

बीजगणित 2

पूरा सिलेबस

Illustrative Mathematics® 9-12 AGA (v.360)

8 इकाइयाँ • इकाई लक्ष्य • अनुभाग लक्ष्य • पाठ-दर-पाठ रूपरेखा

स्रोत: <https://accessim.org/9-12-aga/algebra-2?a=teacher>

लाइसेंस प्राप्त CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

पाठ्यक्रम अवलोकन

Illustrative Mathematics 9-12 AGA पाठ्यक्रम का बीजगणित 2 विषय 8 इकाइयों में व्यवस्थित है। विद्यार्थी रैखिक, द्विघात और चरघातांकी फलनों के पूर्व ज्ञान से बहुपद तथा परिमेय फलनों का अध्ययन करते हैं; घातांक नियमों को परिमेय घातांकों तक बढ़ाते और सम्मिश्र संख्याओं से परिचित होते हैं; लघुगणकीय फलन विकसित करते हैं; फलनों के रूपांतरण पढ़ते हैं; इकाई वृत्त से त्रिकोणमितीय फलन बनाते हैं; तथा अध्ययन की रूपरेखा, सामान्य बंटन, प्रतिचयन की परिवर्तनशीलता और प्रयोगों के विश्लेषण से सांख्यिकीय अनुमान सीखते हैं।

इकाई अनुक्रम है:

- यूनिट 1: अनुक्रम और फलन
- इकाई 2: बहुपद फलन
- यूनिट 3: परिमेय फलन और समीकरण
- इकाई 4: सम्मिश्र संख्याएँ और परिमेय घातांक
- इकाई 5: घातीय फलन और समीकरण
- इकाई 6: फलनों का परिवर्तन
- इकाई 7: त्रिकोणमितीय फलन
- इकाई 8: सांख्यिकीय अनुमान

प्रत्येक इकाई को अक्षरांकित अनुभागों (ए, B, C, D, E जैसा लागू हो) में विभाजित किया गया है, और प्रत्येक अनुभाग दैनिक पाठों का एक क्रम है। वैकल्पिक पाठों को "(वैकल्पिक)" के साथ नोट किया जाता है।

यूनिट 1: अनुक्रम और फलन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी अनुक्रमों के माध्यम से फलनों पर फिर विचार करते हैं। वे समांतर और गुणोत्तर अनुक्रमों को पूर्णांक प्रांत तक सीमित रैखिक तथा घातांकीय फलन मानते हैं और अनुक्रमों से परिस्थितियाँ दिखाते तथा उनके मॉडल बनाते हैं।

इकाई का विवरण

यह इकाई छात्रों को अनुक्रमों के माध्यम से फलनों को दोबारा देखने का अवसर प्रदान करती है। कई ठोस उदाहरणों के माध्यम से, छात्र अंकगणित और ज्यामितीय अनुक्रमों को रैखिक और घातीय फलनों के रूप में देखेंगे जो एक डोमेन तक सीमित हैं जो पूर्णांक का सबसेट है। यह इकाई एकाधिक अभ्यावेदन (ग्राफ़, तालिकाओं और अभिव्यक्तियों सहित) का उपयोग करके फलनों की समझ को सुदृढ़ करती है। छात्र अनौपचारिक भाषा में अनुक्रमों का वर्णन करने के निमंत्रण के साथ शुरुआत करते हैं और यह पहचानना सीखते हैं कि कोई अनुक्रम ज्यामितीय है, अंकगणितीय है या नहीं। छात्र जोड़ में दिए गए संबंधों के बारे में तालिकाओं और ग्राफ़ों की व्याख्या करने और बनाने के लिए गणितीय स्थितियों से उत्पन्न होने वाले अनुक्रमों की शर्तों को लिखते हैं। छात्र सीखते हैं कि अनुक्रम एक प्रकार का फलन है जिसमें इनपुट वैरिएबल स्थिति है और आउटपुट वैरिएबल उस स्थिति पर शब्द है। वे अनुक्रमों की व्याख्या करना सीखते हैं और फिर अनुक्रमों की अपनी पुनरावर्ती परिभाषाएँ लिखने के लिए फलन नोटेशन का उपयोग करते हैं। छात्र अनुक्रमों और फलनों के विभिन्न निरूपणों के बीच संबंध बनाते हैं। फिर छात्र अंकगणित और ज्यामितीय अनुक्रमों के लिए स्पष्ट सूत्र विकसित करने और विभिन्न तरीकों से प्रस्तुत कई स्थितियों को मॉडल करने के लिए रैखिक और घातीय फलनों के अपने पूर्व ज्ञान का उपयोग करते हैं। इकाई के अंतिम भाग में, छात्र अलग-अलग तरीकों से प्रस्तुत कई स्थितियों को मॉडल करने के लिए अनुक्रमों का उपयोग करते हैं। इस कार्य का उद्देश्य कुछ प्रथाओं को छूना है जिन पर मॉडलिंग करते समय ध्यान दिया जाना चाहिए, जैसे एक अच्छा मॉडल चुनना और एक उपयुक्त डोमेन की पहचान करना। छात्र यह भी मानते हैं कि इन स्थितियों के लिए एक मॉडल के रूप में उपयोग करने के लिए अनुक्रम एक उपयुक्त प्रकार का फलन है क्योंकि प्रत्येक स्थिति का डोमेन पूर्णांक का सबसेट है। अंत में, छात्रों को कुछ स्थितियों का सामना करना पड़ता है जिसमें एक सीमित अनुक्रम के योग की गणना करना समझ में आता है।

अनुभाग ए: अनुक्रम

खंड के लक्ष्य

- अंकगणित और ज्यामितीय अनुक्रमों में लुप्त पद निर्धारित करें।
- एक ज्यामितीय अनुक्रम का विकास कारक और एक अंकगणितीय अनुक्रम के परिवर्तन की दर निर्धारित करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र अनुक्रमों के बारे में सीखते हैं। ज्यामितीय और अंकगणितीय अनुक्रमों पर ध्यान केंद्रित करते हुए, छात्र लापता मूल्यों को निर्धारित करते हैं, विकास कारकों और परिवर्तन की दरों की गणना करते हैं, और तालिकाओं और ग्राफ़ का उपयोग करके अनुक्रमों का प्रतिनिधित्व करते हैं। इस खंड का अंतिम पाठ वैकल्पिक है। यह छात्रों को स्प्रेडशीट और ग्राफ़िंग तकनीक का उपयोग करने के तरीके सिखाने के लिए गतिविधियाँ प्रदान करता है, जो अनुक्रमों के साथ काम करने के लिए उपयोगी हैं और छात्रों को उनके भविष्य के काम में रणनीतिक रूप से उपयुक्त उपकरण चुनने के लिए अधिक विकल्प देते हैं। भाषा और संकेतन पर एक नोट: पहले के पाठ्यक्रमों में, छात्रों ने सीखा होगा कि अनुपात दो या दो से अधिक मात्राओं के बीच का संबंध है। अधिक उन्नत कार्यों में, जैसे कि इस पाठ्यक्रम में, "अनुपात" का प्रयोग आम तौर पर "भागफल" के पर्याय के रूप में किया जाता है। "अनुपात" शब्द का यह विस्तारित उपयोग इस खंड में "सामान्य अनुपात" शब्द की शुरुआत के साथ आता है।

