

الجبرا 2 • یونٹ 7 • اسسمنٹ گائیڈ

مثلثی تفاعلات

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 7 صرف تناسب نہیں بلکہ مثلثی فنکشنز کے بارے میں ہے۔ سب سے زیادہ تشخیصی لمحات یہ ہیں کہ آیا طالب علم سائن/کوزائن کو پوائنٹ-آن-دی-یونٹ-سرکل کے عمل کے نتائج کے طور پر دیکھتے ہیں — نہ کہ یادگار جادو کے طور پر۔ ریڈین/ڈگری کنفیوژن پر نظر رکھیں؛ یہ واحد سب سے عام غلطی ہے۔

مسئلہ 1 — اکائی دائرے کی درست قدریں۔

- (a) $\cos(0) = 1$, $\sin(0) = 0$.
- (b) $\cos(\pi/2) = 0$, $\sin(\pi/2) = 1$.
- (c) $\cos(\pi) = -1$, $\sin(\pi) = 0$.
- (d) $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$.
- (e) $\cos(\pi/3) = 1/2$, $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$.
- (f) $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, $\sin(\pi/6) = 1/2$.

یونٹ 7 روانی ٹیسٹ۔ ایک طالب علم جس کے پاس اکائی دائرہ حوالہ کارڈ ہے اور اسے ہر قیمت کے لیے استعمال کرتا ہے۔
پورے نمبر حاصل کرتا ہے۔ ایک طالب علم جو خصوصی دائیں مثلث (سے یہ اخذ کر سکتا ہے وہ گہری 30-60-90 اور 45-45-90) ساختی سمجھ کو ظاہر کرتا ہے۔

مسئلہ 2 — پائتھاگورین شناخت کی درخواست

• گناہ $\cos(\theta) = \pm 4/5$ ، تو $\cos^2(\theta) = 16/25$ ، تو $\cos(\theta) = 9/25$

$\cos(\theta) < 0$ ، تو $\cos(\theta) = -4/5$.

⇒ کوآڈرینٹ II

• $\tan(\theta) = (3/5) / (-4/5) = -3/4$.

• ★ تشخیصی: کیا وہ کوآڈرینٹ کی بنیاد پر کے لیے صحیح نشان چنتے ہیں؟ ایک طالب علم جو لیتا ہے۔ $\cos(\theta)$ صرف اصل جڑ بھول جاتی ہے کہ $\cos$ منفی ہو سکتا ہے۔

مسئلہ 3 — پہلے چکر سے آگے

• (کوزائن یکساں ہے)۔ a) $\cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$

• (b) $\sin(7\pi/6) = -\sin(\pi/6) = -1/2$ (کوزائن III، ریف اینگل، $\pi/6$)

• (c) $\cos(5\pi/4) = -\cos(\pi/4) = -\sqrt{2}/2$ (ملتا ہے)۔ $\pi/4$ منفی کرنے سے $5\pi/4 = 2\pi + \pi/4$ ؛ نہیں—رکیں، $13\pi/4$ اب بھی $2 < 13\pi/4$

• (d) مضبوط: "پورا دائرہ موڑنے کے بعد (2π) ، آپ اکائی دائرہ پر ایک ہی نقطہ پر واپس آ گئے ہیں، لہذا $\sin$ اور $\cos$ دوبارہ کریں۔"

• ★ یونٹ 6 — کنکشن پوائنٹ سے ہم آہنگی کی خصوصیات (جفت/طاق) لے جاتی ہیں۔

مسئلہ 4 — معیاری $\sin/\cos$ گرافس

• دونوں میں طول و عرض 1، دورانیہ 2π ، درمیانی لائن ہے۔ $y = 0$

• کے ذریعے بائیں طرف منتقل کیا گیا سائن ہے۔ $\pi/2$ ۔ کوزائن کو $\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$

• ★ ریاضی میں ماہر طلبہ 0، 2π ، $3\pi/2$ ، π ، $\pi/2$ پر کلیدی پوائنٹس ڈرا کریں۔ کمزور طلباء عام 'لہراتی لکیروں' کا خاکہ بناتے ہیں

مسئلہ 5 — ٹرگر ٹرانسفارمیشنز

• طول و عرض: 3.

• مدت: 2π .

• مڈ لائن: $y = 1$.

