

تیز رفتار 6 • یونٹ 2 • تشخیصی رہنما

تناسب، شرحیں اور فیصد

والدین یا استاد کے لیے — کن باتوں پر غور کریں

یونٹ 2 ضرب تعلقات کے ساتھ لچکدار استدلال کے بارے میں ہے۔ دیکھیں کہ آیا طالب علم تناسب، شرحوں، اور فیصد کے درمیان روانی سے آگے بڑھ سکتا ہے — یا آیا اس کے پاس 'ایک طریقہ فی مسئلہ کی قسم' کا نقطہ نظر کمزور ہے۔

حصہ A — فیصد روانی

- $20\% \times 80 = 16$, $25\% \times 64 = 16$, $150\% \times 40 = 60$, $1\% \times 350 = 3.5$.
- نوٹس کریں کہ آیا وہ طریقہ کار کے لیے پہنچتے ہیں ("اعشاری عدد منتقل کریں") یا روانی سے بینچ مارکس استعمال کرتے ہیں ("ایک پانچواں ہے")۔ 20%
- تیز رفتار طلباء کو بینچ مارک روانی ہونا چاہیے — فوری، استدلال کے ساتھ۔

مسئلہ 1 — نسخہ تناسب دونوں طرف

- بان: 12 کپ آٹا → 8 کپ چینی۔
- ڈیاگو: 10 کپ چینی → 15 کپ آٹا۔
- (c) تشخیصی ہے: دونوں کا ذائقہ ایک جیسا ہونا چاہئے کیونکہ دونوں 3:2 تناسب کو برقرار رکھتے ہیں۔
- مضبوط: واضح طور پر کہتا ہے "تناسب محفوظ ہے، لہذا ذائقہ ایک جیسا ہے۔"
- کمزور: 'ہاں کیونکہ ان دونوں کے پاس آٹا اور چینی ہے' - تناسب سے محروم ہے۔

مسئلہ 2 — مرکب موازنہ (4:6 بمقابلہ 6:9)

- دونوں نسبتیں سادہ ہو کر 2:3 بنتی ہیں → ایک جیسی رنگت۔
- مضبوط: آسان تناسب کا واضح موازنہ، یا نوٹ کرتا ہے کہ $4 \times 3 = 12$ اور $6 \times 3 = 18$ (استدلال)۔ $9 = 6 \times 1.5$
- کمزور: تناسب استدلال کے بغیر زیادہ نیلا = گہرا فرض کرتا ہے۔
- اس غلط فہمی پر نظر رکھیں کہ دونوں اطراف میں ایک ہی رقم شامل کرنے سے تناسب محفوظ رہتا ہے (یہ نہیں ہوتا — ضرب کرتا ہے)۔

مسئلہ 3 — مساوی تناسب ٹیبل + یونٹ کی شرح

- اگر 45 میل فی 1 گھنٹہ: قطار 1 → (1, 45)۔ قطار 2 → (1, 45)۔ قطار 3 → (3, 135)۔ قطار 4 → (4, 180)۔ قطار 5 → (5, 225)۔
- دونوں یونٹ کی شرح: 45 میل فی گھنٹہ (میل فی گھنٹہ) اور گھنٹے فی میل۔ $1/45$
- مضبوط: بیان کرتا ہے کہ ایک گھنٹے کا میل اور وضاحت کرتا ہے کہ دونوں یونٹ کی شرحیں مختلف سیاق $1/45 \approx 1.33 \text{ min/km}$ و سباق میں کیوں کارآمد ہیں۔
- کمزور: صرف 'میل فی گھنٹہ' کی شرح تلاش کرتا ہے۔ الٹا شرح کو یکساں طور پر درست نہیں دیکھتا ہے۔

مسئلہ 4 — رنرز کا دو طریقوں سے موازنہ کریں۔

- Lin: $5/25 = 0.2 \text{ km/min}$ (یا 5 min/km)۔
- سارہ: $8/36 \approx 0.222 \text{ km/min}$ (یا 4.5 min/km)۔
- سارہ تیز ہے۔
- طریقہ 1: یونٹ کے نرخ اوپر کے مطابق۔
- طریقہ 2: پیمانہ بدلنا—مثلاً «5 منٹ میں 1 km Lin، دوڑتی ہے؛ دوڑنے km دوڑتی ہے۔» یا «40 km Sara، $8 \times 5/36 \approx 1.11 \text{ km}$ »
- «لگتے ہیں۔ min کو Sara 180 اور min کو Lin 200 میں
- مضبوط: دونوں طریقوں کو مختلف اسکیلنگ کے ساتھ عمل میں لایا گیا، ایک ہی طریقہ دو بار نہیں۔

مسئلہ 5 — کثیر مرحلہ فیصد (فروخت + ٹیکس)