पाठ

1. एक ऊँचा अनुक्रम - आइए हनोई की मीनार का अन्वेषण करें।
2. ज्यामितीय अनुक्रमों का परिचय - आइए बढ़ते और सिकुड़ते पैटर्न का पता लगाएं।

3. विभिन्न प्रकार के अनुक्रम - आइए अन्य प्रकार के अनुक्रमों पर नजर डालें।
4. अनुक्रमों के साथ काम करने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करना (वैकल्पिक) - आइए अनुक्रम बनाने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करें।

अनुभाग B: अनुक्रमों का प्रतिनिधित्व करना

खंड के लक्ष्य

- दी गई जानकारी से अनुक्रम की एक तालिका, ग्राफ़ या पुनरावर्ती परिभाषा बनाएं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र सीखते हैं कि अनुक्रम फ़ंक्शन हैं और अनुक्रमों को पुनरावर्ती रूप से परिभाषित करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग कैसे करें। पुनरावर्ती परिभाषाओं की अपनी समझ को मजबूत करने के लिए, छात्र तालिकाओं और ग्राफ़ के साथ परिचित तरीकों से अनुक्रमों का प्रतिनिधित्व करने का अभ्यास करते हैं। इस पूरे अनुभाग में, छात्र अपने सहपाठियों के साथ प्रश्नों, विचारों और रणनीतियों का आदान-प्रदान करते हैं। समीकरण लिखते समय छात्रों द्वारा उपयोग किए जाने वाले नोटेशन के संबंध में जो अनुक्रम को परिभाषित करता है, अत्यधिक निर्देशात्मक होने से बचें। यह अधिक महत्वपूर्ण है कि छात्र नियम का सही ढंग से वर्णन कर सकें, बजाय इसके कि वे इसे किसी विशेष प्रारूप में कर सकें।

पाठ

1. अनुक्रम फलन हैं - आइए सीखें कि अनुक्रम को पुनरावर्ती रूप से कैसे परिभाषित किया जाए।
2. अनुक्रमों का प्रतिनिधित्व - आइए अनुक्रम को दर्शाने के विभिन्न तरीकों पर गौर करें।
3. अधिक अनुक्रमों का प्रतिनिधित्व करना - आइए जानकारी अंतराल के बारे में जानें।

अनुभाग C: समीकरण क्या है?

खंड के लक्ष्य

- स्थितियों का प्रतिनिधित्व करने वाले अनुक्रमों के लिए समीकरण बनाएं।
- संदर्भ के आधार पर अनुक्रम के डोमेन पर प्रतिबंधों की पहचान करें।

खंड का विवरण

अंतिम खंड में, छात्र किसी फलन के डोमेन का अध्ययन करते हैं, समीकरण के प्रकारों का पता लगाते हैं, और दिए गए तालिकाओं, दृश्य पैटर्न और स्थितियों के अनुक्रम को परिभाषित करने के लिए समीकरण लिखते हैं। छात्र अनुक्रमों की पुनरावर्ती से स्पष्ट परिभाषाओं की ओर बढ़ना शुरू करते हैं और अनुक्रमों और फलनों के बीच संबंध बनाना जारी रखते हैं। छात्र यह भी पता लगाते हैं कि डोमेन बदलने से अनुक्रम के लिए समीकरण कैसे बदल सकता है, और वे दिए गए संदर्भों के लिए उचित डोमेन पर विचार करते हैं। छात्र यह भी विचार करते हैं कि पुनरावर्ती और स्पष्ट समीकरण के बीच का चुनाव इस बात पर निर्भर करता है कि वे क्या करने का प्रयास कर रहे हैं और कुछ प्रतिनिधित्व अपने लक्ष्यों को प्राप्त करने के लिए दूसरों की तुलना में अधिक कुशल हैं। इसके बाद, छात्र वास्तविक दुनिया और अमूर्त दोनों स्थितियों के लिए समीकरण लिखने का अभ्यास करते हैं, जिन्हें अनुक्रमों द्वारा दर्शाया जा सकता है, और वे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अपने द्वारा बनाए गए मॉडल का उपयोग करते हैं। अंत में, छात्र अनुक्रमों के बारे में अपने ज्ञान को कई स्थितियों में लागू करते हैं जिनमें योग ज्ञात करना समझ में आता है।

पाठ

1. नौवाँ पद - आइए अनुक्रमों को परिभाषित करें।
2. परिस्थितियाँ और अनुक्रम प्रकार - आइए तय करें कि हम किस प्रकार के अनुक्रम को देख रहे हैं और इसे कैसे प्रस्तुत करना है।
3. जोड़ना - आइए अनुक्रमों और उनके पदों के योग पर नजर डालें।

इकाई 2: बहुपद फलन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी रैखिक और द्विघात फलनों की समझ का विस्तार अधिक घात वाले बहुपदों तक करते हैं। वे मानक और गुणनखंडित रूपों के बीच आसानी से बदलते हैं, शून्यकों, उनकी आवृत्ति और सिरो के व्यवहार से आलेख बनाते हैं तथा शेषफल प्रमेय लागू करने के लिए बहुपदों का भाग करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में विद्यार्थी उच्च घात के बहुपदों की जाँच करते हुए रैखिक और द्विघात फलनों के अपने पिछले काम को आगे बढ़ाते हैं। वे बहुपदों को अलग-अलग रूपों में लिखते और पहचानते हैं कि हर रूप आलेख की मुख्य विशेषताओं की संरचना कैसे स्पष्ट करता है। इकाई की शुरुआत दो ऐसी स्थितियों से होती है जिन्हें बहुपद फलन से दर्शाया जा सकता है। विद्यार्थी समझ विकसित करते हैं कि बहुपद क्या हैं और उनके आलेख कैसे दिख सकते हैं। अंत व्यवहार जैसे कुछ पहलू बाद की इकाई में परिमेय फलनों का अंत व्यवहार पढ़ते समय महत्वपूर्ण होंगे। गुणनखंडित रूप के फलनों और उनके आलेखों पर ध्यान देते हुए वे गुणनखंड, फलन के शून्यक और क्षैतिज अक्ष के प्रतिच्छेद के बीच संबंध समझते हैं। अंत व्यवहार पर घात तथा अग्रणी गुणांक का और शून्यकों के पास आलेख के आकार पर बहुलता का प्रभाव स्थापित किया जाता है। इन सभी विशेषताओं से विद्यार्थी रैखिक गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखे बहुपद फलनों के आलेख बनाना सीखते हैं। पिछले पाठ्यक्रम में उन्होंने वितरण गुणधर्म से गुणनखंडों का गुणा किया और द्विघात व्यंजकों का गुणनखंडन भी किया था। पूरी इकाई तथा अभ्यास प्रश्नों में इन कौशलों की पुनरावृत्ति और उच्च घात के बहुपदों पर प्रयोग के अवसर हैं। इससे अंतिम खंड की तैयारी होती है, जहाँ विद्यार्थी मानक रूप में लिखे बहुपद को किसी संभावित गुणनखंड से भाग देते हैं। फिर भाग और गुणा के समीकरणों के संबंध से शेषफल प्रमेय स्थापित किया जाता है। इससे निष्कर्ष निकलता है कि यदि किसी मान पर बहुपद का शून्यक है, तो संबंधित रैखिक व्यंजक उसका गुणनखंड भी होना चाहिए।

अनुभाग ए: बहुपद क्या है?

