

सरल बीजगणित

भाग 3 • क्रिया में बीजगणित

अब हम चित्रों में बीजगणित देखेंगे:

$$y = x + 2$$

दो रहस्यमय संख्याओं वाला एक समीकरण!

1. भाग 3 में आपका स्वागत है!

भागों 1 और 2 में, प्रत्येक समस्या का एक रहस्यमय नंबर था। भाग 3 में, हम दो रहस्यमय संख्याओं के साथ समीकरण से मिलेंगे - और हम उन्हें चित्रों के रूप में बनाना सीखेंगे!

✂ भाग 3 में नया क्या है

दो चरों के साथ समीकरण (जैसे $y = x + 2$)

इनपुट/आउटपुट टेबल

निर्देशांक तल (ग्राफ पेपर!)

बिंदु अंकित करना और रेखाएँ खींचना

फलन मशीनें

असमिकाएँ (इससे अधिक, इससे कम)

2. दो चर एक साथ काम कर रहे हैं

इस समीकरण को देखें:

$$y = x + 2$$

ये अलग है! कोई एक उत्तर नहीं है. इसके बजाय, x और y एक साथ काम करते हैं:

- यदि $x = 1$, तो $y = 1 + 2 = 3$
- यदि $x = 5$, तो $y = 5 + 2 = 7$
- यदि $x = 10$, तो $y = 10 + 2 = 12$

विचार

जब x बदलता है, तो y भी बदलता है - नियम का पालन करके।

x इनपुट है (आप जो भी चुनें)।

y आउटपुट है (नियम क्या देता है)।

3. एक टेबल बनाना

पैटर्न को स्पष्ट रूप से देखने के लिए एक तालिका बनाएं। कुछ x मान चुनें, फिर y की गणना करें।

नियम $y = x + 2$ के लिए:

x (इनपुट)	$y = x + 2$	y (आउटपुट)
0	$0 + 2$	2
1	$1 + 2$	3
2	$2 + 2$	4
3	$3 + 2$	5
4	$4 + 2$	6

पैटर्न देखें? हर बार x , 1 से ऊपर जाता है, y भी 1 से ऊपर जाता है।

 आप प्रयास करें

$y = 2x$ के लिए एक तालिका बनाएं। $x = 0, 1, 2, 3, 4$ के लिए y मान भरें।

उत्तर: $x = 0 \rightarrow y = 0$, $x = 1 \rightarrow y = 2$, $x = 2 \rightarrow y = 4$, $x = 3 \rightarrow y = 6$, $x = 4 \rightarrow y = 8$ ।

4. निर्देशांक तल

निर्देशांक तल गणितीय चित्र बनाने की विशेष जाली है। इसमें दो रेखाएँ (अक्ष) हैं जो शून्य पर मिलती हैं:

