

الجبرا 1 • یونٹ 6 • اسسمنٹ گائیڈ

قوت نمائی تفاعلات کا تعارف

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 6 بنیادی طور پر ایک نئی قسم کا فنکشن متعارف کراتا ہے — ایک ایسا جس کے مستقل تناسب آؤٹ پٹ کا (مسلسل فرق نہیں) اس کے رویے کو کنٹرول کرتا ہے۔ دیکھیں کہ کیا طلباء اس امتیاز کو سمجھتے ہیں، ترقی کے عوامل بمقابلہ شرح نمو کی تشریح کر سکتے ہیں، اور 'لائٹرائزنگ' کفایتی سوچ (خاص طور پر مرکب سود کے ارد گرد) کے خلاف مزاحمت کر سکتے ہیں۔

مسئلہ 1 — P لکیری بمقابلہ Q ایکسپونینشل

• (P) a ہر قدم میں 3 شامل کرتا ہے۔ Q کو 2 سے ضرب دیتا ہے۔

• (b) $P(x) = 10 + 3x$. $Q(x) = 10 \cdot 2^x$.

• (c) بالکل مختلف۔ $P(10) = 40$. $Q(10) = 10 \cdot 1024 = 10,240$.

• (d) ★ یونٹ کی مرکزی بصیرت: Q کا تبدیلی کی شرح خود بڑھ رہا ہے (یہ ایک مستقل ہے) مسلسل بڑھتی ہوئی بنیاد پر ملٹیپلینٹ۔ P کا تبدیلی کی شرح طے شدہ ہے۔ آخر کار، ضربی نمو ہمیشہ اضافی نمو کو پیچھے چھوڑ دیتی ہے۔

• دیکھیں: وہ طلباء جو کہتے ہیں کہ "شروع سے زیادہ تیز ہے Q" تصوراتی نقطہ سے محروم رہتے ہیں۔

مسئلہ 2 - بیکٹیریا کا دگنا ہونا

• (a) $B(t) = 50 \cdot 2^t$.

• (b) $B(5) = 50 \cdot 32 = 1600$.

• (تو تقریباً 8 گھنٹے۔ $2^7 = 128$, $2^8 = 256$ حل کریں۔ $50 \cdot 2^t > 10,000 \rightarrow 2^t > 200$)

• (d) اصلی بیکٹیریا خوراک، جگہ، آکسیجن ختم ہو جاتے ہیں۔ واضح ماڈل بغیر کسی پابندی کے بڑھتے ہیں - ایک اہم انتباہ ★۔ ماڈلنگ خواندگی۔

مسئلہ 3 - منشیات کا خاتمہ

• (a) $D(t) = 80 \cdot (0.8)^t$.

• (b) زوال کا عنصر = 0.8. زوال کی شرح = ریاضی میں ماہر طلبہ واضح: شرح فیصد تبدیلی ہے؛ فیکٹر وہ (i.e., 0.20) 20% ہے جس کے ذریعے آپ ضرب دیں۔

• (c) $D(4) = 80 \cdot (0.8)^4 = 80 \cdot 0.4096 \approx 32.8$ mg. $D(10) = 80 \cdot 0.1074 \approx 8.6$ mg.

• (d) ریاضی کے لحاظ سے، تک پہنچتا ہے لیکن کبھی 0 تک نہیں پہنچتا (0 پر علامت). حقیقی زندگی میں، آخر کار اتنا 0 $D(t)$ کمزور کر دیں کہ یہ مؤثر طریقے سے صفر ہے، لیکن ایکسپونینشل ماڈل کبھی بھی بالکل 0 کو نہیں مارتا۔

مسئلہ 4 — $f(x) = 3 \cdot 2^x - 4$

• (قطع ہے۔ y عددی سر (3) اس فارم کے فنکشنز کے لیے۔ $y\text{-int} = f(0) = 3 \cdot 2^0 = 3$.)

• (b) $f(1) = 6$, $f(2) = 12$, $f(3) = 24$.

• (منفی قوت نما کا مطلب ہے "تقسیم کریں از بنیاد" بار بار۔ $f(-1) = 3 \cdot 1/2 = 1.5$. $f(-2) = 3 \cdot 1/4 = 0.75$.)

