

تیز رفتار 6 یونٹ 8 • تشخیصی رہنما

اعداد و شمار کے مجموعے، ان کی تقسیم اور نمونہ گیری
والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 8 شماریاتی سوچ متعارف کراتا ہے۔ بڑے خیالات: (1) مرکز کا خلاصہ اوسط اور وسطانیہ کے لحاظ سے مختلف ہے؛ (2) تغیر اتنا ہی اہم ہے جتنا مرکز؛ (3) بے ترتیب نمونے درست اندازہ کی اجازت دیتے ہیں، متعصب نمونے ایسا نہیں کرتے۔ بہت سے مسائل یہ جانچتے ہیں کہ آیا طالب علم ڈیٹا کو بیان کرنے اور آبادی کے بارے میں دعوے کرنے کے درمیان فرق کو سمجھتا ہے۔

حصہ A — فوری اعداد و شمار

- اوسط: $10 = 14 - 4$ ۔ وسطانیہ: 8۔ موڈ: 7۔ رینج: $8.86 \approx 62/7 = (4+7+7+8+10+12+14)/7$
- وسطانیہ اور چھوٹے سیٹ کے درمیان الجھن پر نظر رکھیں۔

مسئلہ 1 — خلاصہ اعداد و شمار

- مجموعہ = 65۔ حسابی اوسط = 6.5۔ وسطانیہ جگہ 5 اور 6 کا اوسط = $2/(7+6) = 6.5$ ۔ منوال = 4 (دو مرتبہ) اور 8 (دو مرتبہ) — دو منوال۔ حد پھیلاؤ = 10۔
- (e) تقسیم قدرے دائیں طرف ہے (12 دم کو دائیں طرف کھینچتا ہے؛ اوسط < وسطانیہ... لیکن یہاں کا اوسط = وسطانیہ = 6.5۔ کافی حد تک ہم آہنگ)۔
- بہترین: دیکھتا ہے کہ اوسط = وسطانیہ → تقسیم تقریباً متناظر ہے۔ دو منوال والی ساخت بھی پہچانتا ہے۔
- کمزور: ایک موڈ کی شناخت کرتا ہے (4، 8 میں سے ایک کو یاد کرتا ہے)۔

مسئلہ 2 — کلاس اسکورز

- مجموعہ = 1115۔ اوسط = 75۔ وسطانیہ = 75 (8 ویں قدر)۔ موڈ = 70 (3 بار ظاہر ہوتا ہے)۔ 74.3۔
- (b) یہاں کم بیرونی قدروں کی وجہ سے وسطانیہ زیادہ نمائندہ ہے؛ 50 اور 60 کے آس پاس کی قدریں اوسط کو نیچے کھینچتی ہیں۔
- (c) شامل کرنا: اوسط بہت زیادہ بدل جاتا ہے، وسطانیہ بمشکل (ایک سلاٹ پھسلتا ہے)۔
- مضبوط: بتاتا ہے کہ باہر جانے والوں کے لیے کتنا معنی خیز ہے، وسطانیہ مزاحم ہے۔
- کمزور: 'اوسط ہمیشہ بہترین ہوتا ہے' یا 'وہ ایک جیسے ہوتے ہیں' — مضبوطی کے بارے میں کوئی استدلال نہیں۔

مسئلہ 3 — مستقل مزاجی: ایلکس بمقابلہ سیم

- ایلکس کا اوسط = 13۔ سام کا اوسط = 13 (ایک ہی!)۔
- لیکن ایلکس کی حد 2 ہے؛ 20 Sam's ہے۔
- کلید: ایک ہی اوسط، بہت مختلف تغیر۔ یہ اس بات کا دل ہے کہ تغیرات کیوں اہمیت رکھتے ہیں۔
- مضبوط: 'میں ایلکس کو چنوں گا - وہی اوسط لیکن بہت کم تغیر، لہذا 13 اگلی گیم کا امکان زیادہ ہے'۔
- کمزور: ایک بڑی گیم (25) کی وجہ سے سیم کو چنتا ہے۔ احتمال کو دہرانے کے بارے میں نہیں سوچتا۔

مسئلہ 4 — 3,5,7,8,10,12,15,18,20 کا IQR

- وسطانیہ = 10 (5 ویں قدر)۔
- نچلا نصف: 3,5,7,8۔ $Q1 = (5+7)/2 = 6$ ۔
- اوپری نصف: 12, 15, 18, 20۔ $Q3 = (15+18)/2 = 16.5$ ۔
- $IQR = 10.5$ ۔

- مضبوط: درست چوتھائی حساب۔
- عام غلطی: وسطانیہ دونوں حصوں میں شامل ہے (مختلف $Q1/Q3$ حاصل کرتا ہے)۔ یا تو کنونشن ٹھیک ہے اگر مسلسل استعمال کیا جائے، لیکن ان کو ملانا ایک غلطی ہے۔

مسئلہ 5 — نمونے لینے کے طریقے

- (a) مائی کا نمونہ تعصب پر مبنی ہے — اس کے دوستوں میں بھی ایسی ہی عادتیں ہیں۔
- (b) Han کا انتخاب تصادفی ہے، یا اس کے قریب ہے۔
- مضبوط: واضح طور پر بیان کرتا ہے کہ تعصب عامیت پر سمجھوتہ کرتا ہے۔
- کمزور: مائی کے نمونے کو 'بے ترتیب قرار دیتا ہے کیونکہ اس نے مقصد کے مطابق انتخاب نہیں کیا' — آبادی/نمونہ کی تفریق سے محروم ہے۔

