

تیز رفتار 7 • یونٹ 6 • تشخیصی رہنما

تفاعلات اور حجم

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 6 فنکشنز کو باضابطہ طور پر متعارف کراتا ہے اور انہیں جلدوں پر لاگو کرتا ہے۔ بڑا خیال: ایک فنکشن ہر ان پٹ کو ایک آؤٹ پٹ تفویض کرتا ہے۔ دیکھیں کہ آیا طلباء اس بات کی تعریف کرتے ہیں کہ لکیری فنکشنز ایک خاص، سادہ قسم کے فنکشن ہیں — اور یہ کہ حجم فارمولے نصف قطر کے غیر لکیری افعال ہیں۔

مسئلہ 1 — فعل ہے یا نہیں؟

- (a) کوئی فنکشن نہیں - ایک سے زیادہ لوگ سالگرہ کا اشتراک کرتے ہیں۔
- (b) فنکشن — ہر ریاست میں بالکل ایک سرمایہ ہوتا ہے۔
- (c) کوئی فنکشن نہیں — زیادہ تر مثبت اعداد کی دو مربع جڑیں ہوتی ہیں (اور 3-، 9-، e.g., 3 → 9)۔
- امتیاز کرنے والا: "ایک ان پٹ، ایک آؤٹ پٹ۔" ریاضی میں ماہر طلبہ جوابی مثالیں تیار کر سکتا ہے (ایک ہی ان پٹ دو آؤٹ پٹ دیتا ہے)۔

مسئلہ 2 — Apple فنکشن

- (a) $f(n) = 0.75n$ ۔
- (b) $f(8) = \$6.00$ ، 8 سیب کی قیمت۔
- (c) "کتنے سیب کی قیمت \$6؟" $n = 8 \rightarrow f(n) = 6$ ۔
- مضبوط: فنکشن کی تشخیص (تلاش کریں)۔ یہ مختلف ذہنی n کے ساتھ $f(n) = 6$ اور حل کرنے کے درمیان فرق کرتا ہے ($f(8)$ حرکتیں ہیں)۔

مسئلہ 3 — لکیری بمقابلہ غیر لکیری

- (a) لکیری: $y = 2x - 5$ ۔
- (b) غیر لکیری: $y = x^2$ (چوکرائٹ)۔
- (c) غیر لکیری: y ہر قدم کو دوگنا کرتا ہے (3, 6, 12, 24)؛ ترقی کی شرح میں اضافہ۔ کفایتی پیٹرن۔
- (d) لکیری (کوئی سیدھی لکیر لکیری ہے)۔
- کلیدی بصیرت: لکیری کا مطلب ہے مستقل تبدیلی کی شرح۔ ریاضی میں ماہر طلبہ میزوں میں فرق چیک کریں۔ کمزور طلباء فرض کرتے ہیں کہ y بڑھنے کا مطلب لکیری ہے۔

مسئلہ 4 — فاصلہ بمقابلہ ٹائم گراف

- شکل: اوپر جانے والی لائن (مستقل چہل قدمی)، افقی سیگمنٹ (باقی)، پھر نیچے جانے والی سیڑھی لائن (شروع کرنے کے لیے پیچھے چل رہی ہے)۔
- تشخیصی: کیا وہ تسلیم کرتے ہیں کہ واپسی کا مطلب فاصلہ کم ہوتا ہے — گراف ڈھلوانیں نیچے؟
- مضبوط: لیبلز محور x پر وقت، y پر فاصلہ اور چلنے بمقابلہ دوڑنے کے لیے مختلف ڈھلوانیں استعمال کرتا ہے۔

مسئلہ 5 — سلنڈر حجم

- (a) $V = \pi r^2 h = \pi(9)(5) = 45\pi \text{ m}^3$ ۔
- (b) نصف قطر کو دوگنا کرنا: مربع ہے۔ r ۔ فیکٹرائز 4 = کیونکہ $V = \pi(36)(5) = 180\pi$ ۔
- (c) دگنی اونچائی: فیکٹرائز 2 = (اونچائی لکیری ہے)۔ $V = \pi(9)(10) = 90\pi$ ۔
- تشخیصی: کیا وہ تسلیم کرتے ہیں کہ نصف قطر کو اڈریلز حجم کو دوگنا نہیں ہوتا ہے؟ یہ یونٹ میں سب سے اہم غیر لکیری اسکیلنگ بصیرت ہے۔

مسئلہ 6 — مخروط بمقابلہ سلنڈر

- (a) سلنڈر: $V = \pi(16)(9) = 144\pi \text{ cm}^3$ ۔
- (b) مخروط: $V = (1/3)\pi(16)(9) = 48\pi \text{ cm}^3$ ۔