• فیز شفٹ: $\pi/4$ دائیں طرف۔

• زیادہ سے زیادہ: $-2 = 1 - 3$: کم از کم $4 = 1 + 3$

- ★ مدت کی خرابی پر نظر رکھیں: $\pi/2$ کو فریکوئنسی (b) سے تقسیم کرنے سے مدت ملتی ہے، ضرب نہیں۔ زیادہ تر عام غلطی: "مدت = $2\pi = 4\pi \cdot 2$ "

مسئلہ 6 — فیرس ویبل ماڈل

• اونچائی کا فنکشن (نیچے سے شروع ہوتا ہے): $h(t) = 25 - 20 \cdot \cos(2\pi \cdot t/30) = 25 - 20 \cdot \cos(\pi t/15)$ ۔

طول و عرض: 20۔ مڈ لائن: .. مدت: $y = 2530$

• مائنس $\cos$ کیوں؟ ✓ کی ضرورت ہے۔ $h(0) = 25 - 20 = 5$ لہذا ہمیں $(h = 5)$ پر، سوار نیچے ہے $t=0$

• فٹ۔ $h(10) = 25 - 20 \cdot \cos(2\pi/3) = 25 - 20 \cdot (-1/2) = 25 + 10 = 35$

- ★ سب سے مشکل حصہ: الفاظ سے ماڈل بنانا۔ زیادہ تر طالب علموں کو طول و عرض اور درمیانی لائن ملتی ہے؛ چند $\cos$ کی نفی کرتے ہوئے 'نیچے سے شروع ہوتا ہے' رکاوٹ کو صحیح طریقے سے ہینڈل کریں۔

مسئلہ 7 — ٹینجٹ اسیمپٹوٹس

• جہاں $x = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots, -\pi/2, \dots$ $\tan(x)$ ہو وہاں $\cos(x) = 0$

• وہاں عمودی علامتیں کیونکہ صفر سے تقسیم کرنا $\rightarrow$ بے حد۔

• پر فلپ سائن کرتے ہیں، لہذا ان کا تناسب ایک ہی قدر پر واپس آجاتا ہے π دونوں $\cos$ اور $\sin$ (نہیں)۔ $\tan = \pi/2$ کی مدت کا نصف دورانیہ ہے۔ $\tan$ —

- ★ π کیوں نہیں $\pi/2$ سوال ان طلباء سے الگ کرتا ہے جو $\sin/\cos$ کو تناسب کے طور پر سمجھتے ہیں حفظ کرنا

مسئلہ 8 — ریڈینز بمقابلہ ڈگری

• ڈیگروں '30' کو ریڈینز موڈ پر سیٹ کیلکولیٹر میں ڈالا۔ کیونکہ 30 ریڈینز = بہت ساری مکمل $\sin(30 \text{ rad}) \approx -0.988$ گردشیں + تھوڑا سا۔

• درست: یا تو ٹائپ کریں۔ $\sin(30^\circ)$ ٹائپ کریں، یا کیلکولیٹر کو درجے موڈ میں سوئچ کریں اور $\sin(\pi/6)$

- ★ سب سے عام یونٹ 7 غلطی۔ ایک تشخیصی لمحہ کہ آیا طلباء اسے سمجھتے ہیں۔ ریڈین اور ڈگری ایک ہی زاویہ کے لیے دو مختلف اکائیاں ہیں۔

مسئلہ 9 — لن کی غلط شناخت

• $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$ ۔ $2 \cdot \sin(\pi/6) = 2 \cdot (1/2) = 1$ ۔

لہذا فارمولا غلط ہے۔ $0.866 \neq 1$

• درست: ڈبل اینگل فارمولہ — عام طور پر بعد میں متعارف نہیں کرایا جاتا، لیکن غلطی کی جانچ $\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ پڑتال کی جاتی ہے۔

- ★ عام سبق: سائن لکیری نہیں ہے، لہذا۔ ریاضی میں ماہر طلبہ اس محرک کو واضح کریں۔ $\sin(2x) \neq 2 \cdot \sin(x)$ افعال انتہائی غیر لکیری ہیں۔

مسئلہ 10 — فطرت میں ٹرگ

- ★ کھولیں ختم ہوا۔ مضبوط جوابات متواتر مظاہر کو متحرک کرنے سے جوڑتے ہیں:

• صوتی لہریں: دباؤ سائنوسائڈ طور پر دوہرتا ہے۔

• جواں: زمین/چاند کی گردش (سرکلر موشن $\rightarrow$ سائنوسائڈل پروجیکشن) سے چلتی ہے۔

• AC کرنٹ: وقت کے $\sin$ فنکشن کے طور پر وولٹیج۔

• سیاروں کی حرکت: سائنوسائڈل محدودات کے دائرے کے منصوبے پر پوزیشن۔

- ★ یکجا کرنے والی خاصیت: کوئی بھی چیز جو مستقل شرح پر دہراتی ہے سائن/کوزائن کے ساتھ ماڈل کی جا سکتی ہے، کیونکہ بالکل وہی ہے جو اکائی دائرہ کا پتہ لگاتا ہے۔