

ज्यामिति

पूरा सिलेबस

Illustrative Mathematics® 9-12 AGA (v.360)

8 इकाइयाँ • इकाई लक्ष्य • अनुभाग लक्ष्य • पाठ-दर-पाठ रूपरेखा

स्रोत: <https://accessim.org/9-12-aga/geometry?a=teacher>

लाइसेंस प्राप्त CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

पाठ्यक्रम अवलोकन

Illustrative Mathematics 9-12 AGA पाठ्यक्रम की ज्यामिति 8 इकाइयों में व्यवस्थित है। छात्र निर्माणों और कठोर परिवर्तनों से शुरुआत करते हैं, फिर त्रिभुजों और चतुर्भुजों को सर्वांगसम साबित करते हैं। वे समरूप समकोण त्रिभुजों और पाइथागोरस प्रमेय सहित समरूपता का अध्ययन करते हैं, फिर समकोण-त्रिकोण त्रिकोणमिति का निर्माण करते हैं। वे समन्वय ज्यामिति की ओर मुड़ने से पहले ठोस-क्रॉस-सेक्शन, स्केलिंग और आयतन- के बारे में तर्क करते हैं, जहां वे बीजगणितीय रूप से प्रमेयों को सिद्ध करते हैं और वृत्तों और परवलय के समीकरण के साथ काम करते हैं। वे वृत्तों की ज्यामिति (जीवा, चाप, उत्कीर्ण कोण, स्पर्शरेखा, सेक्टर और रेडियन) का अध्ययन करते हैं, और वे सशर्त प्रायिकता के साथ वर्ष का समापन करते हैं।

इकाई अनुक्रम है:

- यूनिट 1: निर्माण और कठोर परिवर्तन
- इकाई 2: सर्वांगसमता
- यूनिट 3: समरूपता
- यूनिट 4: समकोण त्रिभुज त्रिकोणमिति
- इकाई 5: ठोस ज्यामिति
- इकाई 6: निर्देशांक ज्यामिति
- इकाई 7: वृत्त
- यूनिट 8: सशर्त प्रायिकता

प्रत्येक इकाई को अक्षरांकित अनुभागों (ए, B, C, D, E जैसा लागू हो) में विभाजित किया गया है, और प्रत्येक अनुभाग दैनिक पाठों का एक क्रम है। वैकल्पिक पाठ नोट किये गये हैं।

यूनिट 1: निर्माण और कठोर परिवर्तन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी परकार और बिना माप वाली सीधी पटरी से रचनाएँ करते हैं। वे निर्देशांक ग्रिड के बिना दृढ़ गतियाँ—परावर्तन, स्थानांतरण और घूर्णन—परिभाषित करते हैं, सममितियों का वर्णन करते हैं और रूपांतरणों से रेखाओं, कोणों तथा समांतर रेखाओं के प्रमेय सिद्ध करते हैं।

इकाई का विवरण

यह इकाई निर्माण से शुरू होती है, कठोर परिवर्तनों तक जारी रहती है, और प्रूफ लेखन के परिचय के साथ समाप्त होती है। ग्रेड 8 में, छात्रों ने कठोर परिवर्तनों के कोण-संरक्षण और लंबाई-संरक्षण गुणों को प्रयोगात्मक रूप से निर्धारित किया, ज्यादातर एक समन्वय ग्रिड की मदद से। छात्रों ने पहले कोण गुणों का भी अध्ययन किया है जिसे वे इस इकाई में साबित करेंगे।

ज्यामिति की तार्किक नींव में निर्माण महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। इस इकाई का फोकस छात्रों को दिए गए मापों की सहायता के बिना समतल में आकृतियों के गुणों का पता लगाना है। इस बिंदु पर, छात्रों ने संख्याओं, समीकरण, चर, समन्वय ग्रिड और अन्य मात्रात्मक संरचनाओं के साथ इतना काम किया है कि यह आश्चर्य की बात हो सकती है कि वे दूरियों या कोणों को मापे बिना ज्यामिति में अवधारणाओं को कितनी दूर तक आगे बढ़ा सकते हैं।

इकाई की शुरुआत में, छात्रों को रेखाओं और चापों की अनौपचारिक खोज से आगे बढ़ने और उनके निर्माण के आधार पर अनुमान लगाने और औचित्य लिखने का अवसर मिलता है। वृत्त की परिभाषा इस इकाई और पूरे पाठ्यक्रम में अवधारणाओं के लिए एक महत्वपूर्ण आधार है।

इसके बाद, छात्र पिछली कक्षाओं के परिवर्तनों को याद करते हैं और ग्रिड के बजाय निर्माण उपकरणों का उपयोग करके कठोर गति बनाना सीखते हैं। इससे समन्वय ग्रिड के संदर्भ के बिना घूर्णन, प्रतिबिंब और स्थानांतरण की कठोर परिभाषाएँ प्राप्त होती हैं।

अंत में, छात्र प्रमेयों को सिद्ध करने के लिए सीखी गई परिभाषाओं का उपयोग करना शुरू करते हैं। वे गणितज्ञों द्वारा उपयोग किए जाने वाले अधिक औपचारिक बिंदु-दर-बिंदु परिवर्तन प्रमाणों की ओर अस्पष्ट बयानों ("ऐसा दिखता है ...") से आगे बढ़ते हुए, अपने तर्क को अधिक औपचारिक रूप से व्यक्त करना शुरू करते हैं।

दूसरे खंड से शुरू करते हुए, छात्रों के लिए एक खाली संदर्भ चार्ट प्रदान किया जाता है, और शिक्षकों के लिए एक पूर्ण संदर्भ चार्ट प्रदान किया जाता है। संदर्भ चार्ट छात्रों के लिए एक संसाधन है जिसे वे औपचारिक तर्क देते समय संदर्भित कर सकते हैं। छात्र पूरे पाठ्यक्रम के दौरान इसे जोड़ते रहेंगे। अधिक जानकारी के लिए कोर्स गाइड देखें।

अनुभाग ए: निर्माण

खंड के लक्ष्य

- निर्देशों से एक निर्माण बनाएँ.
- निर्माण चरणों का सटीक वर्णन करें.
- आकृतियों में लंबाई के बारे में तर्क करने के लिए किसी निर्माण में वृत्तों का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र निर्माण तकनीकों की एक सूची विकसित करने के लिए कठोर परकार और सीधे किनारों का उपयोग करते हैं जिनका उपयोग वे विभिन्न प्रकार की आकृतियों के निर्माण के लिए कर सकते हैं। छात्र निर्देशों का पालन करके और आंकड़ों के बारे में अवलोकन करके शुरुआत करते हैं। फिर वे अपने स्वयं के निर्देश लिखते हैं और अपने संचार में सटीकता सुनिश्चित करने के तरीकों की पहचान करते हैं। एकाधिक पाठों में लंबवत रेखाएँ शामिल हैं। यह मुख्य बिल्डिंग ब्लॉक छात्रों को इस खंड में समानांतर रेखाएँ और वर्ग बनाने की अनुमति देता है। लंब समद्विभाजक का उपयोग इस इकाई में बाद में और पक्ष के प्रमाण में "प्रतिबिंब" शब्द की परिभाषा के लिए किया जाता है।

अगली इकाई में पार्श्व-भुजा त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय। प्रत्येक निर्माण तकनीक छात्रों को ज्यामितीय वस्तुओं की उनकी परिभाषाओं और उनकी सोच को समझाने की क्षमता को परिष्कृत करने में सहायता करती है। समापन पाठ में, छात्र वास्तविक दुनिया की स्थिति में संसाधनों के आवंटन के बारे में सवालों के जवाब देने के लिए लंबवत द्विभाजक के साथ अपने अनुभवों का निर्माण करते हैं।

पाठ

1. इसे बनाएं - आइए आकृतियों को सटीक रूप से बनाने के लिए टूल का उपयोग करें।
2. पैटर्न का निर्माण - आइए पैटर्न बनाने के लिए कम्पास और स्ट्रेटएज निर्माण का उपयोग करें।
3. निर्माण तकनीक 1: लंबवत समद्विभाजक - आइए समान दूरियों का पता लगाएं।
4. निर्माण तकनीकें 2: समबाहु त्रिभुज - आइए पहचानें कि एक नियमित षट्भुज के निर्माण में कौन सी आकृतियाँ संभव हैं।
5. निर्माण तकनीकें 3: लंबवत रेखाएं और कोण समद्विभाजक - आइए कुछ निर्माण चुनौतियों को हल करने के लिए उपकरणों का उपयोग करें।
6. निर्माण तकनीकें 4: समानांतर और लंबवत रेखाएं - आइए समानांतर और लंबवत रेखाएं सटीक रूप से खींचने के लिए उपकरणों का उपयोग करें।
7. निर्माण तकनीकें 5: वर्ग - आइए वर्गों के निर्माण के लिए स्ट्रेटएज और कंपास चाल का उपयोग करें।
8. निर्माण के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करना (वैकल्पिक) - आइए एक आरेख बनाने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करें।
9. शीघ्र वितरण - आइए लंबवत समद्विभाजक का उपयोग करें।

अनुभाग B: कठोर परिवर्तनों को परिभाषित करना

खंड के लक्ष्य

- समझें कि कठोर परिवर्तन दूरी और कोणों को संरक्षित करके सर्वांगसम आंकड़े उत्पन्न करते हैं।
- किसी दिए गए चित्र के परिवर्तन का परिणाम बनाएं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र ग्रिड के चालू और बंद दोनों परिवर्तनों का अध्ययन करते हैं। ग्रिड की संरचना प्रदान करने से छात्रों को पिछले पाठ्यक्रमों में अपने सीखने के साथ संबंध बनाने की अनुमति मिलती है। फिर छात्र ग्रिड से बाहर लागू होने वाली कठोर गतियों, स्थानांतरणों, प्रतिबिंबों और घुमावों की सटीक परिभाषाएँ सीखते हैं। छात्रों को याद है कि यदि कोई कठोर परिवर्तन होता है जो एक आकृति को दूसरे तक ले जाता है तो आकृतियों को सर्वांगसम कहा जाता है। वे इस विचार की जाँच करते हैं कि कठोर गतियाँ विभिन्न संदर्भों में दूरियाँ और कोण बनाए रखती हैं। बाद के अनुभागों और इकाइयों में, छात्र प्रमेयों को सिद्ध करने के लिए यहां उत्पन्न सटीक परिभाषाओं का उपयोग करते हैं। यह अनुभाग जानबूझकर छात्रों को नई दिनचर्या सीखने और वर्ष के लिए मानदंड स्थापित करने के लिए अतिरिक्त समय देता है।

पाठ

1. कठोर परिवर्तन - आइए कुछ परिवर्तन बनाएं।
2. प्रतिबिंबों को परिभाषित करना - आइए कुछ आंकड़ों को प्रतिबिंबित करें।
3. स्थानांतरण को परिभाषित करना - आइए कुछ आंकड़ों का स्थानांतरण करें।
4. घुमावों को शामिल करना - आइए कुछ परिवर्तन बनाएं।
5. घूर्णन को परिभाषित करना - आइए आकृतियों को सटीक रूप से घुमाएँ।

