

विभाज्यता और शेषफल

एक गाइड

चीजों को निष्पक्षता से कैसे साझा करें, बचे हुए को कैसे पहचानें, और किसी संख्या के रहस्यों को उसके अंकों से कैसे पढ़ें।

कुछ भी शेष न रहने पर साझा करना

कल्पना कीजिए कि आपके पास 12 कुकीज़ और 3 मित्र हैं। आप उन्हें कार्ड की तरह एक-एक करके बाँटते हैं: प्रत्येक मित्र के लिए एक, फिर दूसरा दौर, फिर दूसरा। हर किसी के पास बिल्कुल 4 कुकीज़ होती हैं, और आपके हाथ खाली होते हैं।

समान रूप से विभाजित करने का यही अर्थ है। $12 \div 3 = 4$ के पास कुछ भी नहीं बचा है, इसलिए हम कहते हैं कि 12, 3 से विभाज्य है। जब कोई संख्या समान रूप से विभाजित होती है, तो आप वस्तुओं को एक पूर्ण आयत में व्यवस्थित कर सकते हैं - समान पंक्तियाँ, कोई स्ट्रगलर नहीं।

शेष: आपके हाथ में क्या बचा है

अब 4 दोस्तों के साथ 14 कुकीज़ आज़माएँ। आप 3 राउंड डील करते हैं - जो 12 कुकीज़ का उपयोग करता है - लेकिन आपके हाथ में बचे 2 एक और पूर्ण राउंड के लिए पर्याप्त नहीं हैं। वे 2 शेष हैं: वह भाग जो समान रूप से विभाजित नहीं होगा।

आप इसे संख्या रेखा पर देख सकते हैं। 4 s द्वारा गणना करें: 0, 4, 8, 12, 16। 12 और 16 के बीच 14 नंबर आता है - यह 12 से कुछ कदम आगे 2 है। वह अंतर ही शेष है। एक नियम हमेशा लागू रहता है: शेषफल उस संख्या से छोटा होना चाहिए जिससे आप भाग दे रहे हैं, क्योंकि यदि यह बड़ा होता, तो आप एक और पूरा राउंड निपटा सकते थे।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

व्यावहारिक उदाहरण $23 \div 5$ क्या है?

- 23 की ओर 5 s से गिनें: 5, 10, 15, 20 - यानी 4 पांच।
- एक और पांच 25 होगा, जो बहुत बड़ा है, इसलिए 20 पर रुकें।
- जो बचा है उसे खोजें: $23 - 20 = 3$ ।

उत्तर: 4 शेष 3

अंतिम अंक वाली ट्रिक (2, 5, और 10)

यहां कुछ आश्चर्यजनक है: यह जांचने के लिए कि क्या कोई संख्या 2, 5, या 10 द्वारा समान रूप से विभाजित होती है, आपको केवल उसके अंतिम अंक को देखने की आवश्यकता है। आप बाकी सभी चीजों को नजरअंदाज कर सकते हैं - यहां तक कि 4,981,730 जैसी बड़ी संख्या में भी।

यह काम करता है क्योंकि प्रत्येक संख्या दहाई और एक अंतिम अंक से बनी होती है, और दहाई हमेशा 2, 5, और 10 द्वारा समान रूप से विभाजित होती है। तो केवल अंतिम अंक ही शेष का कारण बन सकता है। 2 से विभाज्य? अंतिम अंक 0, 2, 4, 6, या 8 है। 5 से विभाज्य? अंतिम अंक 0 या 5 है। 10 से विभाज्य? अंतिम अंक 0 है।

संख्या रेखा पर 5 s द्वारा गिनने का प्रयास करें: प्रत्येक स्टॉप हमेशा के लिए 0 या 5 में समाप्त होता है। वह पैटर्न ही पूरी चाल है।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

व्यावहारिक उदाहरण क्या 6,340, 2, 5 और 10 से विभाज्य है?

- केवल अंतिम अंक को देखें: यह 0 है।
- 0 सम है, इसलिए 6,340, 2 से विभाज्य है।
- 0 भी 0 या 5 वाली सूची में है, इसलिए यह 5 से विभाज्य है।
- 0 के अंतिम अंक का अर्थ है कि यह 10 से भी विभाज्य है। उत्तर: तीनों को हाँ

अंक-योग चाल (3 और 9)

3 और 9 के लिए, अंतिम अंक पर्याप्त नहीं है - लेकिन इससे भी बढ़िया तरीका है। जोड़ें सभी अंकों तक ऊपर। यदि वह राशि 3 से विभाज्य है, तो पूर्ण संख्या भी विभाज्य है। यदि योग 9 से विभाज्य है, तो पूर्ण संख्या भी होती है।