• $0.70 = \$56$ (56\$ کی قیمت)۔ $1.07 = \$59.92$ • $80 = \$59.92 \cdot 0.70$

• مائی کا دعویٰ: ہاں، $1.07 = \$59.92 \cdot 0.70$ • $80 = \$59.92$

- بہترین: تسلیم کرتا ہے کہ فیصد یکے بعد دیگرے ہونے والی تبدیلیاں ضرب کے ساتھ تحریر کرتی ہیں (یونٹ 6 کے لیے ایک اہم خیال)۔ ★
- کمزور: ریاضی کو درست سمجھتا ہے لیکن کہتی ہے کہ مائی غلط ہے کیونکہ اس نے 'ایک قدم چھوڑا' — ضربی معنی یاد نہیں کرتا۔

مسئلہ 6 — سروے فیصد + تناسب سوال

• ریاضی: 54. پڑھنا: $20\% \cdot 120 = 24$

• (c) نئی ریڈنگ: 132 میں سے $27.3\% \approx 36/132$ ۔ $24 + 12 = 36$

- مضبوط: نسب نما کو تبدیل کیا گیا اور درست طریقے سے دوبارہ گنتی کا احساس کرتا ہے۔
- کمزور: صرف یا کچھ اضافی اندازہ لگاتا ہے — پوری کو اپ ڈیٹ نہیں کرتا ہے۔ $24/120 + 10\%$

مسئلہ 7 — انچ/سینٹی میٹر رقبہ تبدیلی

• (a) $60.96 \text{ cm} \times 91.44 \text{ cm}$.

• (b) رقبہ = 864 میں $864 = (2.54)^2 \cdot 5574 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ cm}^2$

- کلیدی تشخیصی: میں، 2.54 نہیں۔ $1^2 = 6.4516 \text{ cm}^2$
- مضبوط: وضاحت کرتا ہے کہ رقبہ لکیری تبدیلی کے عنصر کے مربع کے طور پر اسکیل کرتا ہے۔
- بہترین+: اسے یونٹ 1 کی دریافت سے جوڑتا ہے کہ کناروں کو دگنا کرنا سطحی رقبہ کو چار گنا کرتا ہے — وہی اصول۔
- کمزور: رقبہ $2.54 \times$ کو ضرب دیتا ہے — بالکل غلط فہمی جس کو یہ سوال نشانہ بناتا ہے۔

مسئلہ 8 — ڈیاگو کا غلط تناسب موازنہ

• ڈیاگو غلط ہے۔

6: وہ برابر ہیں۔ $6 = 2:3 \approx 0.667$ ، $9 = 2:3 \approx 0.6674$

- مضبوط: 2:3 دونوں کو آسان بناتا ہے، مساوات کو دیکھتا ہے۔ وضاحت کرتا ہے کہ تناسب کے ساتھ آپ کو نسبتی سائز کا موازنہ کرنا چاہیے، اجزاء کے مطلق سائز کا نہیں۔
- کمزور: ڈیاگو سے اتفاق کرتا ہوں (سب سے عام غلط فہمی)؛ یا آسان بناتا ہے لیکن یہ واضح نہیں کرتا کہ اجزاء کے لحاظ سے موازنہ کیوں ناکام ہوتا ہے۔

مسئلہ 9 — اصل پر واپس نہیں آیا 20% - پھر 20%+

• $100 \rightarrow \$120 \rightarrow \$96$ ۔ تو آخری اصل کا کم)۔ (4% ہے 96%

• عمومی: (1.2) نہیں۔ 0.96 ، $1 = (0.8)$

• مضبوط: واضح کرتا ہے کہ کمی کو ایک بڑی تعداد سے ہٹا دیا گیا ہے، لہذا کمی کی ڈالر کی رقم اضافے سے زیادہ ہے۔ 20%

• بہترین+: عام کرتا ہے (ہمیشہ 1 سے کم — پیش گوئی کرتا ہے یونٹ 6 (فیصد تبدیلی) اور یہاں تک کہ $1 + p(1 - p) = 1 - p^2$ ، الجبرا 1 (مربع کا فرق)۔

• کمزور: ہاں سے اتفاق کرتا ہے، یا 96 کی گنتی کرتا ہے لیکن اس کی وجہ نہیں بتا سکتا۔

مسئلہ 10 — اپنا مشترکہ مسئلہ لکھیں۔

- کھولیں ختم ہوا۔ مضبوط مثالیں: "گیس کی قیمت $3.50/\text{gallon}$ ہے، میری کار کو 28 mpg ملتا ہے۔ ایک سفر 420 میل ہے۔ اگر گیس "بڑھ جاتی ہے، تو سفر کی قیمت کتنی زیادہ ہوگی؟ 15%
- تلاش کریں: فی اکائی شرح اور فیصد دونوں — بہت سے طلباء صرف فیصد یا صرف شرح کا مسئلہ لکھیں گے۔

• مضبوط: دو تصورات حقیقی طور پر آپس میں ملتے ہیں (صرف دو الگ الگ حصے نہیں)۔

• کمزور: شرح اور فیصد دونوں ظاہر ہوتے ہیں لیکن مسئلہ ان میں سے کسی ایک کے بغیر بھی حل ہو سکتا ہے۔