अनुभाग C: कठोर परिवर्तनों के साथ कार्य करना

खंड के लक्ष्य

- उन परिवर्तनों का उपयोग करके किसी आकृति की समरूपताओं का वर्णन करें जो आकृति को अपने आप में ले लेते हैं।
- किसी दी गई आकृति को दूसरी आकृति में बदलने के लिए परिवर्तनों के अनुक्रम की व्याख्या करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र उन कठोर परिवर्तनों की जांच करते हैं जो स्वयं कुछ आकार लेते हैं, जिन्हें अन्यथा समरूपता के रूप में जाना जाता है। फिर छात्र कठोर परिवर्तनों के अनुक्रम का वर्णन करना जारी रखते हैं जो एक आकृति को दूसरी, सर्वांगसम, आकृति तक ले जाते हैं। छात्रों को भविष्य के सर्वांगसमता प्रमाणों के लिए तैयार करने के लिए, छात्र परिवर्तनों के एक व्यवस्थित, बिंदु-दर-बिंदु अनुक्रम के साथ आना शुरू करते हैं जो सर्वांगसम बहुभुजों की किसी भी जोड़ी को एक दूसरे पर ले जाने के लिए काम करेगा। यदि छात्रों को इस रणनीति के साथ अतिरिक्त अभ्यास की आवश्यकता है तो एक वैकल्पिक पाठ है। बिंदु-दर-बिंदु परिप्रेक्ष्य ग्रिड पर "चाल" के रूप में परिवर्तनों के बारे में सोचने से लेकर फलनों के रूप में परिवर्तनों के बारे में सोचने तक के संक्रमण को भी दर्शाता है जो बिंदुओं को इनपुट के रूप में लेते हैं और बिंदुओं को आउटपुट के रूप में उत्पन्न करते हैं। फलनों के रूप में परिवर्तनों की अवधारणा को बाद की इकाई में और विकसित किया गया है जो समन्वय ज्यामिति की पड़ताल करती है। यह अनुभाग जानबूझकर छात्रों को नई दिनचर्या सीखने और वर्ष के लिए मानदंड स्थापित करने के लिए अतिरिक्त समय देता है।

पाठ

1. समरूपता - आइए आकृतियों की कुछ समरूपताओं का वर्णन करें।
2. अधिक समरूपता - आइए आकृतियों की अधिक समरूपता का वर्णन करें।
3. कठोर परिवर्तनों के साथ कार्य करना - आइए रूपांतरित आंकड़ों की तुलना करें।
4. बिंदु-दर-बिंदु परिवर्तनों का अभ्यास करना (वैकल्पिक) - आइए कुछ परिवर्तनों का पता लगाएं।

धारा D: साक्ष्य और सबूत

खंड के लक्ष्य

- सटीक अनुमान लिखने के लिए आरेखों को लेबल करें।
- रेखाओं और कोणों के बारे में प्रमेय सिद्ध करें।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्र कोण संबंधों के बारे में अनुमान लगाते हैं और कठोर परिवर्तनों के बारे में जो वे जानते हैं उसका उपयोग करके उन्हें साबित करते हैं। प्राथमिक कार्य प्रूफ-लेखन कौशल पर है। औचित्य पर ध्यान केंद्रित करने के लिए, कई प्रमाण उन विचारों के लिए हैं जिनसे छात्रों को पहली बार पिछली कक्षाओं में परिचित कराया गया था, जैसे पूरक, पूरक, ऊर्ध्वाधर और आसन्न कोण। छात्र पिछले अनुभाग की कठोर परिभाषाओं और कुछ दावों का उपयोग करके त्रिभुज कोण योग प्रमेय को भी सिद्ध करते हैं। छात्र अपने तर्क को अधिक औपचारिक रूप से व्यक्त करने के तरीके सीख रहे हैं। विद्यार्थियों से अपेक्षा करें कि वे औपचारिकता के विभिन्न स्तरों के साथ एक साथ स्पष्टीकरण प्रस्तुत करें। इस अनुभाग के अंत तक प्रूफ लेखन में महारत हासिल होने की उम्मीद नहीं है। छात्रों के लिए एक अधिक उचित लक्ष्य यह है कि वे सर्वांगसमता दर्शाने के लिए आकृतियों को लगातार लेबल और चिह्नित करें जिससे उन्हें अधिक सटीक रूप से संवाद करने में मदद मिलती है। इन सामग्रियों में सभी प्रमाण कथात्मक रूप में लिखे गए हैं। कथा प्रारूप उस चर्चा से मेल खाता है जिसका उपयोग छात्रों को अपने साथी को समझाने के लिए करना पड़ सकता है, और यह गणितज्ञों द्वारा प्रमाण लिखने के तरीके से भी मेल खाता है।

पाठ

1. साक्ष्य, कोण और सबूत - आइए ठोस स्पष्टीकरण दें।
2. रूपांतरण, तिर्यक रेखा, और प्रमाण - आइए समानांतर रेखाओं के बारे में कथनों को सिद्ध करें।
3. एक सौ अस्सी - आइए त्रिभुज कोण योग प्रमेय को सिद्ध करें।

अनुभाग E: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. अब आप क्या बना सकते हैं? (वैकल्पिक) - आइए कुछ रचनात्मक आकृतियाँ बनाएँ।

इकाई 2: सर्वांगसमता

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी दृढ़ रूपांतरणों के आधार पर तर्क देकर आकृतियों की सर्वांगसमता सिद्ध करते हैं। वे त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय (SSS, SAS, ASA), लंब समद्विभाजक प्रमेय और चतुर्भुजों के कई प्रमेय सिद्ध करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र विभिन्न प्रकार के आंकड़ों को सर्वांगसम सिद्ध करते हैं। वे खंडों (2 शीर्ष), फिर त्रिकोण (3 शीर्ष), और अंत में चतुर्भुज (4 शीर्ष) से शुरू होते हैं। इस इकाई को शुरू करने से पहले, छात्र पिछली इकाई के कठोर परिवर्तनों और अनुरूपता से परिचित होते हैं। इस इकाई में त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय अगली इकाई में त्रिभुज समरूपता की नींव रखते हैं।

पहला खंड सर्वांगसमता स्थापित करने पर केंद्रित है। विद्यार्थी मिडिल स्कूल से याद करते हैं कि यदि दो आकृतियाँ सर्वांगसम हैं, तो आकृतियों के संगत भागों का प्रत्येक जोड़ा भी सर्वांगसम होता है। इसके बाद, छात्र यूक्लिडियन ज्यामिति के त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेयों को सही ठहराने के लिए कठोर परिवर्तनों का उपयोग करते हैं:

पार्श्व-भुजा-भुजा त्रिभुज सर्वांगसमता, भुजा-कोण-भुजा त्रिभुज सर्वांगसमता, और कोण-पक्ष-कोण त्रिभुज सर्वांगसमता। छात्र यह उचित ठहराते हैं कि मानदंडों के प्रत्येक सेट के लिए, कठोर गतियों का एक क्रम मौजूद है जो एक त्रिकोण को दूसरे पर ले जाएगा।

पिछली इकाई में, छात्रों ने अपनी प्रतिक्रियाओं को उचित ठहराना शुरू किया। इस इकाई में, छात्र अधिक कठोर प्रमाण लिखते हैं। सबसे पहले, छात्र अपने विचारों को व्यक्त करने के लिए अस्पष्ट भाषा का उपयोग कर सकते हैं। पूरी इकाई में वे उदाहरण पढ़ेंगे, किसी साथी को विचारों को समझाने का अभ्यास करेंगे, और भविष्य के प्रमाणों में उपयोग करने के लिए सटीक कथनों का संदर्भ तैयार करेंगे। प्रमाण लिखने का मतलब केवल किसी और के दावे के कारण प्रदान करना नहीं है, एक व्यवहार्य तर्क के निर्माण में अनुमान लिखना और दी गई जानकारी का विवरण देना शामिल है।

छात्र परिवर्तनों का उपयोग करके सर्वांगसमता प्रमाण लिखते हैं ताकि परिणामी प्रमेयों का उपयोग तर्क को दोहराए बिना भविष्य के काम में किया जा सके। छात्रों द्वारा खोजे जाने वाले कई अनुप्रयोगों में चतुर्भुज शामिल हैं। छात्र चतुर्भुजों के बारे में सिद्ध किए गए प्रमेयों का उपयोग बाद में समन्वय ज्यामिति में करेंगे क्योंकि वे चतुर्भुजों के बारे में अतिरिक्त परिणाम साबित करने के लिए बीजगणितीय तरीकों का उपयोग करते हैं।

खंड ए: सर्वांगसम आंकड़े

खंड के लक्ष्य

- अनुरूप भागों को स्थापित करने वाले सर्वांगसम कथनों को समझें और उत्पन्न करें।
- कठोर परिवर्तनों के बारे में तर्क देकर पुष्टि करें कि आंकड़े सर्वांगसम हैं या नहीं।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्र साबित करते हैं कि यदि त्रिभुज सर्वांगसम हैं, तो सभी संगत भागों को सर्वांगसम होना चाहिए, और वे उस भाषा को विकसित करना शुरू करते हैं जिसका उपयोग वे त्रिभुज सर्वांगसम प्रमेयों को सिद्ध करने के लिए करेंगे। जैसे-जैसे छात्र प्रमाण के अध्ययन के माध्यम से आगे बढ़ते हैं, उनके पास अपने स्वयं के प्रमाण बनाने के साथ-साथ तेजी से औपचारिक भाषा के मॉडल देखने का अवसर होता है जिसके साथ वे अपने तर्क व्यक्त कर सकते हैं। छात्रों के लिए कथनों और कारणों का एक बैंक बनाने से औपचारिक भाषा के साथ प्रमाण लिखने की संज्ञानात्मक मांग को कम करने में मदद मिलती है ताकि छात्र प्रत्येक नए प्रमाण की तार्किक सुसंगतता पर ध्यान केंद्रित कर सकें। इस अनुभाग में और बाद के अनुभागों में, छात्र प्रमाण के लिए उपयोग करने के लिए कथन विकसित करते हैं, जैसे "चूंकि शीर्ष एक ही किरण के साथ समान दूरी पर हैं, इसलिए उन्हें एक ही स्थान पर होना चाहिए। मुझे पता है कि बिंदु समापन बिंदु से समान दूरी पर हैं क्योंकि कठोर परिवर्तन दूरी बनाए रखते हैं।" जोड़ में प्रमाण के प्रत्येक भाग के लिए भाषा विकसित करने के लिए, छात्र प्रमाणों को समेकित करने में मदद के लिए प्रमेय भी विकसित करते हैं। इस खंड में छात्र साबित करते हैं कि खंडों का कोई भी जोड़ा समान लंबाई वाला होना चाहिए

सर्वांगसम इससे छात्रों को सर्वांगसम आकृतियों के भविष्य के प्रमाणों में पक्षों की एक जोड़ी को पंक्तिबद्ध करने के लिए परिवर्तनों के अनुक्रम का वर्णन करना छोड़ देना पड़ता है।