अंक जोड़ना क्यों काम करता है? एक दस $9 + 1$ है, और एक सौ $99 + 1$ है। $9 \leq$ और $99 \leq$ हमेशा 3 और 9 द्वारा समान रूप से भाग दें होते हैं, इसलिए जांचने के लिए जो कुछ बचा है वह छोटा $+1 \leq$ है - प्रत्येक अंक के लिए एक। अंकों का योग बिल्कुल यही मायने रखता है। यदि अंकों का योग अभी भी एक बड़ी संख्या है, तो बस उसके अंकों को फिर से जोड़ें करें। आप तब तक दोहरा सकते हैं जब तक संख्या आपके दिमाग में जांचने के लिए पर्याप्त छोटी न हो जाए।

व्यावहारिक उदाहरण क्या 741, 3 से विभाज्य है? क्या यह 9 से विभाज्य है?

1. जोड़ें अंक: $7 + 4 + 1 = 12$ ।

2. $12 = 3 \times 4$, इसलिए 741, 3 से विभाज्य है।

3. लेकिन 12, 9 से विभाज्य नहीं है (9 एक बार 3 के बचे रहने पर फिट बैठता है), इसलिए 741, 9 से विभाज्य नहीं है। उत्तर: 3 से विभाज्य: हाँ। 9 से विभाज्य: नहीं।

वास्तविक दुनिया में अवशेष

जब भी वास्तविक चीजें पूरी तरह से विभाजित होने से इनकार करती हैं तो शेष दिखाई देते हैं - लोग, कारें, बक्से, सप्ताह के दिन। गणित आपको भागफल और शेषफल देता है, लेकिन असली सवाल यह तय करता है कि उनके साथ क्या करना है।

कभी-कभी शेष ही उत्तर होता है: “आपके लिए कितनी कुकीज़ बची हैं?” कभी उत्तर को अगली पूर्ण संख्या तक बढ़ाते हैं: यदि 26 बच्चों के लिए 4 बच्चों वाली गाड़ियाँ चाहिए, तो छह गाड़ियों में 24 बच्चे बैठेंगे और 2 बच्चे बाहर रहेंगे — इसलिए 7वीं गाड़ी चाहिए। कभी पिछली पूर्ण संख्या लेते हैं: 26 अंडों से आप 12 अंडों वाले केवल 2 पूरे डिब्बे भर सकते हैं। भाग वही है, लेकिन तीन अलग उत्तर हैं। हमेशा पूछें कि शेष का क्या अर्थ है।

कारगर उदाहरण एक शिविर में 30 बच्चे हैं। प्रत्येक तंबू 4 सोता है। शिविर को कितने तंबूओं की आवश्यकता है?

1. भाग दें: $7 \times 4 = 28$ के बाद से $30 \div 4 = 7$ शेष 2।

2. शेष 2 बच्चे हैं - असली बच्चे जिन्हें अभी भी सोने के लिए कहीं न कहीं चाहिए।

3. राउंड अप: पिछले 2 बच्चों के लिए 7 पूर्ण टेंट और 1 अधिक। उत्तर: 8 टेंट

याद रखें

★2, 5, और 10 के लिए, केवल अंतिम अंक मायने रखता है - शेष संख्या शेष नहीं रह सकती।

★3 और 9 के लिए, जोड़ें अंक; यदि योग अभी भी बड़ा है, तो जोड़ें उसके अंक फिर से।

★शेषफल हमेशा आपके द्वारा भाग दें संख्या से छोटा होता है - यदि ऐसा नहीं है, तो आप एक और राउंड निपटा सकते हैं।

★शब्द समस्याओं में, बचा हुआ भाग वास्तविक है: उत्तर देने से पहले तय करें कि इसे रखना है, पूर्णांकित करना है या पूर्णांकित करना है।

अब आप प्रयास करें

1) आपके पास 10 स्टिकर और 2 मित्र हैं। क्या आप बिना कुछ बचे स्टिकरों को समान रूप से साझा कर सकते हैं?

उत्तर: _____

2) जब आप 17 मार्बल्स को 5 बच्चों के बीच समान रूप से साझा करते हैं तो क्या बचता है?

उत्तर: _____

3) क्या 74, 2 से विभाज्य है?

उत्तर: _____

4) क्या 85, 10 से विभाज्य है?

उत्तर: _____

5) क्या 522, 3 से विभाज्य है?

उत्तर: _____

6) क्या 4,608, 9 से विभाज्य है?

उत्तर: _____

7) आप 50 मफिन को 6 के बक्सों में पैक करें। जितना हो सके उतने डिब्बे भरने के बाद, कितने मफिन बचे हैं?

उत्तर: _____

8) जब 100 को 9 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है? (संकेत: अंक-योग युक्ति आजमाएँ।) उत्तर: _____

उत्तर - स्वयं जांचें

1. हाँ
2. शेष 2
3. हाँ
4. नहीं
5. हाँ
6. हाँ
7. **2**
8. शेष 1