

الجبرا 1 • یونٹ 5 • اسسمنٹ گائیڈ

تفاعلات

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 5 الجبرا 1 کا تصوراتی دل ہے۔ طالب علم تاثرات میں ہیرا پھیری سے فنکشنز کو اشیاء کے طور پر سوچنے کی طرف منتقل ہوتے ہیں: اشارے، گرافس، ڈومینز، اور الٹا۔ کیا سمجھتے ہیں کے درمیان فرق دیکھیں۔ f کے ساتھ الجبرا کرنے والے طلباء اور $f(x)$

مسئلہ 1 — فعل ہے یا نہیں؟

- (a) فنکشن - لکیری؛ ہر ایک x ایک y کا نقشہ بناتا ہے۔
- (b) کوئی فنکشن نہیں —؛ دو آؤٹ پٹ $y = \pm\sqrt{x}$ کا مطلب ہے $x = y^2$
- (c) فنکشن — عمودی لائن ٹیسٹ پاس کرتا ہے۔
- (d) فنکشن — ایک ہی ان پٹ وہی آؤٹ پٹ دیتا ہے، جس کی اجازت ہے۔
- (e) کوئی فنکشن نہیں — ایک ہی ان پٹ (2) دو مختلف آؤٹ پٹ (5 اور 7) دیتا ہے۔
- (d) بمقابلہ (e) تشخیصی ہے — اصول ہے "ایک آؤٹ پٹ فی ان پٹ"، "نہیں" مختلف آؤٹ پٹ فی ان پٹ۔

★

مسئلہ 2 — کا اندازہ کریں $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

- (a) $f(0) = 1$. (b) $f(-2) = 8 + 6 + 1 = 15$.
- (c) $f(a+1) = 2(a+1)^2 - 3(a+1) + 1 = 2(a^2 + 2a + 1) - 3a - 3 + 1 = 2a^2 + 4a + 2 - 3a - 2 = 2a^2 + a$.
- (d) $f(x) = 1 \rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(2x - 3) = 0 \rightarrow x = 0$ یا $x = 3/2$.
- عام غلطیاں: (c) دو نامی کو مکمل طور پر مربع کرنا بھول جانا؛ (d) سے تقسیم کرنا اور حل کو کھونا $x = 0$.

مسئلہ 3 — کافی کولنگ گراف

- (a) ابتدائی درجہ حرارت — $g(0) = 90^\circ\text{C}$
- (b) گھٹنا — کافی ٹھنڈا ہو جاتی ہے۔
- (c) کافی کمرے کے درجہ حرارت 22°C کے قریب پہنچتی ہے۔
- (d) لکیری نہیں — ٹھنڈک کی شرح شروع میں تیز ہوتی ہے اور وقت کے ساتھ ساتھ سست ہو جاتی ہے (نیوٹن کا ٹھنڈک کا قانون)۔ ریاضی میں ماہر طلبہ اسے 'مقعد اپ' گھٹنے کے طور پر بیان کر سکتا ہے۔
- تلاش کریں: گراف کی شکل اور جسمانی صورتحال کے درمیان تعلق۔

مسئلہ 4 — تبدیلی کی اوسط شرح

- (a) $(16 - 4)/(3 - 1) = 12/2 = 6$.
- (b) $(64 - 16)/(7 - 3) = 48/4 = 12$.
- (c) مختلف شرحیں $f \rightarrow$ لکیری نہیں ہے۔ سے ملتی ہیں، لیکن طلباء کو اس کی شناخت کرنے کی ضرورت $f(x) = 2^x$ یہ اقدار (نہیں ہے)۔
- (d) خطی تفاعل کے لیے، تبدیلی کی اوسط شرح ہر وقفہ پر ایک جیسا ہوتا ہے (یہ ڈھلوان کے برابر ہوتا ہے)۔
- تبدیلی کی شرح کو فنکشن کی قسم سے جوڑتا ہے — یونٹ کا تصوراتی پل۔ (c)/(d)

★

مسئلہ 5 — ٹیکسی لاگت کا فنکشن

- (a) $C(m) = 3.50 + 2.25m$.
- (b) ڈومین: منفی میل نہیں چلا سکتا، اور ممکنہ طور پر کچھ اوپری باؤنڈ (شہر کا سائز محدود ہے)۔ ریاضی میں ماہر $m \geq 0$ طلبہ نام دونوں حدود۔
- (c) حد: ہر کوئی کم از کم فلیٹ فیس ادا کرتا ہے، کچھ زیادہ سے زیادہ۔ $C \geq 3.50$

- (d) مختلف فنکشن — راؤنڈ اپ ایک مرحلہ فنکشن (ٹکڑے وار مستقل) ہوگا، لکیری نہیں۔ ریاضی میں ماہر طلبہ پہچانتا ہے کہ یہ ایک مجرد آؤٹ پٹ فنکشن ہے۔
- ★ سیاق و سباق میں ڈومین/رینج تشخیصی ہے — نہ صرف ریاضی کا امکان بلکہ کیا بناتا ہے احساس