पाठ

1. सर्वांगसम भाग, भाग 1 - आइए जानें कि आकृतियों में संगत भुजाओं और कोणों का सर्वांगसमता से क्या संबंध है।
2. सर्वांगसम भाग, भाग 2 - आइए आकृतियों को उन तरीकों से नाम दें जो हमें संबंधित भागों को देखने में मदद करते हैं।
3. सर्वांगसम त्रिभुज, भाग 1 - आइए यह सुनिश्चित करने के लिए कठोर परिवर्तनों का उपयोग करें कि दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं।
4. सर्वांगसम त्रिभुज, भाग 2 - आइए यह पता लगाने के लिए कठोर परिवर्तनों का उपयोग करें कि क्या त्रिभुज सर्वांगसम हैं।
5. बिंदु, खंड और ज़िगज़ैग - आइए जानें कि खंड कब सर्वांगसम होते हैं।

अनुभाग B: त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय

खंड के लक्ष्य

- उन स्थितियों की पहचान करें जहां साइड-साइड-साइड, एंगल-साइड-एंगल और साइड-एंगल-साइड त्रिकोण सर्वांगसमता प्रमेय लागू होते हैं।
- नए प्रमाण लिखने के लिए त्रिभुजों के बारे में पहले से सिद्ध प्रमेयों का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्र तीन त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेयों को सिद्ध करते हैं और अन्य अनुमानों को सिद्ध करने के लिए इन प्रमेयों को लागू करते हैं। छात्र इस खंड की शुरुआत भुजा-कोण-भुजा और कोण-पक्ष-कोण त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेयों को सिद्ध करने के कौशल के साथ करते हैं। फिर वे साइड-साइड-साइड त्रिकोण सर्वांगसमता प्रमेय के प्रमाण में इसका उपयोग करने के लिए लंबवत द्विभाजक प्रमेय को साबित करने के लिए रुकते हैं। त्रिभुज सर्वांगसमता के अस्पष्ट मामले, साइड-साइड-एंगल के लिए एक वैकल्पिक पाठ है। इस वैकल्पिक पाठ को पूरा करने से छात्रों को यह बेहतर ढंग से समझने में मदद मिल सकती है कि किन स्थितियों में दो भुजाएँ जानना और उनके बीच एक कोण न होना एक अद्वितीय त्रिभुज को परिभाषित करता है। यह पाठ छात्रों को यह समझने के लिए तैयार करता है कि भविष्य के पाठ्यक्रम में त्रिकोणमिति का अध्ययन करते समय साइन का नियम और कोसाइन का नियम कब अस्पष्ट परिणाम दे सकते हैं। त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय को लागू करने में अक्सर कुछ गुणों के साथ त्रिभुज बनाने के लिए जानबूझकर सहायक रेखाएँ खींचना शामिल होता है। छात्र पूरे अनुभाग में इस कौशल का अभ्यास करते हैं।

पाठ

1. भुजा-कोण-भुजा त्रिभुज सर्वांगसमता - आइए आकृतियों के सभी भागों को मापे बिना, यह पता लगाने के लिए परिभाषाओं और प्रमेयों का उपयोग करें कि आकृतियों के बारे में क्या सच होना चाहिए।
2. कोण-भुजा-कोण त्रिभुज सर्वांगसमता - आइए देखें कि क्या हम माप के अन्य सेट साबित कर सकते हैं जो गारंटी देते हैं कि त्रिकोण सर्वांगसम हैं, और उन प्रमेयों को लागू कर सकते हैं।
3. लम्ब समद्विभाजक प्रमेय - आइए स्वयं को आश्चस्त करें कि हमने लम्ब समद्विभाजक के बारे में जो अनुमान लगाया है वह सच होना चाहिए।
4. साइड-साइड-साइड त्रिकोण सर्वांगसमता - आइए जानें कि क्या साइड-साइड-साइड यह गारंटी देने के लिए पर्याप्त जानकारी है कि त्रिकोण सर्वांगसम हैं।
5. प्रमाणों का अभ्यास करना - आइए प्रमाणों और सर्वांगसमता के बारे में हमने जो सीखा है उसका अभ्यास करें।
6. साइड-साइड-एंगल (कभी-कभी) सर्वांगसमता (वैकल्पिक) - आइए त्रिभुज सर्वांगसमता मानदंडों का पता लगाएं जो अस्पष्ट हैं।

अनुभाग C: चतुर्भुजों के बारे में प्रमाण

खंड के लक्ष्य

- चतुर्भुजों और निर्माणों के बारे में दूसरों के औचित्य की आलोचना करें।
- चतुर्भुजों के बारे में नए प्रमाण लिखने के लिए पहले सिद्ध प्रमेयों का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्र अधिक प्रमाण लिखने के लिए त्रिभुज सर्वांगसमता प्रमेय को लागू करते हैं। वे चतुर्भुजों के विकर्णों, कोण के समद्विभाजक और समद्विबाहु त्रिभुजों पर विचार करते हैं। छात्रों को प्रमाण प्रक्रिया के सभी पहलुओं में शामिल होने का अवसर मिलता है: अनुमान लगाना, सिद्ध किए जाने वाले विशिष्ट कथनों का विवरण देना, प्रमाण लिखना और प्रमाण की आलोचना करना। वे सहायक रेखाएँ बनाना जारी रखते हैं और अतिव्यापी त्रिभुजों की चुनौती का सामना करते हैं।

पाठ

1. चतुर्भुजों के बारे में प्रमाण - आइए चतुर्भुजों और उनके विकर्णों के बारे में प्रमेय सिद्ध करें।
2. समांतर चतुर्भुज के बारे में प्रमाण - आइए समांतर चतुर्भुज के बारे में प्रमेय सिद्ध करें।
3. इसे समद्विभाजित करें - आइए साबित करें कि जिन कुछ निर्माणों के बारे में हमने अनुमान लगाया था वे वास्तव में काम करते हैं।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. चतुर्भुजों के लिए सर्वांगसमता - आइए जांच करें कि चतुर्भुजों के लिए सर्वांगसमता त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता से किस प्रकार समान और भिन्न है।

यूनिट 3: समरूपता

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी दृढ़ रूपांतरणों से आगे पैमाना बदलना सीखते हैं और समरूप आकृतियों को परिभाषित करते हैं। वे कोण-कोण त्रिभुज समरूपता प्रमेय सिद्ध करते हैं, समरूप समकोण त्रिभुजों से पाइथागोरस प्रमेय और उसका विलोम सिद्ध करते हैं तथा समरूपता से समस्याएँ हल करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र आकृतियों के जोड़े के रूप में समरूप आकृतियों का पता लगाते हैं, जिनके लिए एक को कठोर परिवर्तनों के अनुक्रम और एक समरूप विस्तार के माध्यम से दूसरे पर ले जाया जा सकता है। इस इकाई का काम छात्रों की समरूपता के बारे में समझ पर विस्तार करता है, जो पहले ग्रेड 8 में सामने आई थी, और सर्वांगसमता पर पिछली इकाई में उनके काम पर विस्तार करती है।

इकाई समरूप विस्तार गुणों की खोज के साथ शुरू होती है, जिसमें यह विचार भी शामिल है कि कोणों को समरूप विस्तार के माध्यम से संरक्षित किया जाता है और रेखाओं को समरूप विस्तार के केंद्र के आधार पर स्वयं या समानांतर रेखाओं में ले जाया जाता है। फिर छात्र यह दिखाने के लिए कि आकृतियों की एक जोड़ी समान है, कठोर परिवर्तनों के साथ समरूप विस्तार का उपयोग करने का अभ्यास करते हैं और यह जानने के लिए अन्य तरीकों की तलाश करते हैं कि आकृतियों की एक जोड़ी समान होगी। इसके बाद इकाई समरूप त्रिभुजों पर अधिक बारीकी से ध्यान केंद्रित करती है, जिसमें कोण-कोण समरूपता प्रमेय जैसे प्रमेय और पाइथागोरस प्रमेय से कनेक्शन का परिचय दिया जाता है।

छात्र पूरी इकाई में अनुमान लिखने और उन्हें साबित करने पर ध्यान केंद्रित करते हैं। छात्रों को एक पैटर्न पर ध्यान देने, अनुमान लगाने, फिर प्रति-उदाहरण खोजने या प्रमाण के साथ अनुमान को सही ठहराने की प्रक्रिया से अधिक परिचित होना चाहिए।

अनुभाग ए: समरूप विस्तार के गुण

खंड के लक्ष्य

- समझें कि पैमाना बदलने पर कोण सर्वांगसम कोणों में बदलते हैं और रूपांतरण के केंद्र से न गुजरने वाली रेखाएँ समांतर रेखाओं में बदलती हैं।
- आकृतियों के स्केल्ड चित्र बनाएं और उनकी व्याख्या करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र समरूप विस्तार की अवधारणा की समीक्षा करते हैं और समरूप विस्तार के बाद कोणों के सर्वांगसम रहने और समरूप विस्तार के बाद समान या समानांतर रेखाओं पर ले जाने जैसी विशेषताओं पर ध्यान देने के लिए अपनी समझ का विस्तार करते हैं। छात्र समान समरूप विस्तार के बाद अज्ञात लंबाई खोजने के लिए समरूप विस्तार से पहले और बाद में खंड लंबाई के बराबर अनुपात लिखने का अभ्यास करते हैं। फिर, वे समरूप त्रिभुजों के एक विशेष मामले की जांच करते हैं जिसमें समरूप विस्तार का केंद्र त्रिभुज का एक शीर्ष है।

पाठ

- स्केल चित्र - आइए एक स्केल चित्र बनाएं।
- सौर मंडल का पैमाना (वैकल्पिक) - आइए अनुपात में बड़ा या छोटा करें आंकड़े देखें।
- समरूप विस्तार को मापना - आइए अनुपात में बड़ा या छोटा करें बहुभुजों को मापें।
- फैली हुई रेखाएँ और कोण - आइए अनुपात में बड़ा या छोटा करें रेखाएँ और कोण।
- समरूप विस्तार (भाग 1) के साथ त्रिभुज की भुजाओं को विभाजित करना - आइए त्रिभुजों की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को जोड़ने वाले खंड बनाएं।

अनुभाग B: समरूपता परिवर्तन और आनुपातिक तर्क

खंड के लक्ष्य

- समरूप आकृतियों के बारे में समरूपता कथन तैयार करें, और भुजाओं की लंबाई के बीच समतुल्य आनुपातिक संबंधों की पहचान करें।
- यह दिखाने के लिए कि दो त्रिभुज समरूप हैं, कोण-कोण त्रिभुज समरूपता प्रमेय और त्रिभुज कोण योग प्रमेय का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र समरूपता की गारंटी के लिए अन्य स्थितियों को विकसित करने के लिए समरूप आकृतियों की परिभाषा का उपयोग करते हैं, खासकर त्रिकोणों में। छात्र कुछ उदाहरणों से सामान्यीकरण करके अनुमान बनाने और साबित करने में अपने कौशल को विकसित करना जारी रखते हैं। छात्र कोण-कोण त्रिभुज समरूपता प्रमेय विकसित करते हैं, और एक वैकल्पिक पाठ छात्रों को त्रिभुज समरूपता प्रमेय के लिए अन्य संभावित स्थितियों का पता लगाने की अनुमति देता है।

