

تیز رفتار 7 • یونٹ 8 • تشخیصی رہنما

فیثاغورث کا قضیہ اور غیر ناطق اعداد

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

8 یونٹ جیومیٹری، الجبرا، اور نمبر سائنس کو فیثاغورث کا مسئلہ اور غیر ناطق اعداد کے ذریعے جوڑتا ہے۔ گہرے خیالات: (1) جھکے ہوئے مربع کا رقبہ جذر مربع کے ذریعے سائیڈ کی لمبائی دیتا ہے۔ (2) تھیوریم ٹانگوں کی لمبائی کا تعلق مربعوں کے ذریعے وتر سے ہے؛ (3) کچھ نمبرز (کو کسریں کے طور پر نہیں لکھا جا سکتا — وہ غیر ناطق ہیں۔ یہ الجبرا 1 اور جیومیٹری کی ایک بڑی $\sqrt{2}$, π تیار ہے۔

مسئلہ 1 — مربع رقبہ کی طرف

- رقبہ 49 < سائیڈ 7۔ رقبہ 30 < طرف بالکل) اعشاری عدد $5.48 \approx$ قابل قبول ہے لیکن درست نہیں۔ $\sqrt{30}$
- مضبوط: کے طور پر جواب چھوڑتا ہے — اس کی درست قدر کو تسلیم کرنا۔ $\sqrt{30}$
- کمزور: 5.5 لکھتا ہے اور رک جاتا ہے، درست اور تخمینی کے درمیان فرق کی تعریف نہیں کرتے۔

مسئلہ 2 — دیے گئے ہندسی علاقوں کے ساتھ مربع کھینچیں۔

- رقبہ 16: محور سے منسلک مربع۔ 4×4
- رقبہ 5: جھکا ہوا مربع — $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,3)$, $(2,1)$ جیسے عمودی۔ سائیڈ کی لمبائی $\sqrt{5}$ ۔
- رقبہ 25: محوروں کے ساتھ 5 در 5، یا قائمہ اضلاع 3,4 کے ساتھ جھکا ہوا مربع؛ ضلع ہے۔ $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$
- جھکے ہوئے چوکور پائتھاگورس کے بصری ثبوت کو کھول دیتے ہیں۔

مسئلہ 3 — گمشدہ پہلو تلاش کریں۔

- (a) $c^2 = 36 + 64 = 100$, $c = 10$.
- (b) $a^2 + 25 = 169$, $a^2 = 144$, $a = 12$.
- (c) $c^2 = 1 + 1 = 2$, $c = \sqrt{2}$ (غیر ناطق)۔
- (c) غیر ناطق وتر کو متعارف کرایا ہے — ایک کلیدی اکائی 8 خیال۔

مسئلہ 4 — سیڑھی کا مسئلہ

- فٹ۔ $h^2 + 6^2 = 10^2 \rightarrow h^2 = 64 \rightarrow h = 8$
- مضبوط: مثلث کو ڈرا اور لیبل کرتا ہے۔ وتر کو سیڑھی کے طور پر شناخت کرتا ہے (سب سے لمبی طرف، دائیں زاویہ کے مخالف)۔
- عام غلطی: یہ فرض کرنا کہ 10 ایک ٹانگ ہے۔

مسئلہ 5 — پوائنٹس کے درمیان فاصلہ

- افقی ٹانگ: $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ ۔ فاصلہ $= 10 - 2 = 8$ ۔ عمودی ٹانگ $= 6 - 1 = 5$ ۔
- یہ فاصلہ فارمولہ ہے جو فیثاغورث کے ذریعے متعارف کرایا گیا ہے۔ ریاضی میں ماہر طلبہ مستوی محدودات پر قائمہ زاویہ مثلث ڈرا کریں۔
- کمزور: براہ راست منفی کریں محدودات کی کوشش کرتا ہے۔

مسئلہ 6 — D 3 باکس اخترن

- بنیاد کا پہلا اخترن: $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25+144} = 15$ ۔ پھر باکس اخترن $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ۔
- $\sqrt{169} = 13$ cm.
- پائتھاگورس کی دو ایپلی کیشنز — یہ D 3 ایکسٹینشن ہے۔
- مضبوط: واضح طور پر دو دائیں مثلث کی شناخت کرتا ہے۔ کمزور: یہ نہیں لگتا کہ دو قدموں کی ضرورت ہے۔