- x-अक्ष बाएँ और दाएँ जाता है।
- y-अक्ष ऊपर और नीचे जाता है।

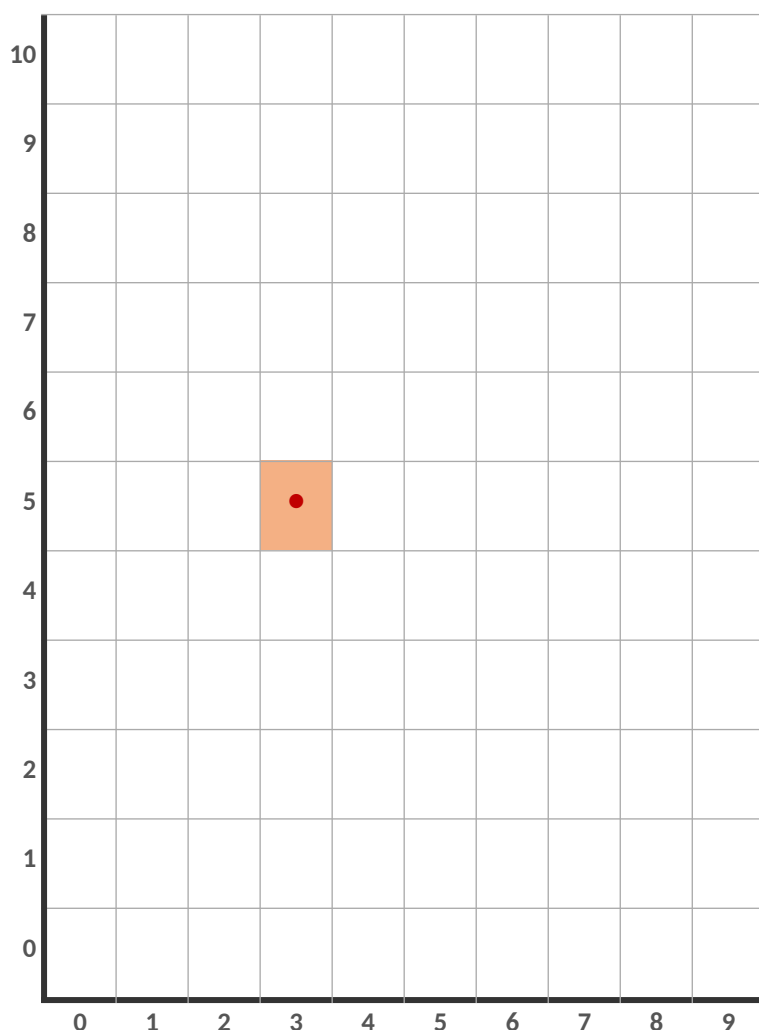
किसी बिंदु को आलेखित करने के लिए, आप कोष्ठक में दो संख्याएँ देते हैं: (x, y) । पहली संख्या यह है कि कितनी दूर दाएँ है। दूसरा यह कि यूपी कितनी दूर है।

📌 उदाहरण: बिंदु $(3, 5)$

$(3, 5)$ का अर्थ है: शून्य से शुरू करें, 3 इकाई दाईं ओर जाएं, फिर 5 इकाई ऊपर जाएं।

चित्र में X स्थान को चिह्नित करता है - $(3, 5)$ आपका X है।

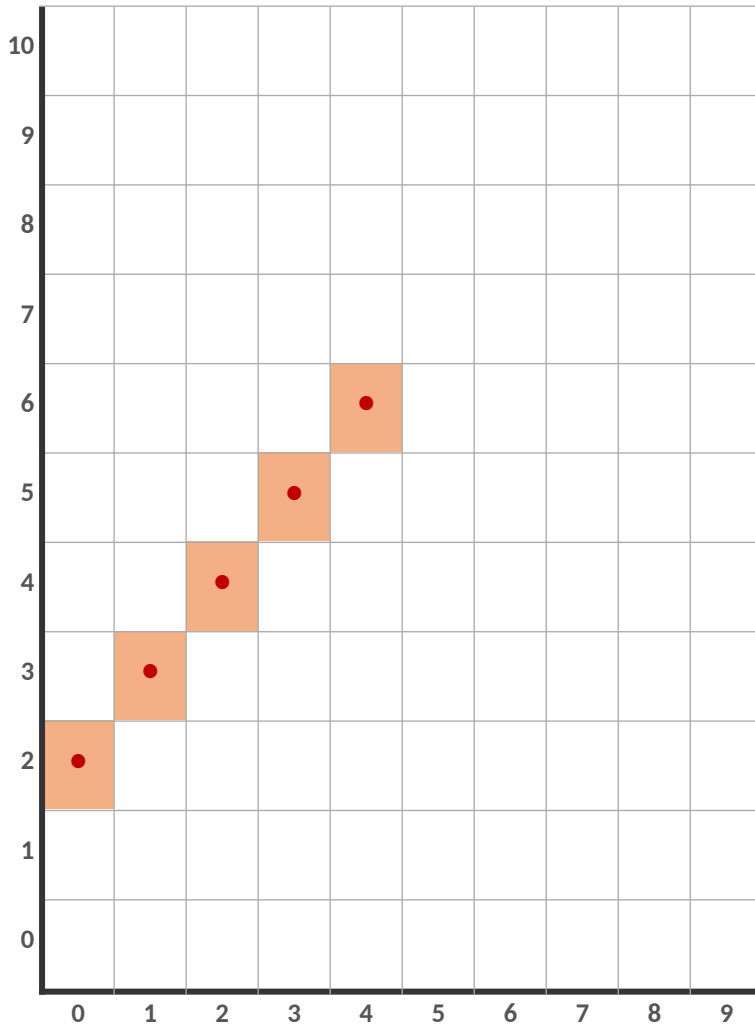
बिंदु $(3, 5)$ के साथ एक निर्देशांक तल आलेखित:



5. एक समीकरण प्लॉट करना

$y = x + 2$ के लिए हमारी तालिका याद है? आइए प्रत्येक पंक्ति को एक बिंदु में बदलें और उन सभी को निर्देशांक तल पर प्लॉट करें।

तालिका से, हमें ये बिंदु मिलते हैं: (0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)।



📌 इस पर ध्यान दें!