• (d) گراف: آسانی سے مڑے ہوئے اوپر؛ (3, 0)، (6, 1)، (12, 2)، وغیرہ سے گزرتا ہے۔ x کم ہوتے ہی 0 تک پہنچ جاتا ہے۔

• ★ منفی قوت نما ایک یونٹ 6 سنگ میل ہے — لکھنے والے طلباء کے لیے دیکھیں۔ $f(-1) = -6$

مسئلہ 5 — مساواتیں کو تفصیل سے ملا دیں۔

• (a) ایکسپونینشل ڈیکی اے (بیس کم ہو رہا ہے۔ $y\text{-int } 10$ ، $1/2 < 1$)

• (b) ایکسپونینشل گروتھ (بیس اضافہ۔ $y\text{-int } 5$ ، $3 > 1$)

• (c) قوت نمائی کمی (بیس سست کمی۔ $y\text{-int } 200$ ، $0.95 < 1$)

• (d) مستقل تفاعل = 1 (اساس 1)۔

مسئلہ 6 — پر مرکب سود 6%

• (a) سال 1: \$1060 سال 3: $1000(1.06)^3 \approx \$1191.02$

• (b) $A(t) = 1000(1.06)^t$

• (c) اصل: اتنی دلچسپی = \$790.85 — نہیں \$600، $1000(1.06)^{10} \approx \$1790.85$

• (d) ★

مرکب سازی کی تشخیص۔ ہاں نے ہر سال اصل میں شامل کیا (سادہ دلچسپی)۔ 6% بڑھتے ہوئے بیلنس پر مرکب سود 'چارج کرتا ہے۔ ہاں کا تصور یاد نہیں آتا: 'سود پر سود۔ 6%

مسئلہ 7 — یکے بعد دیگرے چھوٹ

• (a) کل رعایت = . کل رعایت $0.72 = 0.8 \times 0.9$: اسے بند کر دیں 10% آف کے بعد: اصل کا 0.8۔ پھر 20% نہیں ہے۔ 30% نہیں۔ 28%، 30%

• (b) حتمی قیمت = \$72۔

• ★

ضرب بمقابلہ اضافی تفریق — مرکب سازی جیسا سبق، مختلف ترتیب۔

مسئلہ 8 — مستقل-تناسب جاسوس

• (a) $18/12 = 1.5$ ، $27/18 = 1.5$ ، $40.5/27 = 1.5$ ۔

• (b) مسلسل تناسب → قوت نمائی تفاعل گروٹھ فیکٹر 1.5 کے ساتھ۔

• (c) $y(1) = 12$ ✓ (جانچ: $y = 8 \cdot (1.5)^x$)

• ★

ساخت کی تشخیصی جانچ: ایک ہی نسبت = اسی تعلق۔ (موازنہ کریں: ایک ہی فرق = خطی تعلق)۔

مسئلہ 9 — قوت نما اصول کی غلطیاں

• (a) پریا غلط ہے۔ نہیں 15، $5^3 = 125$: نہیں۔ کاؤنٹر x اوقات، $(x \cdot 5)$ کا مطلب ہے $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5$

• (b) مائی غلط ہے۔ ایک ہی بنیاد: جمع کریں قوت نما۔ نہیں 2^{12} ، $2^7 = 128$ ، $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

• (c) ڈیاگو غلط ہے۔ طاقت کی طاقت: ضرب دیں قوت نما۔ $(3^2)^4 = 3^8$

• ★

تین کلاسک قوت نما اصول کی غلطیاں۔ ہر ایک غلط استعمال ہے۔ صحیح اصول کو واضح طور پر بیان کرنا ہے۔ مقصد

مسئلہ 10 — \$1000/ماہ بمقابلہ ایک سینٹ کا سک دوگنا

• (a) منظر 30: A: دنوں میں \$30,000۔ منظر نامہ B: کل = سینٹ = \$10,737,418 — بے حد بڑا۔ دوگنا آسانی سے $2^{30} - 1$ جیت جاتا ہے۔

• (b) مضبوط: "ایکسپونینشل نمو سست شروع ہوتی ہے لیکن ڈرامائی طور پر تیز ہوتی ہے؛ یہاں تک کہ چھوٹی مقداریں بھی بڑی تعداد میں مل جاتی ہیں۔" کمزور: صرف A چنتا ہے کیونکہ "ماہ زیادہ لگتا ہے۔ \$1000"

• ★

سب سے یادگار ایکسپونینشل گروٹھ سبق؛ 'آہا' کے لیے چیک کریں۔

— اختتام —