पाठ

1. समरूपता और परिवर्तन को जोड़ना - आइए समरूप आकृतियों की पहचान करें।
2. परिवर्तनों के साथ समरूपता के बारे में तर्क - आइए समरूप त्रिभुजों का वर्णन करें।
3. क्या वे सभी समरूप हैं? - आइए साबित करें कि आकृतियाँ समरूप हैं।
4. त्रिभुज समरूपता के लिए शर्तें - आइए सिद्ध करें कि कुछ त्रिभुज समरूप हैं।
5. त्रिभुज समरूपता के लिए अन्य शर्तें (वैकल्पिक) - आइए सिद्ध करें कि अधिक त्रिभुज समरूप हैं।
6. समरूप विस्तार (भाग 2) के साथ त्रिभुज की भुजाओं को विभाजित करना - आइए त्रिभुजों में समानांतर खंडों की जांच करें।
7. आनुपातिक संबंधों के साथ अभ्यास करें (वैकल्पिक) - आइए आनुपातिक संबंधों में अज्ञात मान खोजें।

अनुभाग C: समकोण त्रिभुजों में समरूपता

खंड के लक्ष्य

- समकोण त्रिभुजों से संबंधित समस्याओं को हल करने के लिए समरूपता, आनुपातिकता और पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र समरूप समकोण त्रिभुजों का पता लगाते हैं जो समरूप त्रिभुजों के गुणों के लिए जोड़ में पाइथागोरस प्रमेय के उपयोग की अनुमति देते हैं। वे पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध करने के लिए समरूप त्रिभुजों के गुणों का भी उपयोग करते हैं, फिर अज्ञात लंबाई खोजने के लिए आनुपातिक संबंधों और पाइथागोरस प्रमेय का एक साथ उपयोग करने का अभ्यास करते हैं।

पाठ

1. पाइथागोरस प्रमेय और समरूपता का उपयोग करते हुए - आइए कर्ण तक खींची गई ऊंचाई वाले समकोण त्रिभुजों का पता लगाएं।
2. पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध करना - आइए पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध करें।
3. पाइथागोरस प्रमेय का व्युत्क्रम - आइए पाइथागोरस प्रमेय के व्युत्क्रम पर नजर डालें।
4. त्रिभुजों में सभी अज्ञात मान ज्ञात करना - आइए समकोण त्रिभुज में सभी अज्ञात मान ज्ञात करें।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. प्रतिबिंब समरूपता - आइए समस्याओं को हल करने के लिए समरूपता का उपयोग करें।

यूनिट 4: समकोण त्रिभुज त्रिकोणमिति

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी समकोण त्रिभुजों में अनुपात समझते हैं और कोसाइन, साइन तथा टैंजेंट को त्रिकोणमितीय अनुपातों के नाम देते हैं। वे त्रिकोणमिति से अज्ञात भुजाओं की लंबाई और कोणों के माप ज्ञात करते हैं तथा संदर्भ-आधारित समस्याएँ हल करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में छात्र समकोण त्रिभुजों में अनुपात की समझ विकसित करते हैं, जिससे कोसाइन, साइन और स्पशरिखा को त्रिकोणमितीय अनुपात नाम दिया जाता है।

इस इकाई को शुरू करने से पहले, छात्रों को समकोण त्रिभुज और समरूपता के बारे में काफी जानकारी होगी। उन्होंने ग्रेड 4 में समकोण त्रिभुजों की पहचान करना सीखा। छात्रों ने ग्रेड 8 में पाइथागोरस प्रमेय का अध्ययन किया, और ढलान के विचार को बनाने के लिए समरूप समकोण त्रिभुजों का उपयोग किया। यह इकाई इस व्यापक अनुभव पर आधारित है और परिचित संदर्भों में त्रिकोणमितीय अनुपात को आधार बनाती है।

पूरी इकाई में कई अवधारणाएँ निर्मित होती हैं। छात्र समकोण त्रिभुजों में भुजाओं की लंबाई की अनुपात की एक तालिका बनाने के लिए समरूप त्रिभुजों का उपयोग करके शुरुआत करते हैं। तालिका बनाने और उपयोग करने दोनों में समय लगाने से छात्रों को त्रिकोणमिति अनुपात के नाम सीखने से पहले एक ठोस आधार बनाने में मदद मिलती है।

छात्र "कोसाइन" और "साइन" शब्द सुनने से पहले कोसाइन और साइन के कॉलम के बीच पैटर्न देखते हैं। अगले पाठ में वे उस रिश्ते की जांच करते हैं, यह साबित करते हुए कि पूरक कोणों के लिए दो अनुपात बराबर हैं। समकोण त्रिभुज में न्यून कोणों की माप ढूँढना एक समान चाप का अनुसरण करता है, जहाँ छात्र पहले अनुमान लगाने के लिए तालिका का उपयोग करते हैं और फिर बाद के पाठ में सीखते हैं कि आर्कसाइन, आर्ककोसाइन और आर्कटैंजेंट का उपयोग करके पार्श्व माप दिए गए कोण माप की गणना कैसे करें।

जैसे ही छात्र भुजाओं की लंबाई मापते हैं और अनुपात की गणना करते हैं, परिशुद्धता पर चर्चा करने का अवसर मिलता है। इस इकाई में, अधिकांश मामलों में छात्र भुजाओं की लंबाई को निकटतम दहाई तक और कोण के माप को निकटतम डिग्री तक गोल करेंगे। जब छात्र संदर्भ में समस्याओं का समाधान करते हैं तो वे इस बात से जूझते हैं कि उनका उत्तर उचित है या नहीं, साथ ही रिपोर्ट करने के लिए सटीकता की उचित डिग्री भी है।

खंड ए: कोण और ढलान

खंड के लक्ष्य

- समझें कि समकोण त्रिभुज का एक न्यून कोण उस त्रिभुज की भुजाओं की सभी लंबाई अनुपात निर्धारित करता है।
- समकोण त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाई की अनुपात की तालिका का उपयोग करके अनुमानित भुजा की लंबाई या कोण माप को उचित ठहराएँ।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र त्रिकोणमिति की नींव बनाने के लिए समकोण त्रिभुजों के साथ काम करते हैं। वे इस विचार को मजबूत करने के लिए समरूप समकोण त्रिभुजों का वर्णन करने का अभ्यास करते हैं कि सर्वांगसम न्यून कोणों वाला कोई भी समकोण त्रिभुज समरूप होता है। छात्र इस समझ का विस्तार तब करते हैं जब वे समकोण त्रिभुजों के कई सेटों की भुजाओं की लंबाई के अनुपात के लिए डेटा उत्पन्न करते हैं। इन आंकड़ों को एक तालिका में व्यवस्थित किया जाता है जिसे छात्र समस्याओं पर लागू करते हैं। तालिका बनाने और उपयोग करने में समय लगाने से छात्रों को त्रिकोणमितीय अनुपात के नाम सीखने से पहले एक ठोस आधार स्थापित करने में मदद मिलती है। इस खंड में दो पाठ वैकल्पिक हैं क्योंकि मानक विशेष रूप से विशेष समकोण त्रिभुजों की मांग नहीं करते हैं। ये पाठ विशेष समकोण त्रिभुजों के साथ महत्वपूर्ण विचारों का अभ्यास करने का अवसर हैं, जिन्हें अक्सर कॉलेज प्रवेश परीक्षाओं में शामिल किया जाता है।

1. कोण और ढलान - आइए समकोण त्रिभुजों से संबंधित समस्याओं को हल करें।
2. आधा वर्ग (वैकल्पिक) - आइए वर्गों के विकर्णों के गुणों की जाँच करें।
3. आधा समबाहु त्रिभुज (वैकल्पिक) - आइए समबाहु त्रिभुजों की ऊँचाई के गुणों की जाँच करें।
4. समकोण त्रिभुजों में अनुपात - आइए समकोण त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाई में अनुपात की जाँच करें।
5. समकोण त्रिभुजों में अनुपात के साथ कार्य करना - आइए समकोण त्रिभुजों के बारे में समस्याओं का समाधान करें।

अनुभाग B: त्रिकोणमिति अनुपात को परिभाषित करना

खंड के लक्ष्य

- आर्ककोसाइन, आर्कसाइन और आर्कटेंजेंट का उपयोग करके समकोण त्रिभुजों में कोण माप की गणना करें।
- कोसाइन, साइन और स्पशरिखा का उपयोग करके समकोण त्रिभुजों में भुजाओं की लंबाई की गणना करें।
- संदर्भ में समस्याओं को हल करने के लिए त्रिकोणमिति का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र समस्याओं को हल करने के लिए त्रिकोणमिति का उपयोग करना सीखते हैं। वे सीखते हैं कि "कोसाइन," "साइन," और "स्पशरिखा" नाम उनकी अनुपात की तालिका के कॉलम से मेल खाते हैं और कैलकुलेटर में किसी दिए गए कोण के कोसाइन, साइन या स्पशरिखा को देखने का अभ्यास करते हैं। वे इन मानों का उपयोग समकोण त्रिभुजों की भुजाओं की लंबाई ज्ञात करने के लिए करते हैं। इसके बाद, छात्र कोसाइन और साइन के बीच संबंध की जाँच करते हैं, यह साबित करते हुए कि पूरक कोणों के लिए दोनों अनुपात बराबर हैं। अंत में, छात्र सीखते हैं कि दी गई भुजाओं की लंबाई और आर्कसाइन, आर्ककोसाइन और आर्कटेंजेंट का उपयोग करके समकोण त्रिभुज का कोण माप कैसे प्राप्त किया जाए। पूरे अनुभाग में छात्र अपने त्रिकोणमिति कौशल को कई संदर्भों में लागू करते हैं।

पाठ

1. त्रिकोणमितीय अनुपात के साथ कार्य करना - आइए कोसाइन, साइन और स्पशरिखा का उपयोग करके समस्याओं को हल करें।
2. समकोण त्रिभुजों में अनुपात को लागू करना - आइए समकोण त्रिभुज और त्रिकोणमिति का उपयोग करके समस्याओं को हल करें।
3. साइन और कोसाइन एक ही समकोण त्रिभुज में - आइए कोसाइन और साइन को जोड़ें।
4. त्रिकोणमिति वर्ग - आइए कुछ त्रिकोणमिति अनुपात के वर्गों को जोड़ें।
5. कोण खोजने के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात का उपयोग करना - आइए समकोण त्रिभुजों में कोण खोजने के लिए पीछे की ओर काम करें।

अनुभाग C: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. त्रिकोणमिति के साथ समस्याओं को हल करना - आइए समकोण त्रिभुजों के बारे में समस्याओं को हल करें।
2. पाई का अनुमान - आइए पाई के मान का अनुमान लगाएं।