- (c) تناسب = عنصر ہوتا ہے کیونکہ ایک ہی بنیاد اور اونچائی کے تین شنک ایک سلنڈر کو (1/3)۔ مخروطی فارمولے میں 1/3 بھرتے ہیں۔
- مضبوط: تعلق کو حقیقت کے طور پر بیان کرتا ہے۔ اس سے بھی زیادہ مضبوط طلباء ہینڈ آن جواز بیان کر سکتے ہیں۔ 1/3

مسئلہ 7 — کرہ حجم اسکیلنگ

- (a) $V_1 = (4/3)\pi(125) = 500\pi/3 \text{ cm}^3$. $V_2 = (4/3)\pi(1000) = 4000\pi/3 \text{ cm}^3$.
- (b) $8 (V_2/V_1 = 8)$ چونکہ نصف قطر دوگنا ہو گیا ہے، حجم $8 (2^3 = 8)$ کا فیکٹرائز۔
- (c) عام اصول: نصف قطر $\times k$ کو ضرب کرنے سے حجم $\times$ ضرب ہوتا ہے۔ k^3
- یہ تمام 3 D شکلوں کو عام کرتا ہے: کی طرف سے حجم پیمانے پر لکیری اسکیلنگ۔ ایک اہم الجبرا 1 تیاری کا خیال۔ $k \rightarrow k^3$

مسئلہ 8 — لکیری بمقابلہ دو درجی گراف

- لکیری ہے کیونکہ متغیر صرف پہلی طاقت پر ظاہر ہوتا ہے۔ تبدیلی کی شرح مستقل ہے۔ $y = mx + b$
- کے ساتھ بڑھتا ہے۔ r سے زیادہ تیزی سے بڑھتا ہے۔ تبدیلی کی شرح r — غیر لکیری (چوکرائٹ) ہے $A = \pi r^2$
- مضبوط: واضح طور پر "متغیر کی ڈگری" کو گراف کی شکل سے جوڑتا ہے۔

مسئلہ 9 — کیوب ڈبلنگ

- $V = 8 \text{ cm}^3$ کیوب: $V = 64 \text{ cm}^3$ ۔ $V = 8 \text{ cm}^3$ ۔
- حجم کو عامل 8 (نے بڑھایا، فیکٹر 2 سے نہیں۔ 2^3)
- سارہ غلط ہے — ہر طرف کو دوگنا کرنا حجم $\times$ کو ضرب دیتا ہے۔ $2^3 = 8$
- یہ مسئلہ ایک کلاسک اور اہم ہے۔ بہت سے طلباء سوچتے ہیں کہ دوگنا = دوگنا ہونا۔ اس بصیرت کے بغیر، جیومیٹری اور سائنس میں اسکیلنگ کے مسائل ناکام ہوجاتے ہیں۔

مسئلہ 10 — کاغذ دو طرح سے گھمایا جاتا ہے۔

- حجم برابر ہونا ضروری نہیں! 11×8.5 کے کاغذ پر غور کریں۔ لپیٹنے پر محیط 8.5 ہو تو: $V \approx 63.3$ ، $h = 11$ ، $r \approx 1.35$ مکعب انچ۔
- دائرے کا محیط 11 کے ساتھ رولڈ: کیوبک انچ۔ $V \approx 81.7$ ، $h = 8.5$ ، $r \approx 1.75$
- ایک ہی سطحی رقبہ (کاغذ) لیکن مختلف جلدیں، کیونکہ سکڑنے سے زیادہ تیزی سے بڑھتا ہے۔ $r^2 h$
- مضبوط: فارمولہ لکیری ہے۔ h مربع ہے لیکن r استعمال کرتا ہے اور مشاہدہ کرتا ہے کہ $V = \pi r^2 h$

مسئلہ 11 — مستحکم شرح پر مخروط بھرنا

- لکیری نہیں ہے۔ جیسے جیسے پانی بڑھتا ہے، کراس سیکشنل رقبہ بڑھتا ہے (شنک چوڑا ہوتا ہے)، تو پانی کا وہی حجم پانی کی سطح کو کم بڑھاتا ہے۔
- گراف: پانی کی اونچائی پہلے (تنگ حصہ) میں تیزی سے بڑھتی ہے، پھر اس کے چوڑے ہوتے ہی آہستہ ہوتی ہے۔
- تشخیصی: جو طلباء سیدھی لکیر کھینچتے ہیں انہوں نے جیومیٹری کو فنکشن رویے سے نہیں جوڑا ہے۔