सभी बिंदु एक सीधी रेखा में हैं!

यदि आप उन्हें रूलर से जोड़ते हैं, तो आपको एक लाइन मिलेगी। इसीलिए $y = x + 2$ को रैखिक समीकरण कहा जाता है - जब आप इसे ग्राफ़ करते हैं तो यह एक रेखा बनाता है।

6. पैटर्न मशीनों की तरह हैं

$y = x + 2$ जैसे नियम को एक मशीन के रूप में सोचें। आप एक नंबर डालते हैं। मशीन उसमें कुछ करती है। एक अलग नंबर सामने आता है।



इसे फ़ंक्शन कहा जाता है। एक फ़ंक्शन एक नियम (या मशीन) है जो प्रत्येक इनपुट को बिल्कुल एक आउटपुट में बदल देता है।



📌 बढ़िया हिस्सा

प्रत्येक समीकरण दो वेरिएबल्स (जैसे $y = x + 2$ या $y = 3x$) के साथ एक फ़ंक्शन है। आप इसे एक मशीन के रूप में, या एक तालिका के रूप में, या एक ग्राफ के रूप में सोच सकते हैं - ये एक ही चीज़ के तीन दृश्य हैं।

7. इससे अधिक, इससे कम (असमिकाएँ)

कभी-कभी आपको संख्याओं के बराबर होने की आवश्यकता नहीं होती है - आपको बस एक को दूसरे से बड़ा या छोटा करने की आवश्यकता होती है। यहीं पर असमिकाएँ आता है।

प्रतीक	अर्थ	उदाहरण
$=$	के बराबर है	$x = 5 \rightarrow x$ बिल्कुल 5 है
$>$	से बड़ा है	$x > 5 \rightarrow x$, 5 से अधिक है (जैसे 6, 7, 100)
$<$	से कम है	$x < 5 \rightarrow x$, 5 से कम है (जैसे 4, 0, -10)
$\geq$	से बड़ा या बराबर है	$x \geq 5 \rightarrow x$ 5 या बड़ा है
$\leq$	से कम या बराबर है	$x \leq 5 \rightarrow x$ 5 या छोटा है

📌 मेमोरी ट्रिक

$>$ और $<$ का चौड़ा-खोलें सिरा हमेशा बड़ी संख्या की ओर इंगित करता है।

$5 > 3$ (5 बड़ा है, इसलिए चौड़ी भुजा 5 की ओर है) $3 < 5$ (5 बड़ी है, इसलिए चौड़ी भुजा 5 की ओर है)

8. संख्या रेखा पर असमिकाएँ

$x > 3$ जैसे असमिका का सिर्फ एक उत्तर नहीं है - इसमें बहुत सारे उत्तर हैं! 3 से बड़ा हर नंबर काम करता है। हम इसे संख्या रेखा पर दिखा सकते हैं।

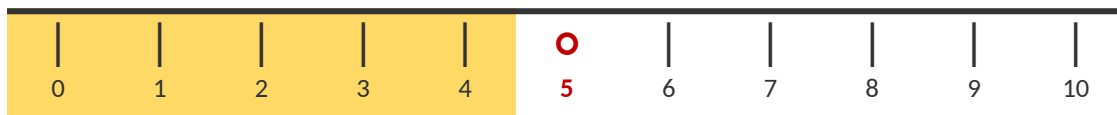
$$x > 3 \text{ (} x \text{ पूरी तरह से 3 से बड़ा है - लेकिन 3 से बड़ा नहीं है)}$$



$$x \geq 3 \text{ (} x \text{ 3 या बड़ा है - 3 सहित)}$$



$$x < 5 \text{ (} x, 5 \text{ से कम है - लेकिन 5 से कम नहीं है)}$$



✂ खोलें सर्कल बनाम भरा सर्कल

○ खोलें सर्कल (○) का अर्थ है "शामिल नहीं"। $>$ और $<$ के लिए उपयोग किया जाता है।

● भरे हुए वृत्त (●) का अर्थ है "शामिल"। $\geq$ और $\leq$ के लिए उपयोग किया जाता है।

