

جیومیٹری • یونٹ 5 • اسسمنٹ گائیڈ

ٹھوس ہندسہ

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 5 زیادہ تر حجم فارمولوں اور اسکیلنگ کے بارے میں ہے۔ کلیدی تصوراتی چھلانگیں: کیوبیلیری کا اصول (ترچھا ٹھوس حجم ایک بی بنیاد/اونچائی کے ساتھ دائیں سالڈز کے برابر ہوتا ہے)، اور کیوبڈ اسکیلنگ پیٹرن۔ فارمولوں بمقابلہ تصوراتی خلا کے k/k مربع ساتھ طریقہ کار کی غلطیوں پر نظر رکھیں۔

مسئلہ 1 — گردش کے ٹھوس

- (a) سلنڈر (دائیں سرکلر سلنڈر)۔
- (b) دائیں سرکلر شنک۔
- (c) کرہ۔
- یہ ایک 'مقامی تصور' چیک ہے۔ وہ طلباء جو (a) اور (c) حاصل کرتے ہیں لیکن (b) نہیں اکثر غلط محور کا تصور کرتے ہیں۔

مسئلہ 2 — کیوب کراس سیکشنز

- (a) چہرے کے متطابق مربع۔
- (b) ایک باقاعدہ مسدس۔ (کیوب کے مرکز سے ہوتے ہوئے لمبے اخترن پر کھڑے ٹکڑے کریں)۔
- (c) جی ہاں — ایک پینٹاگونل کراس سیکشن ممکن ہے (کیوب کو اس طرح کاٹیں کہ مستوی 5 کو اپنے چہروں سے کاٹ دے)۔ ریاضی میں ماہر طلبہ پینٹاگونل یا ہیکساگونل کراس سیکشن کا خاکہ بنائیں۔ یہ ایک مشکل مقامی مسئلہ ہے؛ زیادہ تر طالب علم پینٹاگونل کو 'نہیں' کہیں گے - لیکن یہ ممکن ہے (ٹکڑا ایک کونے کو تراشتا ہے)۔

مسئلہ 3 — باکس کو 3 سے سکیل کیا گیا۔

- نئی جہتیں: $12 \times 30 \times 18$ ۔
- اصل مربع: $3 = 9$ مربع۔ تناسب $SA = 248 \cdot 9 = 2232$ مربع اسکیل $SA: 2(24 + 40 + 60) = 248$ ۔
- اصل کیوبڈ: $3 = 27$ کیوبک۔ تناسب $V = 240 \cdot 27 = 6480$ کیوبک۔ اسکیل شدہ $V = 240$ ۔
- کیوں: سطحی رقبہ D 2 ہے (ہر لکیری طول و عرض 3 x ، تو رقبہ ہے $(x \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27)$ ۔ حجم $3 \cdot 3 \cdot 3 = 9$ ۔
- کمزور: صرف اصول حفظ کرتا ہے۔ مضبوط: اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے وضاحت کرتا ہے (مربع انچ بمقابلہ کیوبک انچ)۔

مسئلہ 4 — اسی طرح کی بوتلیں۔

- حجم تناسب 8 کا مطلب ہے کہ لکیری تناسب مکعب جڑ۔ $8 = 2$ ۔
- بڑی بوتل کی اونچائی $12 = 24 \text{ cm}$ ۔
- بڑا لیبل رقبہ $30 = 120 \text{ cm}$ مربع۔
- تشخیص یہ ہے کہ آیا طلباء حجم تناسب سے شروع کرتے ہیں اور کیوب روٹ کے ذریعے لکیری تناسب پر پیچھے کی طرف کام کرتے ہیں۔

مسئلہ 5 — مخروط، سلنڈر، کرہ

- (a) سلنڈر کیوبڈ۔ $V = \pi \cdot 25 \cdot 12 = 300 \pi \approx 942.5 \text{ cm}$ ۔
- (b) مخروط کیوبڈ۔ $V = (1/3) \cdot \pi \cdot 25 \cdot 12 = 100 \pi \approx 314.2 \text{ cm}$ ۔
- (c) کرہ کیوبڈ۔ $V = (4/3) \cdot \pi \cdot 125 = 500 \pi/3 \approx 523.6 \text{ cm}$ ۔
- تناسب شنک: سلنڈر $1:3$ = شنک فارمولے میں کی وجہ سے $1/3$ ۔
- 'حقیقت سے آیا ہے کہ 3 متطابق مثلثی ابرام ایک تکنیکی پرزم (یونٹ کا اخذ) بنانے کے لیے Cavalieri کیوں' سوال: یہ $1/3$ آپس میں فٹ ہوتے ہیں۔

