

الجبرا 1 • یونٹ 3 • اسسمنٹ گائیڈ

دو متغیرات کے اعداد و شمار

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 3 دو متغیر کے درمیان تعلقات کو دیکھتا ہے۔ یہاں کی ریاضی (متعلقہ تعدد، بہترین فٹ کی لکیریں، بقایا، ارتباط) زیادہ تر مکینیکل ہے۔ گہرا کام تشریح میں ہے - تعدد کی مختلف اقسام، سبب سے تعلق، اور کسی ایک شماریات کی حدود۔ ان امتیازات پر پوری توجہ دیں۔

مسئلہ 1 — دو طرفہ جدول (کتے بمقابلہ بلیاں؛ گھر بمقابلہ اپارٹمنٹ)

- (a) $84/120 = 70\%$.
 - (b) $84/116 \approx 72.4\%$.
 - (c) ★
- تشخیصی - یہ مختلف مشروط تعدد ہیں۔ (a) دیا ہوا مکان؛ (b) دیا جاتا ہے۔
کتا نسب نما وہی ہے جو بدلتا ہے۔
• (d) ہاں — گھر میں رہنے والے کتوں کو ترجیح دیتے ہیں (سے کہیں زیادہ $(32/80 = 40\%)$ اپارٹمنٹ میں رہنے والوں (70%) شرح پر۔ متغیرات وابستہ ہیں۔
• ان کے لیے دیکھیں: وہ طلبا جو (a) اور (b) کا صحیح جواب دیتے ہیں لیکن یہ واضح نہیں کر سکتے کہ وہ کیوں مختلف ہیں — وہ بغیر سوچے سمجھے کمپیوٹنگ کر رہے ہیں۔

مسئلہ 2 — جوتے کے سائز بمقابلہ اونچائی کا ماڈل

- (a) ڈھلوان: "جوتوں کے سائز میں ہر 1 سائز کے اضافے کے لیے، 1.4 انچ تک اونچائی میں اضافے کی پیش گوئی کی گئی ہے۔" اکائیوں کی اہمیت ہے۔
- ★ (b) قطع: جوتے کا سائز = 0 → پیش گوئی کی گئی اونچائی = 50 انچ۔ سمجھدار نہیں — کسی کے پاس جوتے کا سائز 0 نہیں ہے۔ ریاضی میں ماہر طلبہ اعداد و شمار کے باہر ایکسٹراپولیشن کی مثال کے طور پر اسے اٹھاتا ہے۔
- (c) انچ۔ $y = 1.4(11) + 50 = 65.4$
- (d) جوتے کا سائز 25 کسی بھی حقیقت پسندانہ حد سے باہر ہے۔ مشاہدہ شدہ اعداد و شمار سے باہر کے ایکسٹراپولیشن پر بھروسہ نہ کریں۔

مسئلہ 3 — باقیات

- (a) پیشین گوئی: $+2 =$ بقایا $1311 - 13 =$ اصل $2(3) + 5 = 11$
- (b) پیشین گوئی: $-19 =$ بقایا $172 - 17 =$ اصل $2(7) + 5 = 19$
- (c) مثبت: اصل $<$ پیشین گوئی (لائن کے اوپر پوائنٹ)۔ منفی: اصل $>$ پیشین گوئی (نیچے پوائنٹ)۔
- (d) صفر کے قریب زیادہ تر باقیات → لکیری ماڈل اچھی طرح فٹ بیٹھتا ہے۔ ڈیٹا لائن کی قریب سے پیروی کرتا ہے۔
- (b) میں نشانی کی غلطیوں پر نظر رکھیں - لکھنے کے لیے عام | اصل - پیشین گوئی | نشان کے بغیر۔

مسئلہ 4 — ہائی r اچھے لکیری فٹ کے برابر نہیں ہے

- ★ اس سیکشن کی کلیدی بصیرت: r لکیری ایسوسی ایشن کا خلاصہ کرتا ہے، لیکن ایک منحنی نمونہ اب بھی ہوسکتا ہے اعلیٰ |r| اگر یہ مجموعی طور پر ایک طرف رجحان رکھتا ہے۔
- مضبوط: "باقیوں کو پلاٹ کریں۔ اگر وہ کوئی نمونہ دکھاتے ہیں (e.g., U-شکل)، لکیری ماڈل میں کچھ کمی ہے، چاہے r زیادہ ہو۔"
- کمزور: "دونوں یکساں طور پر اچھے ہیں" - یہ ماڈل کی مناسبت کے بارے میں پوری بات کو یاد کرتا ہے۔