इकाई 5: ठोस ज्यामिति

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी त्रिविमीय आकृतियों की मन में कल्पना करने का अभ्यास करते हैं। वे अनुप्रस्थ काट बनाते हैं, पैमाना बदलने पर पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन में बदलाव का अध्ययन करते हैं, Cavalieri के सिद्धांत से प्रिज्म, बेलन, पिरामिड और शंकु के आयतन सूत्र निकालते हैं तथा इस समझ से समस्याएँ हल करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र तीन आयामों में स्थानिक दृश्य का अभ्यास करते हैं। वे क्रॉस-सेक्शन स्केच करते हैं, समरूप विस्तार का अध्ययन करते हैं, आयतन सूत्र प्राप्त करते हैं, और समस्याओं को हल करने के लिए अपनी समझ को लागू करते हैं।

पिछली कक्षाओं में, छात्रों ने ठोस पदार्थों के कई पहलुओं का अध्ययन किया। ग्रेड 6 में, उन्होंने सतह के क्षेत्रफलों और समकोण आयताकार प्रिज्मों के आयतन की गणना शुरू की। उन्होंने इस समझ को ग्रेड 7 में सही प्रिज्म के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल तक और ग्रेड 8 में गोले, शंकु और सिलेंडर तक बढ़ाया। छात्रों ने ग्रेड 7 में त्रि-आयामी आकृतियों के क्रॉस-सेक्शन का भी वर्णन किया।

भविष्य के पाठ्यक्रमों में, इस इकाई में विकसित विजुअलाइज़ेशन कौशल वॉल्यूम की गणना करने के लिए कैलकुलस का उपयोग करते समय या तीन या अधिक आयामों में रैखिक बीजगणित का उपयोग करते समय लागू होंगे।

छात्र विभिन्न प्रकार के ठोस पदार्थों के घूर्णन और क्रॉस-सेक्शन के ठोस पदार्थों की जांच करके इकाई शुरू करते हैं। वे यह देखने के लिए क्रॉस-सेक्शन और समरूप विस्तार के बीच संबंध बनाते हैं कि पिरामिड के क्रॉस-सेक्शन को 0 और 1 के बीच स्केल कारकों के आधार के समरूप विस्तार के रूप में देखा जा सकता है। बाद में इकाई में वे कैवेलियरी के सिद्धांत को सीखते हैं: मान लीजिए कि दो ठोस पदार्थों की ऊंचाई समान है। यदि आधार से सभी दूरी पर, दो ठोसों के क्रॉस-सेक्शन का क्षेत्रफल समान है, तो ठोसों का आयतन समान होता है। समरूप विस्तार, क्रॉस-सेक्शन और कैवेलियरी के सिद्धांत की अवधारणाओं को विच्छेदन के साथ संयोजित करने से छात्रों को पिरामिड या शंकु के लिए आयतन सूत्र प्राप्त करने की अनुमति मिलती है।

जब छात्र स्थापित करते हैं कि k के माप गुणक द्वारा विस्तार क्षेत्रफलों को k^2 और वॉल्यूम को k^3 से गुणा करता है, तो यह स्केल किए गए क्षेत्रफल या आयतन और स्केल कारकों के बीच संबंध को चित्रित करने के लिए वर्गमूल और क्यूब रूट ग्राफ़ का उपयोग करने का अवसर प्रदान करता है। जबकि यह इकाई मूल फलनों का अध्ययन करने का प्राथमिक अवसर है, छात्र भविष्य के पाठ्यक्रमों में फलनों को ग्राफ़ करना और बिंदुओं, गुणांक और स्थिरांक के अर्थ की व्याख्या करना जारी रखेंगे।

इस इकाई में, छात्र यह मान सकते हैं कि जो सिलेंडर या प्रिज्म तिरछे दिखाई देते हैं वे वास्तव में तिरछे हैं, और जो सही दिखाई देते हैं वे सही हैं। समकोण सिलेंडर और प्रिज्म के लिए, यह इंगित करने के लिए समकोण चिह्नित नहीं किया जाएगा कि आधार पार्श्व सतहों पर समकोण पर हैं। जब तक अन्यथा न कहा जाए, दशमलव संख्या फॉर्म में दी गई सभी प्रतिक्रियाएं निकटतम दसवें तक पूर्णांकित की जाती हैं।

अनुभाग ए: क्रॉस-सेक्शन, स्केलिंग, और क्षेत्रफल

खंड के लक्ष्य

- वर्गमूल ग्राफ़ और गणना का उपयोग करके स्केल कारकों और क्षेत्रफलों के बीच संबंधों का वर्णन करें।
- त्रि-आयामी आकृतियों के एकाधिक क्रॉस-सेक्शन उत्पन्न करें।
- एक रैखिक अक्ष का उपयोग करके, द्वि-आयामी आकृति को घुमाकर बनाए गए त्रि-आयामी ठोस की पहचान करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र स्थानिक दृश्य का अभ्यास करते हैं। सबसे पहले वे घूर्णन के ठोस पदार्थों की जांच करके ऐसा करते हैं। फिर वे विभिन्न प्रकार के ठोस पदार्थों के क्रॉस-सेक्शन की जांच करते हैं। वे दिखाने के लिए भौतिक अभ्यावेदन बनाते हैं

पिरामिड के क्रॉस-सेक्शन को 0 और 1 के बीच के स्केल कारकों के आधार के समरूप विस्तार के रूप में देखा जा सकता है। छात्र क्रॉस-सेक्शन और अन्य दो-आयामी आकृतियों पर समरूप विस्तार के प्रभाव का अध्ययन करते हैं, यह स्थापित करते हुए कि k के माप गुणक द्वारा विस्तार करने पर क्षेत्रफल k^2 से गुणा हो जाते हैं। उन्हें इस ज्यामितीय संदर्भ में समीकरण $y = x^2$ से परिचित कराया गया है। वे $y = \sqrt{x}$ का प्रतिनिधित्व करने वाला एक ग्राफ़ बनाते हैं और इसका उपयोग स्केल किए गए क्षेत्रफल और स्केल कारकों के बीच संबंध को दर्शाने के लिए करते हैं।

पाठ

1. घूर्णन के ठोस - आइए त्रि-आयामी आकृतियाँ बनाने के लिए द्वि-आयामी आकृतियों को घुमाएँ।
2. ठोसों को काटना - आइए त्रि-आयामी ठोसों को काटकर क्रॉस-सेक्शन का विश्लेषण करें।
3. फैलाव द्वारा क्रॉस-सेक्शन बनाना - आइए समरूप विस्तार करके क्रॉस-सेक्शन बनाएं।
4. स्केलिंग और क्षेत्रफल - आइए देखें कि जब हम अनुपात में बड़ा या छोटा करें करते हैं तो आकृतियों का क्षेत्रफल कैसे बदलता है।
5. स्केलिंग और अनस्केलिंग - आइए विस्तारित आंकड़ों के क्षेत्रफलों और स्केल कारकों के बीच संबंधों की जांच करें।

अनुभाग B: ठोस पदार्थों को स्केल करना

खंड के लक्ष्य

- समझें कि किसी ठोस का माप गुणक k करने पर उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल k^2 गुना और आयतन k^3 गुना हो जाता है।
- क्यूब रूट ग्राफ़ और गणना का उपयोग करके स्केल कारकों और वॉल्यूम के बीच संबंधों का वर्णन करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र स्केलिंग के अपने अध्ययन को ठोस पदार्थों तक विस्तारित करते हैं। उन्होंने निष्कर्ष निकाला कि किसी ठोस को k के माप गुणक से फैलाने पर सभी लंबाई k , सतह क्षेत्रफलों को k^2 और आयतन को k^3 से गुणा हो जाता है। वे शामिल माप गुणक को खोजने के लिए स्केल किए गए पृष्ठीय क्षेत्रफल या आयतन से पीछे की ओर काम करते हैं, जिसके लिए घन जड़ों की शुरूआत की आवश्यकता होती है। छात्र $y = \sqrt[3]{x}$ का प्रतिनिधित्व करने वाला एक ग्राफ़ बनाते हैं और इसका उपयोग सवालियों के जवाब देने के लिए करते हैं कि आयतन में परिवर्तन संबंधित माप गुणक में परिवर्तनों को कैसे प्रभावित करते हैं।

पाठ

1. स्केलिंग ठोस - आइए देखें कि जब हम उन ठोस पदार्थों को अनुपात में बड़ा या छोटा करें करते हैं तो ठोस पदार्थों के पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन कैसे बदलते हैं।
2. समस्या की जड़ - आइए ग्राफ़ और स्थितियों का उपयोग करके वॉल्यूम, क्षेत्रफलों और स्केल कारकों के बीच संबंधों को देखें।
3. स्केलिंग की बात करें तो आइए लंबाई, सतह क्षेत्रफलों और आयतन के पैमाने कारकों के बीच आगे और पीछे जाने का अभ्यास करें।

अनुभाग C: प्रिज्म और सिलेंडर वॉल्यूम

खंड के लक्ष्य

- दायीं और तिरछी प्रिज्मों और सिलेंडरों से बने ठोस पदार्थों की मात्रा की गणना करें।
- प्रिज्म और सिलेंडर के आयतन ज्ञात करने के तरीकों के बीच संबंध स्पष्ट करें।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्र पिछली कक्षा के स्तरों से सिलेंडर के आयतन और पिछले पाठों से घूर्णन के ठोस पदार्थों पर दोबारा गौर करते हैं। फिर छात्रों को कैवलियरी के सिद्धांत से परिचित कराया जाता है: मान लीजिए कि दो ठोस पदार्थों की ऊंचाई समान है। यदि, आधार से सभी दूरी पर, दो ठोसों के क्रॉस-सेक्शन का क्षेत्रफल समान है, तो ठोसों का आयतन समान होता है। इससे यह विचार सामने आता है कि एक प्रिज्म या सिलेंडर का आयतन

आधार B वर्ग इकाइयों का क्षेत्रफल और h इकाइयों की ऊँचाई में Bh घन इकाइयों का आयतन होता है, चाहे आधार का आकार कुछ भी हो और चाहे ठोस तिरछा हो। यदि यहां और इकाई के शेष भाग में आवश्यक हो, तो छात्रों को त्रिभुजों, समांतर चतुर्भुजों और वृत्तों के क्षेत्रफलों के लिए सूत्र प्रदान करें। ध्यान दें कि "वृत्त का क्षेत्रफल" का उपयोग "वृत्त से घिरे क्षेत्र के क्षेत्रफल" के लिए आशुलिपि के रूप में किया जाता है।

पाठ

1. सिलेंडर वॉल्यूम - आइए सिलेंडर वॉल्यूम का विश्लेषण करें।
2. क्रॉस-सेक्शन और आयतन - आइए देखें कि क्रॉस-सेक्शन और आयतन कैसे संबंधित हैं।
3. प्रिज्म अभ्यास - आइए प्रिज्म और सिलेंडर के आयतन की गणना करें।