खंड के लक्ष्य

- सामान्यीकरण करें कि जब बहुपद को जोड़, घटाव, या गुणन द्वारा संयोजित किया जाता है, तो परिणाम बहुपद होता है।
- सापेक्ष न्यूनतम, सापेक्ष अधिकतम, डिग्री, और बहुपद और उनके ग्राफ़ की स्थिर अवधि को पहचानें और व्याख्या करें।

खंड का विवरण

यह खंड छात्रों को विभिन्न रूपों में बहुपद से परिचित कराता है और बहुपद के समीकरण की विशेषताओं को उनके ग्राफ़ से जोड़ता है। छात्र दो संदर्भों की खोज से शुरुआत करते हैं जिन्हें बहुपद द्वारा मॉडल किया जा सकता है। पहले छात्रों ने कागज की एक आयताकार शीट के प्रत्येक कोने से समान वर्ग काट दिए और फिर इसे खोलें-टॉप बॉक्स बनाने के लिए मोड़ दिया। बॉक्स का आयतन वर्गाकार कटआउट की साइड की लंबाई का एक फ़ंक्शन है और इसे गुणनखंडित रूप में लिखे क्यूबिक फ़ंक्शन द्वारा सबसे आसानी से व्यक्त किया जाता है। अगले छात्र एक ऐसे निवेश पर विचार करते हैं जो हर साल ब्याज अर्जित करता है और इसे मानक रूप में लिखे बहुपद द्वारा आसानी से तैयार किया जा सकता है। ये दो उदाहरण दर्शाते हैं कि कैसे बहुपद का रूप कुछ विशेषताओं को अधिक स्पष्ट बना सकता है। छात्र पहले समीकरण को ग्राफ़ से मिलान करके और फिर प्रौद्योगिकी का उपयोग करके समीकरण को लिखने का तरीका जानने के लिए मानक रूप में लिखे गए बहुपद का पता लगाना जारी रखते हैं, जिनके ग्राफ़ में विशिष्ट विशेषताएं हैं। अंत में, छात्र पूर्णांक के साथ अंकगणितीय संक्रियाओं और बहुपद के साथ अंकगणितीय संक्रियाओं के बीच समानता पर विचार करते हैं। वे सामान्यीकरण करते हैं कि, जैसे पूर्णांक, जोड़, घटाव, और गुणन के साथ दो बहुपद का परिणाम एक और बहुपद होता है। दो बहुपद को विभाजित करते समय हमेशा ऐसा नहीं होता है।

पाठ

1. आइए एक बॉक्स बनाएं - आइए विभिन्न बक्सों की मात्रा की जांच करें।
2. भविष्य का वित्तपोषण - आइए एक निवेश स्थिति की जांच करें जिसे एक फ़ंक्शन के साथ तैयार किया जा सकता है।
3. बहुपद का परिचय - आइए देखें कि बहुपद कैसा दिख सकता है।
4. बहुपद का संयोजन - आइए बहुपद के साथ अंकगणित करें।

अनुभाग B: बहुपद के साथ कार्य करना

खंड के लक्ष्य

- बहुपद के गुणों को मानक या गुणनखंडित रूप में प्रस्तुत करके निर्धारित करें।
- फ़ंक्शन के क्षैतिज अंतःखंडों को देखते हुए बहुपद फ़ंक्शन के लिए एक संभावित अभिव्यक्ति उत्पन्न करें।
- गुणनखंडित रूप में लिखे गए बहुपद फ़ंक्शंस के शून्यों को पहचानें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र देखते हैं कि कैसे बहुपद के मानक और तथ्यात्मक रूप अलग-अलग विशेषताओं को उजागर करते हैं, और वे उनके बीच लचीले ढंग से स्थानांतरित करने के लिए संरचना का उपयोग करते हैं। छात्र बहुपद के ग्राफ के बहुपद और x -अंतःखंड के कारकों के बीच पैटर्न देखकर शुरुआत करते हैं। वे द्विघात के साथ अपने पिछले काम का विस्तार करते हुए सामान्यीकरण करते हैं कि यदि x के एक विशिष्ट मूल्य के लिए कारकों को एक साथ गुणा करने पर 0 बराबर होता है, तो कम से कम एक कारक को x के उस मूल्य पर 0 के बराबर होना चाहिए। अगले छात्र देखते हैं कि जबकि गुणनखंडित रूप शून्य और x -अंतःखंड खोजने के लिए उपयोगी है, मानक रूप बहुपद की डिग्री और स्थिर अवधि निर्धारित करने के लिए अधिक उपयोगी है। वे बहुपद को गुणनखंड से मानक रूप में फिर से लिखने के लिए वितरण संपत्ति के अपने ज्ञान का उपयोग करते हैं। अंत में, छात्र बहुपद के ग्राफ पर एक स्थिर कारक के प्रभाव पर विचार करते हैं। वे निर्दिष्ट क्षैतिज अवरोधन के साथ बहुपद के लिए संभावित समीकरण लिखते हैं, और बहुपद को ग्राफ़ करने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करते समय उपयुक्त देखने वाली विंडो पर विचार करते हैं।

पाठ

1. कनेक्टिंग फैक्टर्स और जीरो - आइए गुणनखंडित रूप में लिखे बहुपद की जांच करें।
2. विभिन्न रूप - आइए उनके बारे में जानने के लिए बहुपद के विभिन्न रूपों का उपयोग करें।
3. गुणनखंडों और शून्यों का उपयोग करना - आइए कुछ बहुपद लिखें।

अनुभाग C: बहुपद के ग्राफ़

खंड के लक्ष्य

- बहुपद समीकरण की एक प्रणाली के समाधान की गणना करें।
- विशिष्ट अंतिम व्यवहार के साथ बहुपद फ़ंक्शंस के लिए समीकरण बनाएं।
- गुणनखंडित रूप में दिए गए बहुपद फ़ंक्शन के ग्राफ़ को स्केच करने के लिए शून्य और गुणन का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र ग्राफ़ को स्केच करने और अंतिम व्यवहार का वर्णन करने के लिए बहुपद फ़ंक्शंस की विशेषताओं जैसे कारक, डिग्री और बहुलता का उपयोग करते हैं। वे बहुपद की डिग्री और उसके ग्राफ़ के आकार के बीच पैटर्न को देखकर शुरू करते हैं, यह बताने के लिए सटीक भाषा सीखते हैं कि फ़ंक्शन का क्या होता है क्योंकि इनपुट सकारात्मक या नकारात्मक दिशा में बढ़े और बढ़े होते जाते हैं। छात्र पैटर्न को नोटिस करना जारी रखते हैं क्योंकि वे यह पता लगाते हैं कि अग्रणी गुणांक का संकेत और कारकों की बहुलता बहुपद के ग्राफ़ को कैसे प्रभावित करती है। ये सभी विचार विद्यार्थियों ने रखे

