

## الجبرا 2 • یونٹ 2 • اسسمنٹ گائیڈ

کثیر حدی تفاعلات

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 2 تجزیہ شدہ صورت کی ساخت کے ارد گرد کثیر رقمی سوچ بناتا ہے۔ زیادہ تر تشخیصی غلطیاں ضرب میں چھپ جاتی ہیں،  $x$  قطعات بمقابلہ  $y$  قطع کے ساتھ صفر کو الجھانے میں، اور مربع کو کالعدم کرتے وقت  $\pm$  کا ٹریک کھونے میں۔

مسئلہ 1 — کثیر رقمیاں کی شناخت کرنا

- (a) کثیر رقمی، ڈگری 4، معروف عددی سر 3۔
- (b) کثیر رقمی نہیں — ہے، ایک غیر عددی قوت نما ہے۔  $\sqrt{x} x^{(1/2)}$
- (c) کثیر رقمی، ڈگری 3، معروف عددی سر 1۔
- (d) کثیر رقمی نہیں —  $x^{-2}$  میں منفی قوت نما ہے۔
- اس کے لیے دیکھیں: وہ طلباء جو کہتے ہیں کہ (c) کثیر رقمی نہیں ہے کیونکہ "یہ تجزیہ شدہ صورت میں ہے۔" فارم شناخت کو تبدیل نہیں کرتا۔ یہ صرف مختلف نظر آتا ہے۔

مسئلہ 2 — تجزیہ شدہ صورت  $\leftrightarrow$  گراف

- (زیرو: تکرار 1)،  $x = 4$ ، (تکرار 2)،  $x = 1$ ، (تکرار 1)  $x = -3$
- ڈگری 4، آگے بڑھنے پر عددی سر 1 کو بڑھایا جاتا ہے۔
- اختتامی سلوک: دونوں سرے UP (ڈگری 4، مثبت معروف کوف)۔
- گراف: پر چھوٹا اور اچھالتا ہے۔  $x = 1$ ، محور کو عبور کرتا ہے  $x$  اور 4 پر -3
- $y$  قطع:  $p(0) = (3)(-1)^2(-4) = -12$
- سب سے زیادہ تشخیصی: کیا وہ پر باؤنس دکھاتے ہیں؟ اگر وہ سیدھا کراسنگ کھینچتے ہیں، تو وہ ابھی تک نہیں کرتے  $x = 1$  ★
- شکل پر ضرب لگائیں۔

مسئلہ 3 - کثیر رویہ

- تکرار 1: عبوری طور پر کراس کرتا ہے (لائن کی طرح)۔
- تکرار 2: چھوٹے اور اچھالتے ہیں (پیرابولا کی طرح، کبھی پار نہیں ہوتا)۔
- تکرار 3: کراس کرتا ہے لیکن ایک انفلیکشن پوائنٹ کے ساتھ (S-کریو نما، صفر کے قریب چاپلوسی)۔
- مضبوط: ذکر کرتا ہے کہ (ہمیشہ  $0 \leq$  ہوتا ہے، لہذا کثیر رقمی کا نشان آپ کے عبور کرتے وقت تبدیل نہیں ہوتا ہے۔  $x-a)^2$  ★
- اس لیے چھوٹے، کراس نہیں۔  $x = a$
- کمزور: بغیر استدلال کے حفظ شدہ اصول۔

مسئلہ 4 — کے لیے دو طریقے  $2x^3 - 8x = 0$

- فیکٹرائز: 2 دے رہا ہے۔  $x(x^2 - 4) = 2x(x-2)(x+2) = 0$ ،  $x = 0$ ،  $x = 2$ ،  $x = -2$
- گراف: قطعات تلاش کریں — وہی تین اقدار۔  $x$  کا  $y = 2x^3 - 8x$
- زیادہ تر طالب علموں کو یہاں تیزی سے فیکٹورنگ ملے گی کیونکہ یہ صاف ستھرا کیوبک ہے۔ گرافنگ سست ہے لیکن جب فیکٹورنگ مشکل ہو تو کام کرتا ہے۔
- ایک مضبوط طالب علم نوٹ کرتا ہے: "گرافنگ جیت جاتی ہے جب کثیر رقمی اچھی طرح سے عنصر نہیں کرتا یا جب میں چاہتا ہوں کہ ★
- فوری بصری صحت کی جانچ۔"