مسئلہ 6 — ٹکڑا $h(x)$

- (a) $h(-4) = 2(-4)+1 = -7$; $h(0) = 0^2 = 0$; $h(2) = 4$; $h(3) = 9$; $h(5) = 12 - 5 = 7$.
- (پر: بائیں قدر 9 ہے، دائیں $x = 3$ سے) 1 ہے، صحیح قدر 0 ہے — مسلسل نہیں (1 کی چھلانگ)۔ $2x+1$ پر: بائیں حد $x = 0$ سے 9 ہے — مسلسل۔ $12 - x$ حد
- (c) ڈومین: تمام حقیقی نمبر۔ حد: ہر ٹکڑے سے قدروں کی ایک رینج شامل ہے۔
- (b) تشخیصی ہے — سیون پر تسلسل کی جانچ کرنا پیس وار فنکشنز کا تکنیکی مرکز ہے۔
- ★

مسئلہ 7 — مطلق قدر کی تبدیلیاں

- (a) g کو f سے دائیں 3 اور UP 2 کو منتقل کیا گیا ہے۔
- (b) f ورٹیکس: $(0, 0)$ ۔ g -راس: $(2, 3)$ ۔
- (c) باہر بمقابلہ اندر تشخیصی ہے۔ -3 سمت کو تبدیل کرتا ہے۔ y ۔ لہذا یہ آؤٹ پٹ، $|x - 3|$ باہر کمیوٹنگ کے بعد ہوتا ہے $+2 = x - 3$ اندر مطلق قدر سے پہلے ہوتا ہے، لہذا یہ ان پٹ کو تبدیل کرتا ہے — اور دائیں شفٹ (بائیں نہیں) ہوتی ہے کیونکہ ہمیں کی ضرورت ہوتی ہے۔ $x = 3$ ورٹیکس بنانے کے لیے 0
- یہ 'اندر بمقابلہ باہر' اصول تمام فنکشن ٹرانسفارمیشنز کو عام کرتا ہے - کے لیے ایک کلیدی سمجھ
- الجبرا 2 اور اس سے آگے۔
- ★

مسئلہ 8 — کا الٹا $f(x) = 3x - 6$

- (a) تبادلہ اور حل کریں: $f^{-1}(x) = (x + 6)/3$ ۔ تو $f^{-1}(y) = (y + 6)/3$ ۔ $y = 3x - 6 \rightarrow x = 3y - 6 \rightarrow y = (x + 6)/3$
- (b) $f^{-1}(5) = 11/3$ ۔ $f(11/3) = 3(11/3) - 6 = 11 - 6 = 5$ ۔ ✓
- (c) f میں بدلتا ہے؛ f^{-1} الٹا $\pounds$ کو واپس $\$$ میں بدلتا ہے۔ الٹا تبدیلی کو 'کالعدم' کرتا ہے۔
- سیاق و سباق کی تشریح حقیقی تفہیم کی تشخیص ہے۔
- ★

مسئلہ 9 — بان اور ڈیاگو کے دعوے

- (a) بان کا دعویٰ لکیری کے لیے درست ہے۔ f عام طور پر غلط ہے — صرف ڈھلوان 1 (یا مستقل 0) کے ساتھ $f(x + h) = f(x) + h$
- (b) ڈیاگو کا اشارہ معیاری ہے — (یہ دو افعال کی پیداوار کی تعریف ہے۔ ہمیشہ سچ۔ $f \circ g(x) = f(x) \cdot g(x)$)
- (c) $f(x) = x^2$; $f(2 + 1) = 9$; $f(2) + 1 = 5$ ۔
- توجہ دیں: طلبہ مثالیں دیے بغیر دونوں کو رد کر سکتے ہیں؛ سبق یہ ہے کہ مثالوں سے جانچنے کا باقاعدہ طریقہ اپنایا جائے۔

مسئلہ 10 — پیرابولا ورٹیکس $(-1, 2)$

- (a) پر کمی $(-\infty, 2)$ ؛ $(2, \infty)$ پر بڑھ رہا ہے۔
- (b) کم از کم قدر پر۔ $x = 2$ ، -1
- (c) کوئی زیادہ سے زیادہ نہیں کیونکہ پیرابولا اوپر کی طرف کھلتا ہے — y بغیر پابند کے بڑھ سکتا ہے۔
- مضبوط: 'اوپر کی طرف کھلتا ہے' کو 'min' ہے لیکن زیادہ سے زیادہ نہیں۔

مسئلہ 11 — دی گئی خصوصیات کے ساتھ فنکشن کا خاکہ بنائیں

- ان کا خاکہ: x -محور کو $x = -1$ (پر کراس کرنا چاہیے؛ $(-\infty, 3)$ اور $(0, \infty)$ پر محور کے اوپر ہونا؛ (کے ارد گرد $x = 3$ اور $x = 0$ پر ڈپ کریں۔ $x = 2$ (پر ایک چوٹی ہے؛ (کے ارد گرد
- یہ الٹا سمت ہے — پراپرٹیز سے واپس گراف تک — اس بات کا سب سے گہرا امتحان
- طالب علم ایک فنکشن کا تصور کرتا ہے۔
- ★