एक साथ, जब वे गुणनखंडित रूप में लिखे बहुपदों के आलेख बनाते हैं। अंत में विद्यार्थी रैखिक समीकरण निकायों के अपने पूर्व कार्य का उपयोग ऐसे समीकरण निकाय हल करने के लिए करते हैं जिनमें कम से कम एक द्विघात समीकरण हो। वे दो बहुपद फलनों के प्रतिच्छेदन बिंदु खोजने के लिए आलेखीय और बीजगणितीय, दोनों तरीकों का उपयोग करते हैं।

पाठ

1. अंतिम व्यवहार (भाग 1) - आइए बहुपद के आकार की जांच करें।
2. अंतिम व्यवहार (भाग 2) - आइए बहुपद के अंतिम व्यवहार का वर्णन करें।
3. बहुलता - आइए कुछ बहुपद फ़ंक्शंस का स्केच बनाएं।
4. अंतर्विरोध ढूँढना - आइए एक साथ दो बहुपद के बारे में सोचें।

अनुभाग D: बहुपद भाग

खंड के लक्ष्य

- सामान्यीकृत करें कि एक बहुपद और एक संख्या c के लिए, भाग पर $(x - c)$ द्वारा शेष c पर बहुपद का मान है।
- रैखिक कारकों के उत्पाद के रूप में बहुपद को फिर से लिखें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में छात्रों को बहुपद भाग से परिचित कराया जाता है। वे वितरणात्मक संपत्ति के बारे में तर्क करने में सहायता के लिए आरेखों का उपयोग करके शुरुआत करते हैं। इसके बाद वे पूर्णांक के साथ लंबे भाग और बहुपद के साथ लंबे भाग के बीच समानताएं तलाशते हैं। वे लंबे भाग के लिए एल्गोरिदम का उपयोग करने की तुलना आरेख को पूरा करने में उपयोग किए गए तर्क से करते हैं। इसके बाद, सूचना गैप संरचना का उपयोग करते हुए, छात्रों ने बहुपद के बारे में जो कुछ भी सीखा है, उसे एक रैखिक कारक दिए हुए मानक रूप में लिखे गए बहुपद के ग्राफ को स्केच करने के लिए एक साथ रखा है। बहुपद को रैखिक कारकों के उत्पाद के रूप में फिर से लिखने के लिए उन्हें पहले भाग का उपयोग करना होगा, और फिर अंतिम व्यवहार सहित बहुपद के ग्राफ को स्केच करने के लिए प्रत्येक कारक की डिग्री, शून्य और बहुलता को ध्यान में रखना होगा। छात्र संबंध बनाना जारी रखते हैं क्योंकि वे पूर्णांक को विभाजित करते समय शेषफल के अर्थ और बहुपद को विभाजित करते समय शेषफल के अर्थ की तुलना करते हैं। वे इस तथ्य का उपयोग करते हैं कि यदि एक रैखिक अभिव्यक्ति बहुपद का एक कारक है, तो भाग पर शेष शून्य है। छात्रों को शेष प्रमेय से भी संक्षेप में परिचित कराया जाता है जिसमें कहा गया है: जब एक बहुपद को $(x - c)$ से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल c पर बहुपद के मान के बराबर होता है।

पाठ

1. बहुपद भाग (भाग 1) - आइए भाग दें बहुपद का एक तरीका सीखें।
2. बहुपद भाग (भाग 2) - आइए भाग दें बहुपद का एक अलग तरीका सीखें।
3. आप बहुपद के बारे में क्या जानते हैं? — आइए अब तक हमने बहुपद के बारे में जो सीखा है उसे एक साथ रखें।
4. शेष प्रमेय - आइए भाग और शेष प्रमेय को जोड़ें।

यूनिट 3: परिमेय फलन और समीकरण

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी बहुपदों से आगे परिमेय फलन और समीकरण सीखते हैं। वे अनंतस्पर्शी व्यवहार का विश्लेषण करते हैं, परिमेय समीकरण हल करते और बाहरी हल पहचानते हैं, बहुपद सर्वसमिकाएँ सिद्ध करते हैं तथा परिमित गुणोत्तर श्रेणी के योग का सूत्र निकालते हैं।

इकाई का विवरण

"बहुपद फलन" इकाई पर निर्माण करते हुए, इस इकाई में, छात्र परिमेय फलनों, परिमेय समीकरण और पहचान के साथ काम करने के लिए संक्रमण करते हैं। इकाई परिमेय फलनों के परिचय के साथ शुरू होती है क्योंकि छात्र उन स्थितियों पर विचार करते हैं जिन्हें वे मॉडल कर सकते हैं, जैसे कि पृष्ठीय क्षेत्रफल को कम करना या औसत लागत निर्धारित करना। छात्र अपने ग्राफ़ के स्पर्शोन्मुख व्यवहार की जांच करते हैं, जो समीकरण की संरचना से संबंधित है। छात्र संरचना का निर्माण जारी रखते हैं क्योंकि वे फलन के अंतिम व्यवहार की पहचान करने के उद्देश्य से परिमेय अभिव्यक्तियों को फिर से लिखने के लिए बहुपद भाग का उपयोग करते हैं। फिर छात्र परिमेय समीकरण को हल करने और यह समझने पर ध्यान केंद्रित करते हैं कि कैसे कुछ तरीके संभावित समाधानों की ओर ले जा सकते हैं जो वास्तव में समाधान नहीं हैं (तथाकथित "बाहरी समाधान")। अंतिम खंड में, छात्र पहचान का अध्ययन करते हैं। छात्र यह साबित करने या अस्वीकार करने के दौरान अभिव्यक्ति में हेरफेर करने के अपने कौशल को तेज करते हैं कि दो अभिव्यक्तियाँ समान हैं। इकाई पिछली इकाई में पहली बार जांचे गए ज्यामितीय अनुक्रमों की वापसी के साथ समाप्त होती है और, अनुभाग की शुरुआत में सिद्ध बहुपद पहचान का उपयोग करके, छात्र समस्याओं को हल करने के लिए सूत्र का उपयोग करने से पहले एक परिमित ज्यामितीय श्रृंखला के योग के लिए सूत्र प्राप्त करते हैं।

अनुभाग ए: परिमेय फलन

खंड के लक्ष्य

- उनके समीकरण से परिमेय फलनों के स्पर्शोन्मुख को पहचानें।
- संदर्भ में परिमेय फलनों की व्याख्या करें।