अनुभाग D: पिरामिड वॉल्यूम को समझना

खंड के लक्ष्य

- प्रिज्म, सिलेंडर, शंकु और पिरामिड के आयतन और आयाम की गणना करें।
- पिरामिडों के लिए आयतन सूत्र को अनौपचारिक रूप से उचित ठहराने के लिए अपघटन और कैवलियरी के सिद्धांत का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र एक पिरामिड या शंकु के आयतन के लिए सूत्र प्राप्त करने के लिए समरूप विस्तार, क्रॉस-सेक्शन और कैवलियरी के सिद्धांत की अवधारणाओं को विच्छेदन के साथ जोड़ते हैं। सबसे पहले, उन्होंने स्थापित किया कि कोई भी त्रिकोणीय पिरामिड जिसके आधार में क्षेत्रफल B वर्ग इकाइयाँ हैं और जिसकी ऊँचाई h इकाइयाँ हैं, उन्हें समान आयतन के दो अन्य त्रिकोणीय पिरामिडों के साथ जोड़कर मूल पिरामिड के समान आधार और ऊँचाई वाला एक प्रिज्म बनाया जा सकता है। प्रत्येक पिरामिड में प्रिज्म का $\frac{1}{3}$ आयतन होता है। इसलिए, मूल पिरामिड का आयतन $\frac{1}{3} Bh$ है। इसके बाद, छात्र एक सामान्य पिरामिड पर विचार करते हैं, और इसकी तुलना समान ऊँचाई और समान क्षेत्रफल के आधार वाले त्रिकोणीय पिरामिड से करते हैं। क्योंकि सभी संगत क्रॉस-सेक्शन का क्षेत्रफल बराबर है, कैवलियरी का सिद्धांत लागू होता है, और दोनों पिरामिडों का आयतन बराबर होता है। यह आयतन सूत्र को सभी पिरामिडों और शंकुओं तक विस्तारित करता है, भले ही आधार का विशेष आकार कुछ भी हो या ठोस तिरछा हो। फिर छात्रों को विभिन्न समस्याओं के लिए आयतन फार्मुलों को लागू करने का अभ्यास करने का अवसर मिलता है। इन गतिविधियों में बीजगणितीय हेरफेर के अवसर और गणितीय मॉडलिंग के पहलू शामिल हैं।

पाठ

1. प्रिज्म और पिरामिड - आइए पिरामिड और प्रिज्म के बीच संबंधों का वर्णन करें।
2. पिरामिड के लिए आयतन फॉर्मूला बनाना - आइए किसी भी पिरामिड या शंकु के आयतन के लिए एक फॉर्मूला बनाएं।
3. पिरामिडों के साथ कार्य करना - आइए समस्याओं को हल करने के लिए पिरामिड आयतन सूत्र का उपयोग करें।
4. सभी ठोसों को एक साथ रखना - आइए प्रिज्म, सिलेंडर, शंकु और पिरामिड के आयतन की गणना करें।

अनुभाग E: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। क्योंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई अनुभाग लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं होते हैं।

पाठ

1. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन - आइए समस्याओं को हल करने के लिए आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल का उपयोग करें।
2. आयतन और घनत्व - आइए समस्याओं को हल करने के लिए आयतन और घनत्व का उपयोग करें।

3. आयतन और रेखांकन - आइए समस्याओं को हल करने के लिए आयतन और रेखांकन का उपयोग करें।

इकाई 6: निर्देशांक ज्यामिति

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी रूपांतरणों को फलन मानकर, वृत्त और परवलय के समीकरणों, समांतर तथा लंब रेखाओं के समीकरणों, ज्यामितीय प्रमेयों के निर्देशांक-आधारित प्रमाणों और भारित औसतों पर काम करते हुए बीजगणित और ज्यामिति को जोड़ते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई को शुरू करने से पहले, छात्रों ने निर्देशांक द्वारा वर्णित नहीं किए गए ज्यामितीय आंकड़ों का अध्ययन करने में अधिकांश पाठ्यक्रम बिताया होगा। हालाँकि, छात्रों ने ग्रेड पर आंकड़े (विशेष रूप से ग्रेड 8 में परिवर्तन) के साथ-साथ निर्देशांक तल (पिछले पाठ्यक्रमों में) पर रेखाएँ और वक्र देखे हैं। यह इकाई समन्वय ज्यामिति के गहन अध्ययन के लिए इस पाठ्यक्रम से छात्रों की नई समझ के साथ पिछले वर्षों के अनुभव को एक साथ लाती है।

पहले कुछ पाठ विमान में परिवर्तनों की जांच करते हैं। छात्रों को एक नए समन्वय परिवर्तन संकेतन का सामना करना पड़ता है जो परिवर्तनों को फलनों से जोड़ता है। छात्र $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ जैसे नियमों का उपयोग करके आंकड़ों को बदलते हैं और प्रतिबिंबों और समरूप विस्तार की ज्यामितीय परिभाषाओं को जोड़कर उन्हें उत्पन्न करने वाले नियमों का समन्वय करते हैं। वे दूरी (पाइथागोरस प्रमेय के माध्यम से), कोण (त्रिकोणमिति का उपयोग करके गणना), और परिवर्तनों की परिभाषा सहित तर्क का उपयोग करके साबित करते हैं कि आकृतियाँ समरूप या सर्वांगसम हैं।

पाठों का अगला सेट परिभाषाओं से समीकरण के निर्माण पर केंद्रित है। छात्र दूरी के लेंस के माध्यम से वृत्तों और परवलयों की जांच करते हैं। एक वृत्त किसी दिए गए केंद्र से समान दूरी पर स्थित बिंदुओं का समूह है, और एक परवलय किसी दिए गए बिंदु (फोकस) और रेखा (दिशा) से समान दूरी पर स्थित बिंदुओं का समूह है। इन परिभाषाओं के आधार पर, छात्र एक वृत्त के लिए एक सामान्य समीकरण विकसित करते हैं, और वे समीकरण लिखते हैं जो विशिष्ट परवलय का प्रतिनिधित्व करते हैं।

इकाई समन्वय प्रमाण की ओर आगे बढ़ती है। छात्र एक रेखा के समीकरण का बिंदु-ढलान रूप बनाते हैं। फिर वे प्रमाणों में परिवर्तनों की अवधारणाओं को लागू करते हुए, समानांतर और लंबवत रेखाओं के ढलान के बारे में अनुमान लिखते हैं और साबित करते हैं। वे इन विचारों को अन्य प्रमाणों पर लागू करते हैं, जैसे कि चतुर्भुजों को वर्गीकृत करना, और वे समीकरण की सरल प्रणालियों को हल करने के लिए ग्राफ़ का उपयोग करते हैं जिसमें एक रेखिक समीकरण और एक द्विघात समीकरण शामिल हैं।

इकाई के अंत में, छात्र विभाजन खंडों, स्केल आंकड़ों के लिए भारित औसत का उपयोग करते हैं, और एक त्रिकोण के मध्यस्थों के प्रतिच्छेदन बिंदुओं का पता लगाते हैं। छात्र एक त्रिभुज की ऊंचाई के प्रतिच्छेदन बिंदुओं का पता लगाते हैं। फिर कई वैकल्पिक गतिविधियाँ हैं जो यूलर रेखा की ओर विचलन पथ प्रदान करती हैं या टेस्सेलेशन के निर्माण और वर्णन के माध्यम से रेखाओं के समीकरण का अभ्यास करती हैं।

अंतिम पाठ में, छात्र ढलान और एक विमान में दूरियों की अपनी समझ को लागू करते हैं, क्योंकि वे वास्तविक दुनिया की स्थिति में नाज़का रेखाओं का पता लगाते हैं।

अनुभाग ए: विमान में परिवर्तन

खंड के लक्ष्य

- कठोर परिवर्तनों, समरूपता परिवर्तनों और उनमें से जो कुछ भी नहीं हैं, तुलना करें और अंतर करें।
- परिवर्तनों को ऐसे फलनों के रूप में वर्णित करें जो विमान में बिंदुओं को इनपुट के रूप में लेते हैं और अन्य बिंदुओं को आउटपुट के रूप में देते हैं।

खंड का विवरण

यह अनुभाग एक प्रकार के फलन के रूप में परिवर्तनों को समझने पर केंद्रित है। छात्र सबसे पहले पिछली इकाइयों के काम को याद करते हैं क्योंकि वे खंडों की लंबाई की पहचान करने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करके निर्देशांक तल में कठोर परिवर्तनों को जोड़ते हैं। छात्रों को परिवर्तनों के लिए फलन नोटेशन से परिचित कराया जाता है क्योंकि वे $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ को स्थानांतरण के रूप में पहचानते हैं, $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$ को माप गुणक के साथ समरूप विस्तार के रूप में पहचानते हैं। k , और प्रतिबिंब के रूप में $(x, y) \rightarrow (x, -y)$ जैसे परिवर्तन। वे निर्देशांक तल में परिवर्तनों का प्रतिनिधित्व करने के लिए अपने स्वयं के फलन नियम बनाने के लिए तालिकाओं और आंकड़ों का भी उपयोग करते हैं। अंत में, छात्र परिवर्तन फलनों की तुलना करते हैं और निर्णय लेते हैं कि क्या वे कठोर परिवर्तनों, समरूपता परिवर्तनों या किसी का भी प्रतिनिधित्व नहीं करते हैं।

पाठ

1. एक विमान में कठोर परिवर्तन - आइए निर्देशांक के साथ परिवर्तन का प्रयास करें।
2. फलनों के रूप में परिवर्तन - आइए परिवर्तनों की तुलना फलनों से करें।
3. परिवर्तनों के प्रकार - आइए उन परिवर्तनों का विश्लेषण करें जो सर्वांगसम और समरूप आकृतियाँ उत्पन्न करते हैं।

अनुभाग B: दूरियाँ, वृत्त और परवलय

खंड के लक्ष्य

- वर्ग पूरा करके वृत्त के केंद्र और त्रिज्या की गणना करें।
- किसी परवलय के फोकस और डायरेक्ट्रिक्स को देखते हुए उसके लिए समीकरण लिखने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करें।

खंड का विवरण

यह खंड समीकरण की विशेषताओं और वृत्तों और परवल्यों के ग्राफ़ पर केंद्रित है। पिछली इकाइयों में, छात्रों ने एक वृत्त को किसी दिए गए केंद्र से समान दूरी पर स्थित बिंदुओं के समूह के रूप में परिभाषित किया था। वे इस परिभाषा को त्रिज्या r और एक केंद्र (h, k) के साथ एक वृत्त के समीकरण को $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ के रूप में सामान्यीकृत करने के लिए पाइथागोरस प्रमेय के साथ अपने काम से जोड़ते हैं। □. इसके बाद, छात्र वितरण गुण पर दोबारा गौर करते हैं क्योंकि वे एक वर्ग द्विपद को एक पूर्ण वर्ग त्रिपद के रूप में लिखते हैं और इसके विपरीत। फिर, छात्र ट्रिनोमियल अभिव्यक्तियों के लिए वर्ग को पूरा करने के लिए आवश्यक स्थिरांक निर्धारित करते हैं और इसके केंद्र और त्रिज्या को निर्धारित करने के लिए $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ के रूप में एक वृत्त के लिए समीकरण को फिर से लिखते हैं। इसके बाद, छात्र फोकस और डायरेक्ट्रिक्स सहित परवलय के ग्राफिकल गुणों की जांच करते हैं। उन्होंने देखा कि परवलय पर कोई भी बिंदु फोकस और डायरेक्ट्रिक्स से समान दूरी पर है, और इस गुण का उपयोग परवलय को परिभाषित करने के लिए किया जा सकता है। अंत में, छात्र एक बिंदु और फोकस के बीच की दूरी की गणना करने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हैं, और इसकी तुलना उस बिंदु और डायरेक्ट्रिक्स के बीच की ऊर्ध्वाधर दूरी से करते हैं। छात्र इस तथ्य का उपयोग करते हैं कि जब वे परवलय के लिए एक सामान्य समीकरण लिखते हैं, जहां डायरेक्ट्रिक्स एक क्षैतिज रेखा होती है, तो ये दूरियाँ बराबर होनी चाहिए।

