوتے ہیں۔ مضبوط: واضح طور پر نمونے کا حجم کا ذکر کرتا ہے۔
- کمزور: 'ہاں، یہ غیر منصفانہ ہے' یا 'یقینی طور پر منصفانہ' - دونوں بہت زیادہ حتمی ہیں۔

مسئلہ 7 — نمونے لینے کا تعصب

- پہلے 50 طلباء نمائندہ نہیں ہیں — وہ طلباء جو پیدل چلتے ہیں اور قریب رہتے ہیں اور پہلے پہنچ جاتے ہیں۔ طلباء جو گاڑی چلاتے ہیں یا بس بعد میں آتے ہیں۔
- بہتر طریقے: بے ترتیب نمونہ (50، e.g.) بے ترتیب طالب علم شناختی نمبرز کا انتخاب کریں، سطحی نمونہ (ہر گریڈ سے یکساں نمونہ)، یا دن کے مختلف اوقات میں نمونہ۔
- مضبوط: اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ نمونہ لینے کا طریقہ تعصب پیدا کرتا ہے (صرف 'یہ ایک چھوٹا نمونہ نہیں')۔

مسئلہ 8 — آبادی کا تخمینہ لگانا

- نمونہ: $45/60 = 75\%$
- تخمینہ: 75% طلباء کا $900 = 1200$
- مضبوط: متناسب ترازو۔ کمزور: صرف جواب کے طور پر 45 دیتا ہے (اس کو بھول کر $60 \neq 1200$)۔

مسئلہ 9 - معنی خیز فرق؟

- اوسطوں کا فرق: $84 - 78 = 6$
- MAD 4.5 کے بارے میں ہے (5 اور 4 کی اوسط)۔
- فرق (6) MAD سے بڑا ہے لیکن نہیں (جو 9 ہوگا)۔ $2 \times \text{MAD}$
- ممکنہ طور پر معنی خیز لیکن سختی سے نہیں۔
- مضبوط: واضح طور پر فرق کو تغیر سے موازنہ کرتا ہے۔ کمزور: 'ہاں، 6 بہت ہے' نہیں کے ساتھ موازنہ
- IM میں انگوٹھے کا اصول: فرق $<$ معنی خیز تجویز کرتا ہے۔ $2 \times \text{MAD}$

مسئلہ 10 - بان کی 'دھاندلی کی موت'

- پانچ 10 رولز میں۔ $10/6 \approx 1.67$ ۔ متوقع $P(5) = 1/6$
- بان کو 6 ملا — توقع سے کہیں زیادہ۔ قابل اعتراض لیکن ثبوت نہیں۔
- صرف 10 رولز کے ساتھ، یہاں تک کہ نایاب واقعات رونما ہوتے ہیں۔ اعتماد کے ساتھ ڈائی کو ختم کرنے کے لیے مزید کئی رولز کی ضرورت ہے۔
- مضبوط: 10 رولز میں پانچ کے گروہ کا احتمال بہت چھوٹا ہے، لیکن ممکن ہے۔ حیرت اور غیر یقینی دونوں کو تسلیم کرتا ہے۔ $6+$
- کمزور: 'ہاں ڈائی دھاندلی ہوئی ہے' یا 'نہیں بان بے وقوف ہے' - دونوں ہی بہت زیادہ ہیں۔