खंड का विवरण

यह खंड छात्रों को फलन के समीकरण और ग्राफ़, जैसे ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज अनंतस्पर्शी की विशेषताओं को जोड़कर परिमेय फलनों से परिचित कराता है। पहला पाठ जानबूझकर एक ज्यामितीय अवधारणा पर ध्यान केंद्रित करके "बहुपद फलन" इकाई के पहले पाठ को प्रतिध्वनित करता है। यह पाठ के दौरान परिमेय और बहुपद फलनों की तुलना करने को प्रोत्साहित करता है, अंत में खुलासा करने से पहले कि बहुपद एक विशिष्ट प्रकार के परिमेय फलन हैं। इस पूरे खंड में छात्र वास्तविक दुनिया और अमूर्त दोनों संदर्भों के साथ काम करते हैं क्योंकि वे परिमेय फलनों के विभिन्न अभ्यावेदन के बीच संबंध बनाते हैं। छात्र ऊर्ध्वाधर अनंतस्पर्शी के निकट परिमेय फलनों के व्यवहार को समझते हैं। अंतिम व्यवहार के बारे में उनकी समझ क्षैतिज अनंतस्पर्शी की शुरुआत के साथ विकसित होती है। अनुभाग का अंतिम पाठ एक समीकरण की संरचना को एक अलग तरीके से देखने के लिए बहुपद लंबे भाग के उपयोग को फिर से प्रस्तुत करता है, जो एक परिमेय समीकरण के अंतिम व्यवहार और अंश और हर की डिग्री के बीच संबंधों को प्रकट करता है।

पाठ

1. पृष्ठीय क्षेत्रफल को न्यूनतम करना - आइए विभिन्न सिलेंडरों के सतह क्षेत्रफलों की जांच करें।
2. परिमेय फलनों के ग्राफ़ (भाग 1) - आइए परिमेय फलनों के ग्राफ़ और समीकरण का पता लगाएं।
3. परिमेय फलनों के ग्राफ़ (भाग 2) - आइए क्षैतिज अनंतस्पर्शी के बारे में जानें।
4. परिमेय फलनों का अंतिम व्यवहार - आइए परिमेय फलनों के अंतिम व्यवहार का पता लगाएं।

अनुभाग B: परिमेय समीकरण

खंड के लक्ष्य

- समस्याओं को हल करने के लिए परिमेय अभिव्यक्ति को शामिल करते हुए सरल समीकरण बनाएं।
- परिमेय अभिव्यक्तियों को शामिल करते हुए समीकरण को हल करें, और किसी भी बाहरी समाधान की पहचान करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग का ध्यान परिमेय समीकरण को हल करने पर है। छात्र समीकरण को लिखने और हल करने से शुरू करते हैं जिसमें एक परिमेय अभिव्यक्ति शामिल होती है जो एक परिमेय संख्या के बराबर होती है। जैसे-जैसे पाठ आगे बढ़ेगा, छात्र तेजी से चुनौतीपूर्ण परिमेय समीकरण को हल करेंगे, अंतिम पाठ यह समझने पर केंद्रित होगा कि कैसे असंगत समाधान उत्पन्न हो सकते हैं।

पाठ

1. परिमेय समीकरण (भाग 1) — आइए कुछ परिमेय समीकरण लिखें और हल करें।
2. परिमेय समीकरण (भाग 2) — आइए कुछ और परिमेय समीकरण लिखें और हल करें।
3. परिमेय समीकरण हल करना — आइए परिमेय समीकरणों को योजनाबद्ध तरीके से हल करने पर विचार करें।

अनुभाग C: बहुपद पहचान

खंड के लक्ष्य

- पहचान साबित करें।
- समस्याओं को हल करने के लिए ज्यामितीय अनुक्रम में पहले n शब्दों के योग के लिए सूत्र का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग का लक्ष्य छात्रों के लिए बड़े, अधिक जटिल समीकरण के साथ काम करके अपने कौशल का निर्माण करना है। पहले दो पाठ पहचान पर केंद्रित हैं। छात्र सीखते हैं कि पहचान क्या हैं और यह कैसे निर्धारित किया जाए कि समीकरण एक पहचान है या नहीं। इन पाठों के दौरान, छात्र दिखाते हैं कि एक प्रमुख बहुपद पहचान कायम है। यह समीकरण एक परिमित ज्यामितीय श्रृंखला के योग के सूत्र की नींव देता है, जो बाद के दो पाठों का फोकस है। छात्र अमूर्त और वास्तविक दुनिया दोनों स्थितियों में सूत्र को लागू करने का अभ्यास करते हैं। भाषा पर एक नोट: चूंकि श्रृंखलाएं इस पाठ्यक्रम के दायरे से बाहर हैं, इसलिए ये सामग्रियां इस समय इस शब्द का परिचय नहीं देती हैं। विद्यार्थी-सामना करने वाली सामग्रियां "एक परिमित ज्यामितीय अनुक्रम के योग" को संदर्भित करती हैं, इसके बजाय, अनुक्रमों के साथ पहले के काम को जोड़ती हैं।

पाठ

1. बहुपद पहचान (भाग 1) - आइए बहुपद पहचान के बारे में जानें।
2. बहुपद पहचान (भाग 2) - आइए कुछ अन्य पहचानों का पता लगाएं।
3. संक्षेप में - आइए जोड़ें संख्याओं का बेहतर तरीका जानें।
4. योग का उपयोग करते हुए - आइए कुछ योग की गणना करें।

इकाई 4: सम्मिश्र संख्याएँ और परिमेय घातांक

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी घातांक नियमों का विस्तार परिमेय घातांकों तक करते हैं। वे वर्गमूल और घनमूल वाले समीकरण हल करते हैं, सम्मिश्र संख्याओं की अवधारणा सीखते हैं और वास्तविक या सम्मिश्र हल वाले द्विघात समीकरण हल करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र घातांक और रेडिकल्स के बारे में जो कुछ भी जानते हैं उसका उपयोग घातांक नियमों का विस्तार करने के लिए करते हैं ताकि परिमेय घातांक को शामिल किया जा सके, वर्गों और वर्गमूलों को शामिल करते हुए समीकरण को हल किया जा सके, जटिल संख्याओं की समझ विकसित की जा सके और जटिल जड़ों वाले द्विघात समीकरण को हल किया जा सके। यूनिट रेडिकल के संदर्भ में परिमेय घातांक को उचित ठहराने के लिए उन नियमों का उपयोग करने से पहले घातांक नियमों की एक वैकल्पिक समीक्षा के साथ खुलती है। नया नियम समीकरण के समाधान के रूप में वर्ग और घन जड़ों की खोज की ओर ले जाता है। विशेष रूप से, छात्र सीखते हैं कि धनात्मक संख्याएँ के दो वर्गमूल होते हैं और मूल चिह्न केवल सकारात्मक मूल का प्रतिनिधित्व करता है। छात्र यह पहचानने के लिए वर्ग और घन जड़ों को शामिल करते हुए समीकरण का पता लगाते हैं कि समीकरण के प्रत्येक पक्ष का वर्ग करने से ऐसे समाधान पेश किए जा सकते हैं जो मूल समीकरण के समाधान नहीं हैं। तीसरा खंड समीकरण x वर्ग बराबर ऋणात्मक के समाधान के रूप में i को प्रस्तावित करके काल्पनिक और जटिल संख्याओं का परिचय देता है। छात्र इस नए प्रकार की संख्या को वास्तविक संख्या रेखा से दूर एक काल्पनिक अक्ष पर प्रस्तुत करके इसके निहितार्थों का पता लगाते हैं। इस अन्वेषण में जटिल संख्याएँ प्राप्त करने के लिए काल्पनिक और वास्तविक संख्याओं को एक साथ जोड़ना, और फिर जटिल संख्याओं को जोड़ना और गुणा करना शामिल है। इसके बाद, छात्र अधिक द्विघात समीकरण को हल करने के लिए जटिल संख्याओं की अपनी नई समझ का उपयोग करते हैं। अंत में, डेटा के आनुपातिक क्षेत्रफल वाले वृत्तों का उपयोग करके मानचित्र पर डेटा प्रतिनिधित्व का एक वैकल्पिक अन्वेषण है, जिसमें छात्रों को उपयुक्त वृत्तों की त्रिज्या ज्ञात करने के लिए वर्गमूलों की अपनी समझ का उपयोग करना चाहिए।