पाठ

1. दूरियाँ और वृत्त - आइए एक वृत्त के लिए एक समीकरण बनाएँ।
2. वर्ग और वृत्त - आइए देखें कि वितरण संपत्ति वृत्तों के समीकरण से कैसे संबंधित हो सकती है।
3. वर्ग को पूरा करना - आइए एक वृत्त का केंद्र और त्रिज्या ज्ञात करने के लिए समीकरण को फिर से लिखें।
4. दूरियाँ और परवलय - आइए उन बिंदुओं के समूह का विश्लेषण करें जो किसी दिए गए बिंदु और दी गई रेखा से समान दूरी पर हैं।
5. समीकरण और आलेख — आइए परवलय का समीकरण लिखें।

अनुभाग C: ज्यामितीय प्रमेयों को बीजगणितीय रूप से सिद्ध करना

खंड के लक्ष्य

- एक रेखा खंड पर एक बिंदु के निर्देशांक की गणना करें जो खंड को दिए गए अनुपात में विभाजित करता है।
- किसी त्रिभुज की माधिकाओं के प्रतिच्छेदन बिंदु की गणना करें।
- किसी दिए गए बिंदु से गुजरने वाली उन रेखाओं के लिए समीकरण निर्धारित करें, जो किसी दी गई रेखा के समानांतर या लंबवत हैं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र ज्यामितीय प्रमेयों को बीजगणितीय रूप से सिद्ध करने पर ध्यान केंद्रित करते हैं। सबसे पहले, छात्र एक पंक्ति के बिंदु-ढलान रूप को पंक्तियों के स्थानांतरण के साथ अपने काम से जोड़ते हैं। फिर वे यह सिद्ध करने के लिए इस कार्य को आगे बढ़ाते हैं कि समानांतर रेखाओं का ढलान समान होता है। फिर छात्र साबित करते हैं कि विपरीत भुजाओं वाला एक चतुर्भुज जो समानांतर रेखाओं के दो जोड़े पर स्थित हो, एक समांतर चतुर्भुज होना चाहिए। इसके बाद, छात्र साबित करते हैं कि लंबवत रेखाओं के ढलान विपरीत व्युत्क्रम हैं, या ढलान का उत्पाद -1 होना चाहिए। फिर छात्र यह दिखाने के लिए समानांतर और लंबवत रेखाओं के बारे में प्रमेय लागू करते हैं कि दो असंरेख रेखाएं जो एक ही रेखा पर लंबवत हैं, एक दूसरे के समानांतर हैं। छात्र तब निर्देशांक तल में वक्रों का निरीक्षण करते हैं, क्योंकि वे वृत्तों और रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदुओं की जांच करते हैं। वे रेखा और वृत्त दोनों पर स्थित बिंदुओं को खोजने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हैं। फिर वे समतल में चतुर्भुजों को वर्गीकृत करने के लिए ढलान और पाइथागोरस प्रमेय के बारे में प्रमेय लागू करते हैं। इसके बाद, छात्र अनुपात की जांच करते हैं, क्योंकि वे भारित औसत का उपयोग करके खंडों को विभाजित करते हैं। वे समरूप विस्तार की समन्वित परिभाषा निर्धारित करने के लिए भी इस पद्धति को लागू करते हैं। अंत में, छात्रों के पास ढलान और पाइथागोरस प्रमेय के साथ काम करने का अवसर होता है क्योंकि वे अतिरिक्त त्रिकोण प्रमेयों का पता लगाते हैं।

पाठ

1. लाइनों का समीकरण - आइए लाइनों के समीकरण की जांच करें।
2. समतल में समानांतर रेखाएँ - आइए निर्देशांक तल में समानांतर रेखाओं की जाँच करें।
3. समतल में लंबवत रेखाएँ - आइए लंबवत रेखाओं के ढलान का विश्लेषण करें।
4. यह सब लाइन पर है - आइए समानांतर और लंबवत दोनों रेखाओं के साथ काम करें।
5. प्रतिच्छेदन बिंदु - आइए देखें कि वृत्त और परवलय रेखाओं के साथ किस प्रकार परस्पर क्रिया करते हैं।
6. समन्वय प्रमाण - आइए प्रमेयों को सिद्ध करने और परिमाण और क्षेत्रफल की गणना करने के लिए निर्देशांक का उपयोग करें।
7. भारित औसत - आइए औसत और अनुपात का उपयोग करके खंडों को विभाजित करें।
8. एक त्रिभुज में भारित औसत - आइए विशेष रेखाखंडों को त्रिभुजों में विभाजित करें।
9. त्रिभुजों में रेखाएँ - आइए त्रिभुजों में अधिक विशेष खंडों की जाँच करें।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. समतल पर क्षेत्रफल और परिमाण लागू करना - आइए वास्तविक दुनिया की स्थिति के साथ समन्वय ज्यामिति का उपयोग करें।

इकाई 7: वृत्त

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी वृत्तों की ज्यामिति खोजते हैं, जिसमें जीवाएँ, चाप, केंद्रीय और परिधीय कोण, स्पर्श रेखाएँ, चक्रीय चतुर्भुज, त्रिभुजों के अंतःवृत्त और परिवृत्त, त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल, चाप की लंबाई तथा रेडियन माप शामिल हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र वृत्तों की ज्यामिति की अधिक बारीकी से जाँच करते हैं। ग्रेड 7 में, छात्रों ने समस्याओं को हल करने के लिए एक वृत्त के क्षेत्रफल और वृत्त की परिधि के लिए सूत्रों का उपयोग किया। इससे पहले इस पाठ्यक्रम में, छात्रों ने औपचारिक ज्यामितीय निर्माण किए, समरूपता और आनुपातिक तर्क का अध्ययन किया, और रेखाओं और कोणों के बारे में प्रमेयों को सिद्ध किया। यह इकाई इन कौशलों और अवधारणाओं पर आधारित है। बीजगणित 2 में, इस इकाई में सीखी गई अवधारणाएँ सहायक होंगी क्योंकि छात्र एकक वृत्त को त्रिकोणमितीय फलनों से जोड़ते हैं।

छात्र यह देखने से पहले कि अंकित कोण उनके संबंधित केंद्रीय कोणों के आधे माप हैं, और सर्वांगसम जीवाओं और समरूप त्रिकोणों के बारे में संबंधित प्रमाण लिखने से पहले "जीवा," "चाप," और "केंद्रीय कोण" शब्दों को परिभाषित करते हैं। इस पूरी इकाई में, छात्र वृत्तों की स्पर्शरेखा रेखाएँ भी बनाते हैं और अपने प्रमाणों का उपयोग करते हैं कि एक स्पर्शरेखा रेखा स्पर्शरेखा के बिंदु पर खींची गई त्रिज्या पर लंबवत होती है।

इसके बाद, छात्र चक्रीय चतुर्भुजों के गुणों को साबित करते हैं, और वे पिछली इकाई से लंबवत समद्विभाजक की अपनी समझ का उपयोग करते हुए परिचालित वृत्तों के साथ त्रिकोण बनाते हैं और "परिकेंद्र" को परिभाषित करते हैं। फिर छात्र त्रिभुजों के अंतःकेंद्रों और त्रिभुजों में अंकित वृत्तों का निर्माण करने के लिए कोण समद्विभाजक का उपयोग करते हैं।

अगले भाग में, छात्र सेक्टर क्षेत्रफलों और चाप की लंबाई की गणना के लिए तरीके विकसित करते हैं, और फिर छात्र "केंद्रीय कोण के रेडियन माप" को कोण और वृत्त के त्रिज्या द्वारा परिभाषित चाप की लंबाई के भागफल के रूप में परिभाषित करते हैं। वे वृत्तों के हिस्सों को छायांकित करके और दोहरे संख्या रेखा के साथ काम करके रेडियन माप के साथ प्रवाह विकसित करते हैं।

अंतिम पाठ में, छात्रों ने वृत्तों के बारे में जो सीखा है उसे संदर्भ में समस्याओं को हल करने के लिए लागू करते हैं।

इस इकाई में छात्र कई निर्माण कार्य करेंगे। निर्माण उपकरणों का कोई विशेष चयन आवश्यक नहीं है। पेपर फोल्डिंग और स्ट्रेटएज और कंपास चालें दोनों स्वीकार्य तरीके हैं।

अनुभाग ए: रेखाएँ, कोण और वृत्त

खंड के लक्ष्य

- केंद्रीय कोणों, अंकित कोणों और चापों की माप निर्धारित करें।
- ज्यामितीय प्रमेयों को सिद्ध करने के लिए त्रिज्याओं, जीवाओं और स्पर्शरेखा रेखाओं के बीच संबंध का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्रों को वृत्तों द्वारा परिभाषित नए प्रकार के कोणों और गणितीय वस्तुओं का सामना करना पड़ता है। सबसे पहले, छात्र "जीवा," "केंद्रीय कोण," और "चाप" की परिभाषाएँ लिखते हैं और अपनी नई समझ का उपयोग करके वृत्तों में सर्वांगसम जीवाओं के बारे में प्रमाण लिखते हैं। फिर छात्र उन परिभाषाओं का उपयोग उत्कीर्ण कोणों के गुणों के बारे में अनुमान लगाने और अंकित कोण प्रमेय की समझ विकसित करने के लिए करते हैं। अंत में, छात्र एक वृत्त की स्पर्शरेखा रेखाओं के बारे में कथनों को सिद्ध करते हैं और केंद्रीय कोणों, स्पर्शरेखा रेखाओं और एक वृत्त के चारों ओर परिचालित कोणों के बीच संबंधों का विश्लेषण करते हैं।

पाठ

1. रेखाएँ, कोण और वक्र - आइए वृत्तों से संबंधित कुछ रेखाखंडों और कोणों को परिभाषित करें।
2. अंकित कोण - आइए जीवाओं से बने कोणों का विश्लेषण करें।

3. स्पर्शरेखा रेखाएँ - आइए उन रेखाओं का पता लगाएं जो एक वृत्त को बिल्कुल 1 बिंदु पर काटती हैं।

अनुभाग B: बहुभुज और वृत्त

खंड के लक्ष्य

- एक त्रिभुज के उत्कीर्ण और परिबद्ध वृत्तों की रचना कीजिए।
- एक वृत्त में अंकित चतुर्भुज के कोणों के गुण सिद्ध करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र त्रिभुजों और अन्य बहुभुजों की विशेषताओं को निर्धारित करने के लिए वृत्तों का उपयोग करना सीखते हैं। सबसे पहले, छात्र चक्रीय चतुर्भुजों के कोण माप और गुणों को खोजने के लिए परिबद्ध वृत्तों के साथ काम करते हैं। छात्र पिछली इकाइयों से लंब समद्विभाजक की अपनी समझ के साथ, त्रिभुज के परिचालित वृत्त का उपयोग करके यह निष्कर्ष निकालते हैं कि त्रिभुज के सभी तीन लंबवत समद्विभाजक इसके परिकेन्द्र पर प्रतिच्छेद करते हैं। अंत में, छात्र कोण के समद्विभाजक की विशेषताओं का विश्लेषण करते हैं, "एक त्रिभुज के केंद्र" को परिभाषित करते हैं, और अंकित वृत्त का निर्माण करते हैं।