مسئلہ 6 — نمونہ سے آبادی کا تخمینہ

- سیب کو ترجیح دیتے ہیں۔ تخمینہ شدہ آبادی سیب سے محبت کرنے والوں: $30/50 = 60\%$. 2400
- مفروضہ: نمونہ آبادی کا نمائندہ ہے۔
- دوسرا نمونہ (تخمینہ 2080 بن جاتا ہے): $26/50 = 52\%$
- فرق: 320 (اہم!) یہ نمونے لینے کے تغیر کو ظاہر کرتا ہے۔
- مضبوط: وہ پتے جو مختلف نمونے مختلف اندازے دیتے ہیں۔ دونوں سچ ہو سکتے ہیں 'کافی'۔
- کمزور: دعویٰ کرتا ہے کہ دوسرا نمونہ 'غلط' ہے — نمونے کے تغیر کو نہیں سمجھتا۔

مسئلہ 7 — احتمال ماربل کے ساتھ

- کل = 12. سرخ یا سبز) $P(3/4 = 9/12 = 3/4$ نیلا نہیں) $P(1/3 = 4/12 = 1/3$ سرخ)
- 120: 120 میں متوقع سرخ۔ $1/3 = 40$
- مضبوط: صاف کم کسریں دیتا ہے۔
- بہترین+: نوٹ کرتا ہے سرخ یا سبز (چونکہ سرخ اور سبز 'نیلے نہیں' ہیں)۔ $P(نیلا نہیں) = P(سرخ اور سبز 'نیلے نہیں' ہیں) = P(نیلا نہیں)$

مسئلہ 8 — جمع کریں وسطانیہ رکھنے کے لیے ایک قدر، اوسط بڑھائیں

- اصل رقم = 49. 7 نمبروں کے ساتھ اوسط = 10 حاصل کرنے کے لیے، کل 70 ہونا ضروری ہے۔ تو ڈیاگو نے 21 شامل کیا۔
- وسطانیہ 8 رہتا ہے: شامل کی گئی قدر (21) ترتیب شدہ فہرست کے آخر میں جاتی ہے، اس لیے نیا وسطانیہ اصل درمیان والی قدر ہی ہے، یعنی 8 یا اس کے قریب؛ خاص طور پر 7 اعداد میں 3 ویں اور 4 ویں قدروں کی اوسط۔
- اصل ترتیب شدہ: 5, 7, 8, 8, 9, 12, 21 → 21. 12, 9, 8, 8, 7, 5, 8. ✓
- مضبوط: کوئی بھی قدر $12 \leq$ جو اوسط 10 کو کام کرتا ہے، لیکن اوسط حالت منفرد طور پر درست کرتی ہے
- قدر 21 پر۔ تو صرف ایک ہی جواب ہے۔
- کمزور: غیر 21 جواب دیتا ہے۔ یا اوسط کی جانچ کبے بغیر بہت سے امکانات کا دعویٰ کرتا ہے۔

مسئلہ 9 — خرابی کی شرح کے نمونے لینے

- تخمینہ شدہ نقائص۔ $0.015 = 750$ • نقص کی شرح → $3/200 = 1.5\%$ 50000
- دوسرا نمونہ: نقائص۔ 1375 → $2.75\% = 11/400$: (نیا تخمینہ (مجموعہ $8/200 = 4\%$)
- مضبوط: بہتر اندازے کے لیے نمونوں کو یکجا کرتا ہے۔ صرف دوسرا اکیلا نہیں لیتا۔ بہترین+: پتہ چلتا ہے کہ چھوٹے نمونوں کے ساتھ، تناسب نمایاں طور پر مختلف ہو سکتا ہے۔ بڑے نمونے ہیں
- زیادہ قابل اعتماد۔
- کمزور: پہلے تخمینہ کو مکمل طور پر دوسرے سے بدل دیتا ہے۔ یا اوسط فیصد غلط ہے۔

مسئلہ 10 — کلاس اوسط ایک سے نیچے کی گئی ہے۔

- 10 اسکورز کا مجموعہ = 780. 60 = ویں سکور 10 پر 9 طلباء کا مجموعہ۔ تو $80 = 720$
- اوسط کیوں گرتا ہے؟ 60 کا ایک کم اسکور 80 → 78 سے 2 کے اوسط کو نیچے لے جاتا ہے۔ یہ ایک 20 پوائنٹ کا فرق ہے جسے 10 طلباء نے تقسیم کیا ہے۔
- مضبوط: وضاحت کرتا ہے کہ 'ہر طالب علم کا سکور اوسط میں برابر کا حصہ ڈالتا ہے، لیکن ایک آؤٹ لیئر کر سکتا ہے
- نمایاں طور پر اوسط شفٹ'۔
- کمزور: 60 حاصل کرتا ہے لیکن یہ واضح نہیں کر سکتا کہ اوسط واحد اقدار کے لیے کیوں حساس ہیں۔