مسئلہ 5 — کثیر رقمی تقسیم + باقی تھیوریم

- (a) حصہ:  $x^2 - 5x + 6$  باقی: 0
- (b) باقی 0  $\Rightarrow$
- (c)  $p(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ۔ 3، 2، 1، 0۔ (زیرو: 1، 2، 3)

- ان کے لیے دیکھیں: وہ طلبا جو حصص کے طور پر عوامل کرتا ہے۔  $(x - 2)(x - 3)$  کو غلط طور پر فیکٹر کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ یہ  $x^2 - 5x + 6$  تشخیصی: کیا وہ دیکھتے ہیں کہ  $p(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$  سے تقسیم کیا جانا چاہئے کیونکہ  $(x - 1)$  کو  $p(x)$ ۔
- ★ یہ باقی ماندہ تھیوریم عمل میں ہے۔

#### مسئلہ 6 — باقی تھیوریم کا بیان

- مضبوط: "اگر یہ فیکٹرائز تھیوریم ہے۔" کا ایک عنصر ہے۔  $p(x)$   $(x - 2)$  تو،  $p(2) = 0$ ۔
- اس سے بھی بہتر: باقی تھیوریم سے جڑتا ہے: سے تقسیم کرنے سے بقیہ برابر ملتا ہے۔  $(x - 2)$  کو  $p(x)$ ۔
- کمزور: "ایک صفر ہے" — سچ ہے لیکن عوامل کی زبان استعمال نہیں کرتا ہے۔  $x = 2$ ۔

#### مسئلہ 7 — صفر + پوائنٹ سے کثیر رقمی بنائیں

- تجزیہ شدہ صورت:  $p(x) = a(x + 2)(x - 3)^2$ ۔
- استعمال کریں:  $a = 2$ ، تو  $a(2)(-3)^2 = 18$ ،  $36 = a(2)(-3)^2$ ۔
- فائل:  $p(x) = 2(x + 2)(x - 3)^2$ ۔
- 'a' کے لیے سلاٹ تشخیصی ہے۔ بہت سے طلباء فیکٹرز کو صحیح لکھتے ہیں لیکن بھول جاتے ہیں کہ  $a$  پوائنٹ  $(36, 0)$  سے مماثل ہونے کے لیے مسلسل کھینچنا ضروری ہے۔
- ★

#### مسئلہ 8 — مائی کی گمشدہ جڑ

- $x = \pm 3$ ۔ مائی غلط ہے - اس نے منفی جڑ کھو دی۔  $x^2 = 9$ ۔
- دو حل  $\Rightarrow$  سال کی سب سے عام الجبرا 2 غلطی، اور یونٹ 4 (مربع جڑیں) کے لیے ایک سیٹ اپ تک  $(x^2 = k)$ ۔
- مضبوط: "دونوں اطراف کا جذر مربع لینے سے  $\pm$  ملتا ہے، کیونکہ  $3^2$  اور  $(-3)^2$  برابر 9۔"
- کمزور: "اسے لکھنا چاہیے تھا  $+/-$ " بغیر کہے کیوں۔

#### مسئلہ 9 — مختلف عوامل، مختلف کثیر رقمیاں

- (اور 2 پر صفر۔ 1۔  $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$ ۔
- (پر صفر۔ 2۔ اور 1۔  $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$ ۔
- ڈیاگو غلط ہے — عوامل میں مختلف علامات مختلف صفر کے ساتھ مختلف کثیر رقمیاں دیتے ہیں۔
- تصوراتی نقطہ: قوسین کے اندر موجود نشانات اہم ہیں۔ فیکٹر (پر صفر دیتا ہے۔  $x - a$ )  $x + a$  نہیں  $a -$ ۔
- ★

#### مسئلہ 10 - رویے کی عکاسی ختم کریں۔

- کھولیں ختم ہوا؛ کلیدی خیال تلاش کریں: کے لیے  $|x|$  بہت بڑی، معروف اصطلاح غالب آتا ہے کیونکہ زیادہ ہے۔
- طاقتیں کم طاقتوں کے مقابلے میں بہت تیزی سے بڑھتی ہیں۔
- بہترین: عددی مثال دیتا ہے —  $10^6 - 10^8 = p(100)$  مگر  $p(10) = 10000 - 10000 = 0$  کے لیے  $p(x) = x^4 - 100x^2$  کا اثر نہایت کم ہے۔  $100x^2$  — یہاں  $10^8$ ۔
- کمزور: ایک اصول بیان کرتا ہے بغیر اس کی وجہ بتائے۔