पाठ

1. वृत्तों में चतुर्भुज - आइए उन चतुर्भुजों की जांच करें जो एक वृत्त में फिट होते हैं।
2. वृत्तों में त्रिभुज - आइए देखें कि लंबवत समद्विभाजक परिबद्ध वृत्तों से कैसे संबंधित हैं।
3. एक विशेष बिंदु - आइए देखें कि त्रिभुज पर नमक का ढेर देखकर हम उसके बारे में क्या सीख सकते हैं।
4. त्रिभुजों में वृत्त - आइए एक त्रिभुज के अंदर सबसे बड़ा संभव वृत्त बनाएं।

अनुभाग C: वृत्तों की मापना

खंड के लक्ष्य

- समझें कि वृत्त के केंद्र पर बने कोण का रेडियन माप, उस कोण द्वारा निर्धारित चाप की लंबाई और वृत्त की त्रिज्या का अनुपात होता है।
- डिग्री और रेडियन में मापे गए कोणों के प्रतिनिधित्व के बीच समन्वय करें।
- वृत्तों में चापों की लंबाई और त्रिज्यखंडों के क्षेत्रफल की गणना के लिए तरीकों का सामान्यीकरण करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र वृत्तों के कुछ अलग-अलग हिस्सों के मापों के बीच संबंध सीखते हैं। सबसे पहले, छात्र वृत्त सेक्टरों का विश्लेषण करते हैं और सेक्टर क्षेत्रफलों और चाप की लंबाई का पता लगाते हैं। फिर छात्र दिए गए वृत्तों के बारे में अज्ञात जानकारी प्राप्त करने के लिए कोण माप, त्रिज्या और चाप की लंबाई के बीच संबंधों की जांच करते हैं। इसके बाद, छात्रों को चाप की लंबाई और केंद्रीय कोण के बीच संबंध के बारे में सीखने की प्रगति का अनुभव होता है जो "रेडियन" की परिभाषा बनाता है। रेडियन की अपनी समझ का उपयोग करते हुए, छात्र अंततः डिग्री और रेडियन दोनों में मापों की तुलना करके रेडियन के आकार के बारे में अपने अंतर्ज्ञान का निर्माण करते हैं।

पाठ

1. चाप और क्षेत्र - आइए वृत्तों के भागों का विश्लेषण करें।
2. भाग से पूर्ण - आइए देखें कि यदि हमें वृत्त के एक त्रिज्यखंड के बारे में जानकारी दी जाए तो हम वृत्त के बारे में क्या पता लगा सकते हैं।
3. कोण, चाप और त्रिज्या - आइए चाप की लंबाई, त्रिज्या और केंद्रीय कोणों के बीच संबंधों का विश्लेषण करें।
4. कोण मापने का एक नया तरीका - आइए कोण मापने का एक नया तरीका देखें।

5. रेडियन सेंस - आइए रेडियन में मापे गए कोणों के आकार को समझें।
6. रेडियन का उपयोग करना - आइए देखें कि रेडियन हमें सेक्टर क्षेत्रफलों और चाप की लंबाई की गणना करने में कैसे मदद कर सकता है।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. यह सब एक साथ रखें - आइए समस्याओं को हल करने के लिए ज्यामिति का उपयोग करें।

यूनिट 8: सशर्त प्रायिकता

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी प्रायिकता की समझ का विस्तार संयुक्त घटनाओं तक करते हैं। वे सूचियों, तालिकाओं, वृक्ष और वेन आरेखों से प्रतिदर्श समष्टियाँ दिखाते हैं, योग और गुणन नियम लागू करते हैं, सप्रतिबंध प्रायिकता परिभाषित करते हैं तथा प्रायिकता से घटनाओं की स्वतंत्रता जाँचते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र ग्रेड 7 में अपने परिचय से प्रायिकता, नमूना स्थानों और घटनाओं की अपनी समझ का विस्तार करते हैं। विचाराधीन मौका प्रयोगों में कई भाग होते हैं, जैसे एक संख्या घन को घुमाना और फिर एक सिक्के को उछालना - जिससे प्रतिदर्श समष्टि के भीतर की घटनाओं पर नए तरीकों से विचार किया जा सके।

इकाई की शुरुआत छात्रों द्वारा नमूना स्थानों और प्रायिकता को समझने के लिए विभिन्न मॉडल बनाने से होती है। मॉडल में टेबल, पेड़, सूचियाँ और वेन आरेख शामिल हैं। वेन आरेख छात्रों को प्रतिदर्श समष्टि के विभिन्न उपसमूहों की कल्पना करने की अनुमति देते हैं, जैसे "ए और B," "ए या B," या "ए नहीं।" तालिकाएँ छात्रों को उन सबसेट के प्रायिकता को निर्धारित करने में मदद करती हैं, और जोड़ नियम, $P(A \text{ या } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ और } B)$ के बारे में छात्रों की समझ का समर्थन करती हैं।

सशर्त प्रायिकता पर चर्चा की जाती है और रोजमर्रा की स्थितियों के लिए कई गेम और कनेक्शन का उपयोग करके लागू किया जाता है। विशेष रूप से, गुणन नियम $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B | A)$ का उपयोग सशर्त संभावनाओं को निर्धारित करने के लिए किया जाता है। सशर्त प्रायिकता घटनाओं की स्वतंत्रता के अध्ययन की ओर ले जाता है। छात्र रोजमर्रा की भाषा का उपयोग करके स्वतंत्रता का वर्णन करते हैं और जब घटनाएँ A और B स्वतंत्र होती हैं तो समीकरण $P(A | B) = P(A)$ और $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B)$ का उपयोग करते हैं।

इकाई एक-दूसरे के साथ खेल खेलते समय घटनाओं की स्वतंत्रता के बारे में छात्रों द्वारा अनुमान लगाने और फिर डेटा एकत्र करके और परिणामों का विश्लेषण करके उन अनुमानों का परीक्षण करने के साथ समाप्त होती है।

अनुभाग ए: संभावना तक

खंड के लक्ष्य

- मिश्रित घटनाओं की संभावनाओं की गणना करने के लिए व्यवस्थित सूचियों, तालिकाओं और वृक्ष आरेखों का उपयोग करें।
- संभावनाओं की गणना के लिए जोड़ नियम का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र प्रायिकता घटनाओं पर दोबारा गौर करते हैं। उन्हें एक घटना के प्रायिकता और कई परीक्षणों के बाद उस घटना में एक मौका प्रयोग के परिणाम के अनुपात के बीच संबंध की याद दिलाई जाती है। फिर छात्र मिश्रित घटनाओं को देखते हैं और सूचियों, तालिकाओं, पेड़ों और वेन आरेखों का उपयोग करके प्रतिदर्श समष्टि में घटनाओं पर नज़र रखने के तरीके तलाशते हैं। छात्र जोड़ नियम $P(A \text{ या } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ और } B)$ के माध्यम से घटनाओं के विभिन्न संयोजनों के बीच संबंध बना सकते हैं। यदि छात्र प्रायिकता के बारे में अतिरिक्त अनुस्मारक से लाभान्वित हो सकते हैं तो अनुभाग की शुरुआत में एक वैकल्पिक पाठ शामिल किया गया है।

पाठ

1. संभावना तक (वैकल्पिक) - आइए संभावना का पता लगाएं।
2. प्रायिकता के साथ खेलना - आइए प्रायिकता के बारे में जानें।
3. नमूना स्थान - आइए नमूना स्थानों पर करीब से नज़र डालें।
4. सापेक्ष आवृत्तियों की तालिकाएँ - आइए संभावनाओं को व्यवस्थित करने के लिए तालिकाओं का उपयोग करें।
5. घटनाओं का संयोजन - आइए अन्य घटनाओं से बनी घटनाओं का वर्णन करने के तरीकों पर गौर करें।

6. जोड़ नियम - आइए जोड़ नियम के बारे में जानें और उसका उपयोग करें।

अनुभाग B: संबंधित घटनाएँ

खंड के लक्ष्य

- प्रायिकता का उपयोग करके निर्धारित करें कि दो घटनाएँ स्वतंत्र हैं या आश्रित हैं।
- किसी घटना की प्रायिकता ज्ञात करने के लिए गुणन नियम $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र यह निर्धारित करने के लिए घटनाओं के जोड़े को देखते हैं कि क्या वे आश्रित या स्वतंत्र घटनाएँ हैं। शब्दों को परिभाषित करने के बाद, छात्र कुछ क्लासिक सांख्यिकी प्रयोग करते हैं और आश्रित घटनाओं की अपनी समझ का उपयोग करके यह समझाने का अभ्यास करते हैं कि परिणाम क्यों समझ में आते हैं। फिर छात्र गुणन नियम $P(A \text{ और } B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ का सामना करते हैं और बाद में घटनाओं की स्वतंत्रता के परीक्षण के लिए इसका उपयोग करते हैं।

पाठ

1. संबंधित घटनाएँ - आइए देखें कि घटनाएँ कैसे संबंधित हैं।
2. सशर्त प्रायिकता - आइए सशर्त प्रायिकता की जाँच करें।
3. सशर्त प्रायिकता के लिए तालिकाओं का उपयोग करना - आइए सशर्त संभावनाओं का अनुमान लगाने के लिए तालिकाओं का उपयोग करें।
4. घटनाएँ स्वतंत्र हैं या नहीं यह निर्धारित करने के लिए प्रायिकता का उपयोग करना - आइए निर्भर और स्वतंत्र घटनाओं पर करीब से नज़र डालें।

अनुभाग C: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। क्योंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई अनुभाग लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं होते हैं।

पाठ

1. खेलों में संभावनाएँ (वैकल्पिक) - आइए खेलों के साथ प्रायिकता का उपयोग करें।

इस सिलेबस के बारे में

यह पाठ्यक्रम accessim.org पर सार्वजनिक रूप से उपलब्ध Illustrative Mathematics 9-12 AGA v.360 पाठ्यक्रम से संकलित किया गया था। इकाई और अनुभाग विवरण, लक्ष्य और पाठ शीर्षक शिक्षक के दृष्टिकोण से लिए गए हैं। वैकल्पिक पाठों को "(वैकल्पिक)" लेबल किया गया है। मूल्यांकन (प्री-यूनिट जांच, चेकपॉइंट, मध्य-यूनिट और एंड-ऑफ-यूनिट मूल्यांकन) को स्रोत पाठ्यक्रम में संदर्भित किया जाता है, लेकिन देखने के लिए केंडल हंट शिक्षक खाते की आवश्यकता होती है; वे यहां शामिल नहीं हैं.

<https://accessim.org/9-12-aga/geometry?a=teacher>