مسئلہ 5 — بکھرے ہوئے پلاٹوں کو r اقدار سے جوڑیں

- (a) $r \approx 0.97$. (b) $r \approx -0.95$. (c) $r \approx 0$. (d) $r \approx 0.4$. (e) $r \approx -0.3$.
- عام غلطیاں: علامت کو نظر انداز کرنا؛ 1 کے قریب شدت کے ساتھ "مضبوط" کو متصل نہیں کرنا؛ کو "کمزور سے اعتدال $r = 0.4$ پسند" کے بجائے "اعتدال پسند مضبوط" کے طور پر علاج کرنا۔

مسئلہ 6 - آئس کریم اور ڈوبنا

- (a) نہیں، آئس کریم ڈوبنے کا سبب نہیں بنتی۔ وہ تیسرے متغیر کے ذریعے منسلک ہیں۔
- (b) ہیٹ / سمر - گرم موسم آئس کریم کی فروخت اور تیراکی دونوں کو بڑھاتا ہے (اور اس طرح ڈوبنے کا خطرہ)۔

• ★

چھپے ہوئے متغیر تصور کی واحد بہترین مثال۔

مسئلہ 7 — سبب بمقابلہ ارتباط بمقابلہ اتفاق

- (a) ممکنہ وجہ (مزید مطالعہ → مزید سیکھنے)، اگرچہ کنفاؤنڈرز موجود ہیں (حوصلہ افزائی، قابلیت)۔
- (b) باہم منسلک، وجہ نہیں — بڑی آگ زیادہ فائر فائٹرز کو کھینچتی ہے اور زیادہ نقصان پہنچاتی ہے۔ عام وجہ: آگ کا سائز۔
- (c) اتفاقی - کوئی قابل عمل طریقہ کار نہیں۔ کلاسیکی جعلی ارتباط۔
- (d) ممکنہ وجہ — براہ راست میکانزم (توانائی کا توازن) اچھی طرح سے قائم ہے۔
- مضبوط: صرف اندازہ لگانے کے بجائے میکانزم (یا اس کی غیر موجودگی) کی نشاندہی کرتا ہے۔

مسئلہ 8 — لن کے جوتے کے سائز/ریاضی کا دعویٰ

- (a) مسائل: (1) کمزور ہے؛ مضبوط دعویٰ کا جواز نہیں بنتا۔ (2) ارتباط مساوی نہیں ہے - اس میں ایک الجھاؤ متغیر $r = 0.4$ بڑے بچوں کے پاؤں بڑے ہوتے ہیں اور زیادہ ریاضی جانتے ہیں۔ (3) نمونہ ("میرے دوست") نمائندہ — AGE ہونے کا امکان ہے نہیں ہو سکتا۔
- (b) بہتر: "میرے دوستوں کے درمیان، ایک کمزور مثبت تعلق ہے؛ اس کی وجہ یہ ہو سکتی ہے کہ پرانے دوستوں کے پاؤں دونوں بڑے ہوتے ہیں اور ریاضی کا زیادہ تجربہ ہوتا ہے۔"
- 4-سٹار جواب طاقت کا مسئلہ اور الجھا دینے والا مسئلہ دونوں کو اٹھاتا ہے۔

• ★

مسئلہ 9 — کیا ہمیں ماڈل پر بھروسہ کرنا چاہیے؟ $r = 0.99$

- (a) خود بخود نہیں — پیٹرن کے لیے باقیات کو بھی چیک کرنا چاہیے (ایک منحنی رشتہ اب بھی 1 کے قریب r پیدا کر سکتا ہے)۔
- (b) انتشاری خاکہ کو براہ راست دیکھیں۔ بقایا کی جانچ پڑتال؛ غور کریں کہ کیا رشتہ جسمانی معنی رکھتا ہے؛ باہر والوں کی جانچ کریں۔
- تصوراتی چوٹی — r ایک خلاصہ ہے، فیصلہ نہیں۔

• ★

مسئلہ 10 — کھولیں ڈیزائن

- مضبوط ردعمل کی نشاندہی ہوتی ہے: حقیقت پسندانہ متغیرات، قابل فہم نشانی اور طاقت کی پیشین گوئی، ایک حقیقی الجھن (e.g)، "نیند کے گھنٹے بمقابلہ ٹیسٹ سکور - دونوں کشیدگی سے متاثر ہو سکتے ہیں"، اور واضح آگاہی کہ مضبوط r بھی ثابت نہیں کرتا۔
- کمزور: مبہم متغیرات ("خوشی")، کوئی پیشین گوئی نہیں، کوئی کنفیوئنڈر کا ذکر نہیں کیا گیا، یا وجہ کا واضح دعویٰ۔

• ★

یونٹ کی ماڈلنگ/ریزننگ کیپ اسٹون کے طور پر برتاؤ کریں۔

— اختتام —