

## جیومیٹری • یونٹ 3 • اسسمنٹ گائیڈ

تشابہ

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 3 مماثلت ہے۔ سب سے بڑا نقصان مشابہ مثلثوں کے ساتھ ایسا سلوک کرنا ہے جیسے وہ متطابق ہوں — تصوراتی امتیاز کو تیز رکھنا تشخیص کا بنیادی مقصد ہے۔ دیکھیں کہ طلباء کس طرح تناسب کا استعمال کرتے ہیں اور رقبہ/لمبائی کی الجھن کو دیکھیں۔

### مسئلہ 1 — ایک نقطہ کا ہم شکل پھیلاؤ

- (a)  $(8, 12)$ ، (b)  $(2, 3)$ ، (c)  $(-4, -6)$  — اصل کے ذریعے منفی پیمانے کا عامل اصل سے ظاہر ہوتا ہے۔
- (a)، (b)، (c) میں سے کوئی بھی فاصلوں کو محفوظ نہیں رکھتا ہے (فاصلے کے پیمانے بذریعہ  $|k|$ ؛ صرف (لمبائی کو محفوظ رکھتا ہے  $k = 1$  یا  $k = -1$ ۔
- ریاضی میں ماہر طلبہ نے نوٹس کیا کہ نہیں  $k = 1/2$  اور  $k = 2$  سخت ہے (یہ 180 ڈگری کے حساب سے گردش ہے)، لیکن  $k = -1$  ہیں۔ ایک طالب علم جو کہتا ہے کہ 'کوئی نہیں' ایک باریک وجہ سے اب بھی درست ہو سکتا ہے — اسے بیان کرنے کے لیے دباؤ ڈالیں۔

### مسئلہ 2 — ایک مثلث کو پھیلاتا

- $A'(0,0)$ ،  $B'(12,0)$ ،  $C'(0,9)$ ۔ اصل محیط  $(k = 3)$ ۔ تناسب  $9+12+15=36$  تصویر محیط  $3+4+5=12$ ۔
- اصل رقبہ  $= 6$ ۔ تصویر رقبہ  $= 54$ ۔ تناسب مربع  $(k = 9)$ ۔
- 'کیوں' تشخیصی ہے: رقبہ دو جہتی ہے، لہذا ہر لکیری طول و عرض  $k$  کے لحاظ سے اسکیل کرتا ہے، رقبہ کے لیے مربع  $k \cdot k = k^2$  دیتا ہے۔
- حجم اسکیلنگ یونٹ 5 (ٹھوس جیومیٹری) میں دوبارہ ظاہر ہوگی۔

### مسئلہ 3 — مشابہ بمقابلہ متطابق

- (a) دو مربع: ہمیشہ مشابہ؛ صرف برابر اضلاع ہونے پر متطابق۔
- (b) دو متساوی الاضلاع مثلث: ہمیشہ مشابہ؛ صرف برابر اضلاع ہونے پر متطابق۔
- (c) دو مستطیل: نہ مشابہ ہونا ضروری ہے نہ متطابق؛ وہ غیر مشابہ بھی ہو سکتے ہیں، مثلاً  $1 \times 2$  اور  $1 \times 3$ ۔
- (d) برابر ضلع والے باقاعدہ مسدس: دونوں، یعنی متطابق اور ظاہر ہے مشابہ بھی۔
- (e) 30 ڈگری زاویہ کے ساتھ دو دائیں مثلث: متشابه (وہ دو زاویوں کا اشتراک کرتے ہیں: 90 اور 30، لہذا تیسرا 60 ہونا چاہیے)۔
- (c) تشخیصی ہے: طلباء اکثر سوچتے ہیں کہ 'ایک ہی شکل کا زمرہ = مماثل'، لیکن مختلف پہلو والے مستطیل تناسب مشابہ نہیں ہیں۔

### مسئلہ 4 — AA مماثلت

- مشابہ: ہاں، AA کی رو سے؛ متطابق زاویوں کے دو جوڑے ہیں۔
- متطابق: ضروری نہیں — مقابل اضلاع کسی بھی یکساں تناسب میں ہو سکتے ہیں۔
- استعمال شدہ تھیوریم: زاویہ-زاویہ مماثلت (AA)۔
- اچھی سمجھ رکھنے والے طلبہ واضح کہتے ہیں: "مشابہ، لیکن ضروری نہیں کہ متطابق ہوں — ہمارے پاس اضلاع کی معلومات نہیں ہیں۔" کمزور طلبہ ان دونوں تصورات کو ایک سمجھ لیتے ہیں۔

### مسئلہ 5 — ایک معروف تناسب استعمال کرنا

پیمانے کا عامل  $DE/AB = 9/6 = 1.5$ ۔

- $DF = 1.5 \times 10 = 15$ ۔  $EF = 1.5 \times 8 = 12$ ۔

- زاویہ ڈگری کیونکہ مشابہ مثلثوں میں متطابق متعلقہ زاویہ ہوتے ہیں۔  $D = 36$ ۔
- خط و کتابت کو غور سے دیکھیں: جو طلبا غلط پہلوؤں سے میل کھاتے ہیں (e.g.,  $DE/AC$ ) غلط جوابات حاصل کرتے ہیں — اس پر نشان لگائیں۔