مسئلہ 6 — ترچھا سلنڈر

- پریپینڈیکولر اونچائی (12) استعمال کریں، نہ کہ ترچھی اونچائی۔ $V = \pi \cdot 16 \cdot 12 = 192 \pi \approx 603.2$
- کیولیری کا اصول کہتا ہے کہ حجم صرف کراس سیکشن رقبہ (πr بر سطح پر مربع) اور عمود اونچائی پر منحصر ہے — ترچھے پر نہیں۔
- عام غلطی: طلباء 15 استعمال کرتے ہیں کیونکہ یہ 'سلنڈر کی اونچائی' ہے۔ تشخیص یہ ہے کہ آیا وہ ترچھی $\neq$ اونچائی کا احساس کرتے ہیں۔

مسئلہ 7 — کیولیری کا اصول

- بیان: 'اگر دو سالڈز کی اونچائی ایک جیسی ہے، اور ہر سطح پر کراس سیکشنز کی رقبہ ایک جیسی ہے، تو دو سالڈز کی حجم ایک جیسی ہے۔'
- ایپلی کیشن: ایک دائیں سلنڈر اور ایک ترچھا سلنڈر جس میں متطابق دائروی قاعدے ایک ہی کھڑے اونچائی پر ہیں ہر سطح پر ایک جیسے سرکلر کراس سیکشن ہوتے ہیں۔ تو حجم برابر ہیں۔
- کمزور: 'کیولیری نے کہا حجم برابر ہیں' - اصول کے بغیر دوبارہ بیان کرتا ہے۔
- مضبوط: 'ہر اونچائی پر ایک ہی رقبہ' کو واضح کرتا ہے۔

مسئلہ 8 — لوہے کی گیند کا ماس

- حجم = (کیوبڈ) $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 216 = 288 \pi \approx 904.8 \text{ cm}$
- ماس = $7.12 \text{ kg} \cdot 904.8 \approx 7.87 \text{ g}$
- جیومیٹری کو کثافت/طبیعیات سے جوڑتا ہے۔ ایک 'عملی' مسئلہ۔
- یونٹ کی الجھن پر نگاہ رکھیں: cm کیوبڈ $\times \text{g/cm} = \text{g}$ کیوبڈ $\times \text{g}$ کیوبڈ $\neq \text{g}$ کیوبڈ۔

مسئلہ 9 — آئس کریم کون

- نصف کرہ کیوبڈ۔ $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 = 18 \pi \approx 56.5 \text{ cm}$
- مخروط کیوبڈ۔ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 12 = 36 \pi \approx 113.1 \text{ cm}$
- مخروط نصف کرہ سے دوگنا زیادہ رکھتا ہے - کافی جگہ۔
- ماڈلنگ کی کامیابی کا معیار: واضح سیٹ اپ، دونوں جلدوں کا صحیح حساب، معقول موازنہ۔
- ریاضی میں ماہر طلبہ نے نوٹس کیا کہ r 4 اونچائی والے شنک کے لیے، شنک اسی نصف قطر کے نصف کرہ سے بالکل دوگنا رکھتا ہے۔

مسئلہ 10 — آندرے کے ٹینک کا دعویٰ

- غلط۔ تمام جہتوں کو دوگنا کرنے سے حجم $\times$ نہیں، 2 کو ضرب دیتا ہے۔ 8 = مکعب 2
- یونٹ کا بڑا خیال۔ ایک طالب علم جو اسے نہیں پکڑتا اس نے k کیوبڈ اسکیلنگ کو اندرونی نہیں بنایا ہے۔
- مضبوط: ایک ٹھوس مثال دیتا ہے (1 $\times$ 1 $\times$ 1 کیوب بمقابلہ 2 $\times$ 2 $\times$ 2 کیوب؛ 1 بمقابلہ 8 کیوبک یونٹس)۔

مسئلہ 11 — دو کونز، ایک ہی حجم

- $V_A = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot h_A$. $V_B = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot h_B$.
- برابر: $h_A = 4 \cdot h_B$ ، تو $h_B = 4 \cdot h_A$ مخروط B (چھوٹا نصف قطر) 4 گنا لمبا ہونا چاہیے۔
- انترجشتھان: شنک B تنگ ہے اس لیے معاوضہ کے لیے لمبا ہونا چاہیے۔
- ماہر طلبہ دیکھتے ہیں کہ نصف قطر آدھا کرنے پر حجم مستقل رکھنے کے لیے اونچائی 4 گنا ہونی چاہیے، کیونکہ فارمولے میں نصف قطر کا مربع آتا ہے۔