अनुभाग ए: घातांक गुण

खंड के लक्ष्य

- संख्याओं को दर्शाने के लिए रेडिकल और घातांक दोनों का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में विद्यार्थी घातांक नियमों की समझ से परिमेय घातांकों का अर्थ समझते हैं, जैसे धनात्मक संख्या x के लिए x की आधी घात का अर्थ x का वर्गमूल है। पहले दो पाठ घातांक नियमों तथा वर्गमूल और घनमूल के ज्यामितीय अर्थ की वैकल्पिक पुनरावृत्ति हैं। यदि विद्यार्थी ये अवधारणाएँ समझते हैं, तो इन पाठों को छोड़ा जा सकता है। फिर वे घातांक में इकाई भिन्न वाले व्यंजक देखते और घातांक नियमों से परिमेय घातांकों तथा करणी के बीच संबंध पहचानते हैं। यह समझ अन्य धनात्मक परिमेय घातांकों और फिर किसी भी परिमेय घातांक तक बढ़ाई जाती है।

पाठ

- घातांक के गुण (वैकल्पिक) - आइए पूर्णांक घातांक का उपयोग करें।
- वर्गमूल और घनमूल (वैकल्पिक) - आइए वर्गमूल और घनमूल के बारे में सोचें।
- घातांक जो कि इकाई भिन्न है - आइए घातांक को आधा और एक तिहाई की तरह एक्सप्लोर करें।
- सकारात्मक परिमेय घातांक - आइए घातांक लिखने के लिए जड़ों का उपयोग करें जो कि भिन्न हैं।
- नकारात्मक परिमेय घातांक - आइए नकारात्मक घातांक की जांच करें।

अनुभाग B: वर्ग और घनमूलों के साथ समीकरण को हल करना

खंड के लक्ष्य

- रेडिकल समीकरण के समाधान की गणना करें।
- बताएं कि एक रेडिकल समीकरण में 0 समाधान या 1 समाधान क्यों है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र वर्ग और घनमूलों को शामिल करते हुए समीकरण से परिचित होते हैं। वे यह पहचान कर अनुभाग शुरू करते हैं कि धनात्मक संख्याएँ के दो वर्गमूल हैं और सकारात्मक वर्गमूल का प्रतिनिधित्व करने के लिए मूल प्रतीक को समझने के लाभ को पहचानते हैं। प्रतिबंध के कारण सावधानी बरतने की आवश्यकता होती है, हालाँकि, जब छात्र देखते हैं कि वर्गमूल वाले समीकरण को हल करने से कभी-कभी ऐसे समाधानों के साथ समीकरण हो सकता है जो मूल समीकरण के समाधान नहीं हैं। यह पहचानने के बाद कि यह सावधानी घनमूलों के लिए आवश्यक नहीं है, छात्र वर्ग और घनमूलों सहित समीकरण को हल करते हैं। यह अनुभाग एक वैकल्पिक पाठ के साथ समाप्त होता है जिसका उपयोग अतिरिक्त अभ्यास के लिए किया जा सकता है। ध्यान दें कि छात्रों को अभी तक काल्पनिक संख्याओं से परिचित नहीं कराया गया है, इसलिए इस पूरे खंड में, सामग्री कहती है कि समीकरण जैसे कि x का वर्ग एक ऋणात्मक संख्या के बराबर है, जिसका कोई समाधान नहीं है। इकाई में बाद में छात्रों को काल्पनिक और जटिल संख्याओं का सामना करने के बाद, वास्तविक समाधानों के बारे में अंतर किया जाएगा।

पाठ

1. वर्ग और वर्गमूल - आइए समीकरण की तुलना वर्ग और वर्गमूल से करें।
2. असमान समीकरण? — आइए देखें कि जब हम समीकरण की प्रत्येक भुजा को वर्गाकार करते हैं तो क्या होता है।
3. घन और घन मूल - आइए समीकरण की तुलना घन और घन मूल से करें।
4. रेडिकल समीकरण को हल करना (वैकल्पिक) - आइए रेडिकल समीकरण को हल करने का अभ्यास करें।

धारा C: एक नई तरह की संख्या

खंड के लक्ष्य

- जोड़ें, घटाएँ, और गुणा करें जटिल संख्याएँ, और समाधानों को $a + bi$ के रूप में दर्शाते हैं।

खंड का विवरण

इस खंड में छात्रों को काल्पनिक और जटिल संख्याओं से परिचित कराया जाता है। यह याद दिलाने के बाद कि एक समय था जब ऋणात्मक संख्याएँ उनके लिए नए थे और उनका उपयोग कैसे करना है यह समझने में थोड़ा समय लगा, छात्रों को बताया गया कि i एक और नए प्रकार की संख्या है। जिस तरह सकारात्मक संख्या रेखा को नकारात्मक मान दिखाने के लिए बढ़ाया गया था, वास्तविक संख्या रेखा को काल्पनिक और जटिल संख्याओं की कल्पना करने के लिए एक जटिल विमान बनाने के लिए बढ़ाया गया है। छात्र तब जोड़ें और गुणा करें जटिल संख्याओं को सीखना सीखते हैं। एक वैकल्पिक पाठ मानकों से परे जाकर यह देखने का अवसर है कि कैसे जटिल संख्याओं की बढ़ती शक्तियाँ एक पैटर्न का अनुसरण करती हैं। सम्मिश्र संख्याओं को वास्तविक संख्या a और b के साथ $a + bi$ के रूप में लिखना सामान्य है। इस अनुभाग की सामग्रियों में आम तौर पर इस परिपाटी का पालन किया जाता है।

पाठ

1. एक नए प्रकार का नंबर - आइए एक नए नंबर का आविष्कार करें।
2. संख्या i का परिचय - आइए मिलते हैं i से।
3. जटिल संख्याओं के साथ अंकगणित - आइए जटिल संख्याओं के साथ काम करें।
4. जटिल संख्याओं को गुणा करना - आइए गुणा करें जटिल संख्याओं को गुणा करें।
5. जटिल संख्याओं के साथ अधिक अंकगणित (वैकल्पिक) - आइए जटिल संख्याओं को जोड़ने, घटाने और गुणा करने का अभ्यास करें।
6. पीछे की ओर काम करना - आइए जटिल संख्याओं को गुणा करने के बारे में हमने जो सीखा है उसका उपयोग करें।

