

बीजगणित 2 • इकाई 5 वर्कशीट

घातांकीय फलन और समीकरण

नाम: _____

दिनांक: _____

यह इकाई घातीय सोच को गहरा करती है: परिमेय इनपुट, विभिन्न अंतरालों पर वृद्धि/क्षय, संख्या e का परिचय, और अज्ञात घातांक को हल करने के तरीके के रूप में लघुगणक।

भाग ए • विकास और क्षय

1. एक बैक्टीरिया कल्चर 200 कोशिकाओं से शुरू होता है और हर घंटे तीन गुना हो जाता है।

ए. t घंटों के बाद कोशिकाओं की संख्या के लिए एक फ़ंक्शन $P(t)$ लिखें।

b. 5 घंटों के बाद कितने सेल? _____ 8 घंटों के बाद? _____

c. शुरुआत के आधे घंटे बाद कितनी सेल? अपना तर्क दिखाएं - क्या फ़ंक्शन अभी भी $t = 0.5$ के लिए काम करता है?

भाग B • समय इकाई बदलना

2. एक निवेश प्रति वर्ष 8% बढ़ता है। प्रति माह समतुल्य वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

ए. $V_0 = 1000$ के लिए वार्षिक मॉडल $V(t) = V_0 \cdot (\text{____})^t$ लिखें।

b. यदि मासिक गुणक m है, तो $m^{12} = 1.08$ । m के लिए हल करें।

c. क्या मासिक दर $8/12 = 0.667\%$ के समान है? क्यों या क्यों नहीं?

भाग C · लघुगणक

3. बिना कैलकुलेटर के मूल्यांकन करें.

a. $\log_2(32) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_2(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_2(1/8) = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\log_{10}(1000) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_{10}(0.01) = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\log_3(81) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\log_5(\sqrt{5}) = \underline{\hspace{2cm}}$

d. आपके अपने शब्दों में: $\log_b(x)$ वह संख्या है जो किस प्रश्न का उत्तर देती है?

भाग D · घातीय समीकरण को हल करना

4. प्रत्येक समीकरण को हल करें। आवश्यकता पड़ने पर लघुगणक का प्रयोग करें।

a. $2^x = 64$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $3^x = 20$ $x \approx \underline{\hspace{2cm}}$ (दिखाएँ कि आपने log का उपयोग कैसे किया)

c. $5 \cdot 2^t = 100$ $t = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $10^{(2x+1)} = 500$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

भाग E · संख्या e

5. \$1 पर चक्रवृद्धि ब्याज पर विचार करें: n बढ़ने पर $(1 + 1/n)^n$

ए. अनुमानित मान भरें (कैलकुलेटर का उपयोग करें)।

b. $(1 + 1/n)^n$ किस नंबर पर पहुंचता है? नाम लो। $\underline{\hspace{2cm}}$

c. e को निरंतर वृद्धि का 'प्राकृतिक' आधार क्यों माना जाता है?

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2.25
10	≈ 2.59374
100	
1000	
1,000,000	

भाग F • घातीय और लघुगणक के साथ मॉडलिंग

6. एक रेडियोधर्मी नमूने का आधा जीवन 12 वर्ष है। आप 100 ग्राम से प्रारंभ करें।
ए. t वर्षों के बाद शेष राशि के लिए $A(t)$ लिखें।

b. 25 ग्राम कब तक रहेगा? तर्क का प्रयोग करें.

c. 10 ग्राम कब तक रहेगा? लॉग का प्रयोग करें.

भाग G • दो विधियाँ

7. दो अलग-अलग $\log$ आधारों का उपयोग करके $4^x = 7$ को हल करें।

विधि 1: $\log$ आधार 10	विधि 2: $\log$ आधार e ($\ln$)

--	--

क्या आपको वही संख्यात्मक उत्तर मिलता है? आपको ऐसा क्यों करना चाहिए?

भाग H · त्रुटि विश्लेषण

8. डिएगो ने लिखा: " $\log(a \cdot b) = \log(a) \cdot \log(b)$ ।" क्या वह सही है?

☐ हाँ ☐ नहीं - $a = 10$, $b = 100$ के साथ परीक्षण करें। $\log(1000)$ की तुलना $\log(10) \cdot \log(100)$ से करें।

$\log(a \cdot b)$ के लिए सही $\log$ नियम क्या है?

9. लिन का दावा है: "चूंकि घातीय फलन हमेशा बढ़ते रहते हैं, उन्हें अंततः किसी भी बहुपद से बड़ा होना चाहिए।" क्या यह सच है?

भाग I • प्रतिबिंब

10. लघुगणक क्यों उपयोगी हैं? वास्तविक दुनिया का कारण बताएं (अम्लता, डेसीबल, भूकंप, आदि) जहां लघुगणक अंतर को प्रबंधनीय बनाते हैं।