مسئلہ 7 — ناطق بمقابلہ غیر ناطق

- (ناطق (انٹیجر)۔ $a) \sqrt{16} = 4$ —

- (غیر ناطق) کوئی کسر اس کے برابر نہیں ہے؛ اعشاری عدد غیر دہرائے والا، غیر ختم ہونے والا ہے۔) - $\sqrt{2}$ b)
- (ناطق۔ — $0.333... = 1/3$ c)
- (d) π — غیر ناطق۔
- (e) $0.1010010001... —$ غیر ناطق (غیر دہرائے جانے والے، کوئی نمونہ نہیں)۔
- تشخیصی: غیر ناطق = صحیح اعداد ہیں۔ مساوی طور پر: غیر ختم کرنے والا غیر a, b کے طور پر نہیں لکھا جا سکتا جہاں a/b دہرائے جانے والا اعشاری عدد۔

مسئلہ 8 — تقریباً $\sqrt{20}$

- $4^2 = 16, 5^2 = 25$ تو $4 < \sqrt{20} < 5$.
- $4.4^2 = 19.36, 4.5^2 = 20.25$ تو $4.4 < \sqrt{20} < 4.5$.
- کیلوکولٹر کے بغیر! ریاضی میں ماہر طلبہ مربع صحیح اعداد اور اسے تنگ کرنے کے لیے دسواں حصہ۔

مسئلہ 9 — پائتھاگورین ٹرپلز

- دونوں پائتھاگورین ٹرپلز ہیں۔ $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$. $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681 = 41^2$.

- کیا خاص ہے: انٹیجر سائیڈ کی لمبائی تھیوریم کو مطمئن کرتی ہے۔ (خاندان عام کرتا ہے۔) 3-4-5
- پائتھاگورین ٹرپلز ریاضی، جیومیٹری، اور نمبر تھیوری کو جوڑتے ہیں۔

مسئلہ 10 — ہان کا دعویٰ

- ہان غلط ہے۔ غیر ناطق اعداد جیسے $\pi = 3.14159...$ اعشاری اعداد لکھا جا سکتا ہے لیکن ناطق نہیں ہیں۔
- کلیدی امتیاز: ناطق اعداد میں اعشاری عدد کی توسیع کو ختم کرنا یا دہرانا ہے۔ غیر ناطق اعداد غیر ختم ہونے والی اور غیر دہرائے جانے والی ہیں۔
- مضبوط جواب ایک جوابی مثال دیتا ہے جیسے π یا $\sqrt{2}$.

مسئلہ 11 — کیا ایک قائمہ زاویہ مثلث ہے؟ 5-7-9

- چیک کریں: قائمہ زاویہ مثلث نہیں ہے۔ $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$ لیکن $9^2 = 81$ ۔ $74 \neq 81$ ۔
- ریاضی میں ماہر طلبہ پہچانیں کہ یہ پائیتھاگورس کا کنورس ہے: اگر تو مثلث صحیح ہے، $a^2 + b^2 = c^2$ ،
- سخت: سب سے لمبی سائیڈ ہے c سے موازنہ کرنا چاہیے جہاں c^2 کا $a^2 + b^2$

مسئلہ 12 — کیوں $(\sqrt{2})^2 = 2$

- تعریف کے لحاظ سے: وہ (مثبت) نمبر ہے جس کا مربع 2 ہے۔ $\sqrt{2}$
- ضعف: ایک مربع جس کی طرف رقبہ 2 ہے۔ $\sqrt{2}$
- الجبری طور پر: $(\sqrt{x})^2 = x$ برائے $x \geq 0$.
- مضبوط: تعریف کا حوالہ دیتا ہے۔ یہ تمام بنیاد پرست کام کے پیچھے ساختی حقیقت ہے۔

مسئلہ 13 — میا اور بات چیت

- Mia درست کہتی ہے، اور اس کا اصطلاحی نام مسئلہ فیثاغورث کا عکس ہے۔
- مضبوط: تھیوریم (دائیں < - دائیں) سے ممتاز کرتا ہے۔ دونوں یہاں $(a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow)$ کو اس کے کنورس $a^2 + b^2 = c^2$ درست ہیں، لیکن وہ منطقی طور پر مختلف باتیں کہتے ہیں۔
- بونس: نوٹ کرتا ہے کہ یہ ایک بہترین مثال ہے جہاں ایک بیان اور اس کی بات چیت دونوں درست ہیں۔