अनुभाग D: जटिल संख्याओं के साथ द्विघात को हल करना

खंड के लक्ष्य

- द्विघात समीकरण बनाएं जिसमें वास्तविक या गैर-वास्तविक समाधान हों।
- द्विघात समीकरण को हल करें और समाधान विधि समझाएं।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र द्विघात समीकरण को हल करने पर लौटते हैं। इस बार, वे कोई भी वास्तविक या जटिल समाधान ढूंढने में सक्षम हैं। छात्र समीकरण को हल करने के लिए तर्क, वर्ग पूरा करने और द्विघात सूत्र का उपयोग करते हैं। छात्र समाधानों की संख्या और प्रकार निर्धारित करने में सहायता के लिए द्विघात सूत्र की संरचना का उपयोग करते हैं। यद्यपि विभेदक का उल्लेख किया गया है, छात्रों को द्विघात सूत्र से अलग अभिव्यक्ति को याद करने के लिए नहीं कहा जाना चाहिए। उन्हें यह निर्धारित करने के लिए द्विघात सूत्र में शब्द के बारे में तर्क करने में सक्षम होना चाहिए कि समाधान वास्तविक हैं या जटिल। अनुभाग का पहला पाठ वैकल्पिक है क्योंकि यह वर्ग को पूरा करने और द्विघात समीकरण को हल करने के लिए द्विघात सूत्र का उपयोग करने के तरीके पर दोबारा गौर करता है। यदि छात्र इस रणनीति में पारंगत हैं, तो पाठ को सुरक्षित रूप से छोड़ा जा सकता है। अनुभाग का अंतिम पाठ वैकल्पिक अभ्यास है जिसमें छात्र अपना स्वयं का द्विघात समीकरण बनाते हैं ताकि उनके पास आवश्यक संख्या और प्रकार के समाधान हों।

पाठ

1. द्विघात को हल करना (वैकल्पिक) - आइए द्विघात समीकरण को हल करें।
2. वर्ग और जटिल समाधान को पूरा करना - आइए वर्ग को पूरा करके द्विघात समीकरण का जटिल समाधान खोजें।
3. द्विघात सूत्र और जटिल समाधान - आइए द्विघात समीकरण के जटिल समाधान खोजने के लिए द्विघात सूत्र का उपयोग करें।
4. वास्तविक और गैर-वास्तविक समाधान (वैकल्पिक) - आइए विशिष्ट प्रकार के समाधानों के साथ द्विघात समीकरण बनाएं।

अनुभाग E: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. आनुपातिक वृत्त बनाना (वैकल्पिक) - आइए डेटा का एक मानचित्र बनाएं।

इकाई 5: घातीय फलन और समीकरण

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी घातांकीय फलनों का विस्तार परिमेय और सतत इनपुट तक करते हैं। वे घातांकीय समीकरण हल करने के लिए लघुगणक सीखते हैं, स्थिरांक e का अध्ययन करते हैं और घातांकीय तथा लघुगणकीय फलनों व उनके आलेखों से समस्याओं के मॉडल बनाते और उन्हें हल करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र घातीय और लघुगणकीय फलनों का पता लगाते हैं। इकाई की शुरुआत छात्रों द्वारा ज्यामितीय अनुक्रमों को याद करने और निरंतर वृद्धि कारक द्वारा मूल्यों की वृद्धि या गिरावट के संबंध को चित्रित करने से होती है। यह $f(x) = a \cdot b^x$ फॉर्म के फलन का उपयोग करके घातीय संबंधों को व्यक्त करने की ओर जाता है, जहां फलन का मान होता है जब $x = 0$ होता है और b वृद्धि कारक होता है। विभिन्न संदर्भों में घातीय फलनों और उनके अर्थ को बेहतर ढंग से समझने के लिए छात्र पूर्णांक के बीच नकारात्मक मूल्यों और मूल्यों सहित विभिन्न परिमेय इनपुट का उपयोग करते हैं। इसमें विभिन्न लंबाई के अंतराल पर विकास कारकों की खोज शामिल है। उदाहरण के लिए, समान जनसंख्या वृद्धि को प्रति दशक वृद्धि कारक या प्रति वर्ष भिन्न वृद्धि कारक का उपयोग करके वर्णित किया जा सकता है। घातांक के रूप में उपयोग किए जाने वाले चर की खोज से चर के लिए समीकरण को हल करने और लघुगणक की शुरुआत की आवश्यकता होती है। छात्रों को पारंपरिक लघुगणक पैटर्न प्रस्तुत किए जाते हैं और पैटर्न और संबंध खोजने के लिए कहा जाता है, जिससे उन्हें पता चलता है कि लघुगणक घातीय समीकरण को फिर से लिखने का एक तरीका दर्शाते हैं। स्थिरांक e प्रस्तुत किया गया है और छात्र $a \cdot b^x$ रूप के फलनों की तुलना $a \cdot e^{(kx)}$ रूप के फलनों से करते हैं। अंत में, छात्र ग्राफिकल और बीजगणितीय तरीकों का उपयोग करके घातीय और लघुगणकीय समीकरण को हल करते हैं और फिर संदर्भ में समाधान की व्याख्या करते हैं। इस इकाई में लघुगणक मुख्य रूप से आधार 10, 2, और e पर केंद्रित हैं, हालांकि अन्य सकारात्मक आधारों का उल्लेख किया गया है। ध्यान दें कि, पूरी इकाई में, घातांकीय अभिव्यक्ति और लघुगणक दोनों के आधार सकारात्मक माने गए हैं।

अनुभाग ए: बढ़ना और सिकुड़ना

खंड के लक्ष्य

- संदर्भ में घातीय फलन के परिमेय इनपुट के अर्थ की व्याख्या करें।
- समझें कि एक घातीय फलन समान अंतराल पर एक स्थिर कारक द्वारा बदलता है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र घातीय फलनों के बारे में सोचना शुरू करने के लिए एक निश्चित प्रतिशत द्वारा ज्यामितीय अनुक्रमों और वृद्धि और क्षय को फिर से देखते हैं। फिर छात्र विभिन्न प्रकार के परिमेय इनपुट, जैसे नकारात्मक मान या पूर्णांक के बीच मान का गणितीय और प्रासंगिक अर्थ बनाते हैं। छात्र मानते हैं कि घातीय फलन समान लंबाई के अंतराल पर समान गुणज द्वारा बढ़ते या घटते हैं। फिर वे उस समझ को यह पहचानने के लिए लागू करते हैं कि एक निश्चित लंबाई के उप-अंतराल पर वृद्धि संबंधित कारक द्वारा बढ़नी या घटनी चाहिए। छात्र विकास कारक की इस समझ का उपयोग करके, इनपुट की इकाइयों को परिवर्तित करते हैं, जैसे दशकों का प्रतिनिधित्व करने वाले इनपुट के लिए लिखे गए फलन को वर्षों का प्रतिनिधित्व करने वाले इनपुट में परिवर्तित करना। मौखिक विवरण, तालिकाओं, ग्राफ और समीकरण जैसे घातीय फलनों के विभिन्न अभ्यावेदन को जोड़ने वाली अतिरिक्त समीक्षा के लिए इकाई के आरंभ में एक वैकल्पिक पाठ उपलब्ध है। छात्रों के लिए यूनिट में बाद में एक और वैकल्पिक पाठ पेश किया गया है ताकि वे उन इनपुट के साथ घातांकीय क्षय की अपनी समझ का उपयोग करके अभ्यास कर सकें जो पूर्ण संख्याएँ नहीं हैं।