### مسئلہ 6 — بالواسطہ پیمائش (فلیگ پول)

تناسب: فٹ.  $h = 6 \cdot 22/4 = 33$  تو  $h/22 = 6/4$

• 'کیوں' سوال تشخیصی ہے۔ سورج کی شعاعوں کے متوازی ہونے کا مطلب ہے کہ بلندی کا زاویہ دونوں کے لیے یکساں ہے، اس لیے دونوں مثلث میں ایک زاویہ (دائیں زاویہ، عمودی/زمین) اور دوسرا زاویہ (سورج کا زاویہ) متطابق — AA مماثلت ہے۔

• کمزور: 'وہ متناسب ہیں' بغیر کسی وجہ کے کیوں۔

### مسئلہ 7 — قائمہ زاویہ مثلث / پائنتھاگورین ثبوت میں اونچائی

• تینوں مثلث دائیں زاویہ (90 ڈگری) کا اشتراک کرتے ہیں اور ہر چھوٹی مثلث بڑے کے ساتھ ایک شدید زاویہ کا اشتراک کرتی ہے — لہذا AA کے مطابق، تینوں مشابہ ہیں۔

ACD کی طرح مثلث ABC سے:  $AB \cdot AD = AC^2$ ، تو  $AB/AC = AC/AD$

• مثلث ABC سے CBD کی طرح:  $AB \cdot BD = BC^2$ ، تو  $AB/BC = BC/BD$

• شامل کرنا: AC مربع + BC مربع = مربع  $AB$ ۔  $AB \cdot AD + AB \cdot BD = AB \cdot (AD + BD) = AB \cdot AB = AB^2$

• یہ مماثلت کے ذریعے فیثاغورث کا مسئلہ کا ثبوت ہے۔ ریاضی میں ماہر طلبہ خوبصورتی دیکھیں: ایک مربع  $b$  + مربع  $c$  = مربع  $a$  قدرتی طور پر ابھرتا ہے۔

• کمزور: وہ طلباء جو الجبرا تو کر سکتے ہیں لیکن یہ نہیں بتا سکتے کہ  $AB^2 = BC^2 + AC^2$  مربع فیثاغورث کا مسئلہ کیوں ہے۔

### مسئلہ 8 — بان کا رقبہ دعویٰ

بان غلط ہے۔ ہندسی علاقوں میں اطراف کی لمبائی کے مربعوں کا تناسب ہوتا ہے، اطراف کا تناسب نہیں۔

• مثال: 2 x 2 مربع میں رقبہ 4 ہے؛ 6 x 6 مربع میں رقبہ 36 ہے۔ سائیڈ تناسب 1:3، رقبہ تناسب 1:9۔  $9 = 3^2$

• عام الجھن (مسئلہ 2 سے منسلک)۔

### مسئلہ 9 — مائی کی مماثلت کا دعویٰ

• درست: اطراف متناسب ہیں (6:8 = 3:4 = 15:20 = 12:16)

• غلط: وہ کہتی ہے کہ زاویے مختلف ہیں — لیکن اگر اطراف متناسب ہیں، تو مثلث مشابہ ہیں (SSS مماثلت تھیورم)، اس لیے زاویے برابر ہونے چاہئیں۔

• اصل تعلق: یہ مثلث SSS کے ذریعے پیمانے کا عامل 3:2 (یا 2:3) کے ساتھ مشابہ ہیں۔

• یہ اس بات کا تشخیصی سوال ہے کہ آیا طلباء SSS مماثلت کے ساتھ ساتھ زیادہ مشہور AA مماثلت کو بھی سمجھتے ہیں۔

### مسئلہ 10 — تصویر کو بڑا کرنا

• نئی جہتیں: 4 انچ۔  $15 = 2.5 \cdot 6$  انچ از 6 = 2.5

• سیابی: رقبہ پیمانے مربع انچ۔  $75 = 6.25 \cdot 12$  = مربع 2.5

حجم: ترازو از 15.625 = مکعب 2.5

$k$ ، مربع  $k$ ، کیوبڈ پیٹرن کو تینوں جہتوں میں ٹیسٹ کرتا ہے۔ یونٹ 5 کے لیے اہم سیٹ اپ۔

### مسئلہ 11 — وسط طبقہ نظریہ

D اور E کو مثلث ABC کے اطراف AB اور AC کے درمیانی نقطہ ہونے دیں۔ پھر مثلث ADE مثلث ABC بذریعہ SAS مماثلت (پیمانے کا عامل مشترک ہے۔ A اور زاویہ  $\angle A$ ،  $AD/AB = 1/2$ ،  $AE/AC = 1/2$  (کے ساتھ  $1/2$

• تو، کے زاویوں سے مماثل ہیں، اس لیے متعلقہ زاویوں سے C اور B کے زاویے E اور D  $DE = (1/2)BC$  دے کر،  $DE/BC = 1/2$  کے۔ BC متوازی DE

• ریاضی میں ماہر طلبہ اسے 'عروق A سے کے ذریعے مثلث سکڑیں' کے طور پر پہچانتا ہے۔ کمزور طلباء تطابق کو استعمال  $1/2$  کرنے کی کوشش کرتے ہیں اور پھنس جاتے ہیں۔