9. असमिकाएँ को हल करना

अच्छी खबर: असमिका को हल करना लगभग समीकरण को हल करने जैसा ही काम करता है! आप समान व्युत्क्रम संक्रियाओं और स्वर्णिम नियम का उपयोग करते हैं।

$$x + 4 > 9$$

दोनों तरफ से घटाएँ 4 - बिल्कुल एक नियमित समीकरण की तरह:

$$x + 4 > 9$$

↓

$$x + 4 - 4 > 9 - 4$$

↓

$$x > 5$$

तो x , 5 से बड़ी कोई संख्या है। आइए इसे चित्रित करें:



✂ एक छोटी सी चेतावनी (बाद के लिए!)

एक विशेष नियम है: यदि आप गुणा करें या भाग दें दोनों तरफ एक नकारात्मक संख्या रखते हैं, तो आपको असमिका चिह्न को फ्लिप करना होगा।

आप एक 5वीं कक्षा के छात्र के रूप में इसका सामना बार-बार नहीं करेंगे, लेकिन इसे अपने दिमाग के पीछे रखें।

10. वास्तविक दुनिया में बीजगणित

देखें कि बीजगणित (दो चरों के साथ) वास्तविक जीवन में कितनी बार दिखाई देता है:

समय के साथ भत्ता

यदि आप प्रति सप्ताह \$5 बचाते हैं, तो w सप्ताह के बाद आपके पास $y = 5w$ डॉलर होंगे। एक टेबल बनाओ! 4 सप्ताह के बाद: $y = \$20$.

दूरी और समय

यदि कोई कार 60 मील प्रति घंटे चलती है, तो t घंटों के बाद वह $d = 60t$ मील चली गई है। 2 घंटों के बाद: $d = 120$ मील।

फ़ोन बिल

\$15 प्रति माह प्लस \$0.05 प्रति पाठ। कुल लागत: $c = 15 + 0.05t$. यदि आप 100 टेक्स्ट भेजते हैं: $c = \$20$ ।

खाना बनाना

यदि 1 कप चावल 2 लोगों को खिलाता है, तो p लोगों को खिलाने के लिए आपको $r = p/2$ कप चावल की आवश्यकता होगी। 8 के लिए लोग: $r = 4$ कप।

11. खुद कोशिश करना!

इसे आजमाएं!

प्रश्न 1: नियम $y = 3x$ के लिए एक तालिका बनाएं

यदि $x = 0$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$ यदि $x = 1$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$ यदि $x = 2$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$ यदि $x = 4$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$

इसे आजमाएं!

प्रश्न 2: बिंदु $(4, 7)$ आलेखित करें। बताएं कि आप शून्य से वहां तक कैसे पहुंचेंगे।

मेरा विवरण: _____

इसे आजमाएं!

प्रश्न 3: फ़ंक्शन मशीन! यदि नियम आउटपुट = इनपुट $\times$ 5 है:

इनपुट 3 → आउटपुट ____ इनपुट 7 → आउटपुट ____ इनपुट 10 → आउटपुट ____

इसे आजमाएं!

प्रश्न 4: रिक्त स्थान में जाने वाले असमिका प्रतीक को लिखें:

7 ____ 10 15 ____ 9 8 ____ 8 (3 विकल्प)

इसे आजमाएं!

प्रश्न 5: असमिका को हल करें: $x - 3 \geq 5$

X _____

उत्तर

1) $y = 0, 3, 6, 12$ 2) 4 दाएं जाएं, फिर 7 ऊपर 3) 15, 35, 50 4) $7 < 10, 15 > 9, 8 = 8$ 5) $x \geq 8$

बधाई हो - यह पूरी मार्गदर्शिका है!

अब आप अधिकांश 5वीं कक्षा के छात्रों की तुलना में अधिक बीजगणित जानते हैं। अभ्यास करते रहें - और खोजने में आनंद लें पैटर्न!