पाठ

- बढ़ना और सिकुड़ना - आइए घातीय परिवर्तन की गणना करें।
- विकास और क्षय का प्रतिनिधित्व (वैकल्पिक) - आइए घातीय परिवर्तन का प्रतिनिधित्व करने के तरीकों पर फिर से गौर करें।

- परिमेय इनपुट को समझना - आइए घातीय फलनों को देखें जहां इनपुट मान पूर्ण संख्याएँ नहीं हैं।
- परिमेय इनपुट पर फलनों का प्रतिनिधित्व - आइए जानें कि समय के आंशिक अंतराल पर मात्राएँ कैसे बढ़ रही हैं या घट रही हैं।
- परिमेय अंतराल पर परिवर्तन - आइए देखें कि जब इनपुट आंशिक मात्रा में बदलता है तो घातीय फलन कैसे बदलता है।
- घातीय फलनों के लिए समीकरण लिखना - आइए तय करें कि घातीय फलन के लिए समीकरण लिखने के लिए हमें किस जानकारी की आवश्यकता है।
- घातीय फलनों की व्याख्या करना और उनका उपयोग करना (वैकल्पिक) - आइए प्राचीन चीजों की आयु का पता लगाएं।

अनुभाग B: गुम घातांक

खंड के लक्ष्य

- घातीय और लघुगणकीय रूपों में समतुल्य समीकरण बनाएं।
- लघुगणकीय अभिव्यक्ति के मूल्य का अनुमान लगाएं।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्रों को पहले अज्ञात घातांक के लिए मान प्राप्त करने का तरीका खोजने की आवश्यकता को पहचानकर लघुगणक से परिचित कराया जाता है, फिर घातांक और तालिका में मानों के बीच संबंध खोजने के लिए $\log$ तालिका की संरचना की जांच की जाती है। लघुगणक को सबसे पहले आधार 10 का उपयोग करके पेश किया गया है क्योंकि वे आमतौर पर उपयोग किए जाते हैं और किसी संख्या में अंकों की संख्या से संबंध देखना अधिक आसानी से देखा जाता है। फिर छात्रों को उनकी समझ को अन्य आधारों तक विस्तारित करने से पहले 2 के आधार के साथ लघुगणक से परिचित कराया जाता है। छात्र आधार 10 में लघुगणक के मानों की गणना करने के लिए अपने कैलकुलेटर का उपयोग करना सीखते हैं, लेकिन उन्हें केवल अन्य आधारों के लघुगणक जानने की आवश्यकता होती है जब समाधान एक पूर्णांक होता है। अन्य मूल्यों के लिए, छात्रों को केवल लगातार पूर्णांक के बीच के मूल्य का अनुमान लगाने के लिए कहा जाता है।

पाठ

- अज्ञात घातांक - आइए अज्ञात घातांक खोजें।
- लघुगणक क्या है? - आइए लघुगणक के बारे में जानें।
- लघुगणक समीकरण की व्याख्या करना और लिखना - आइए विभिन्न आधारों वाले लघुगणक देखें।
- लघुगणकीय अभिव्यक्तियों का मूल्यांकन - आइए कुछ लॉग खोजें!

अनुभाग C: स्थिरांक e

खंड के लक्ष्य

- घातीय फलनों के समीकरण में पैरामीटरों की व्याख्या $a \cdot e^{(kt)}$ के रूप में करें।

खंड का विवरण

यह खंड निरंतर e को एक मान के रूप में प्रस्तुत करता है जिसे अक्सर निरंतर वृद्धि प्रदर्शित करने वाले घातीय फलनों के लिए आधार के रूप में उपयोग किया जाता है। सबसे पहले, वे e और अभिव्यक्ति $(1 + 1/n)^n$ के बीच संबंध तलाशते हैं। फिर, छात्र इन संदर्भों से उत्पन्न समीकरण को हल करने के तरीके के रूप में प्राकृतिक लघुगणक की ओर मुड़ने से पहले निरंतर विकास दर की तुलना अलग-अलग विकास दर से करने वाले संदर्भों को देखते हैं।

पाठ

- संख्या e - आइए संख्या e के बारे में जानें।

2. आधार e के साथ घातीय फलन - आइए उन स्थितियों पर नजर डालें जिन्हें आधार e के साथ घातीय फलनों का उपयोग करके मॉडलिंग किया जा सकता है।
3. घातीय समीकरण को हल करना - आइए लघुगणक का उपयोग करके समीकरण को हल करें।

अनुभाग D: लघुगणकीय फलन और ग्राफ़

खंड के लक्ष्य

- घातीय समीकरण के समाधान की गणना या अनुमान लगाने के लिए ग्राफ़ और लघुगणक का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र लघुगणकीय फलनों को बेहतर ढंग से समझने के लिए ग्राफ़ का उपयोग करते हैं। वे घातीय और लघुगणकीय समीकरण के समाधानों का अनुमान लगाने के लिए ग्राफ़ का उपयोग करते हैं और फिर संदर्भ में उन समाधानों की व्याख्या करते हैं। वे लघुगणकीय फलनों के ग्राफ़ की तुलना भी करते हैं जिनके अलग-अलग आधार होते हैं।

पाठ

1. समस्याओं को हल करने के लिए ग्राफ़ और लघुगणक का उपयोग करना (भाग 1) - आइए समस्याओं को हल करने के लिए ग्राफ़ और लघुगणक का उपयोग करें।
2. समस्याओं को हल करने के लिए ग्राफ़ और लघुगणक का उपयोग करना (भाग 2) - आइए उनके ग्राफ़ का अध्ययन करके घातीय फलनों की तुलना करें।
3. लॉगरिदमिक फ़ंक्शंस - आइए $\log$ फ़ंक्शंस का ग्राफ़ बनाएं।

अनुभाग E: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. लॉगरिदमिक फ़ंक्शंस के अनुप्रयोग (वैकल्पिक) - आइए अम्लता के स्तर और भूकंप की ताकत को मापें।

इकाई 6: फलनों का परिवर्तन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी देखते हैं कि इनपुट और आउटपुट के स्थानांतरण, परावर्तन तथा पैमाना बदलने से फलन कैसे रूपांतरित होते हैं। वे सम और विषम सममिति का सामान्यीकरण करते हैं और वास्तविक आँकड़ों के मॉडल बनाने में रूपांतरणों का उपयोग करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र फलनों पर समग्र रूप से विचार करते हैं और समझते हैं कि उन्हें किसी स्थिति की आवश्यकताओं के अनुरूप कैसे बदला जा सकता है, जो गणित के साथ मॉडलिंग का एक पहलू है। इस इकाई से पहले, छात्रों ने विभिन्न प्रकार के फलन प्रकारों, जैसे बहुपद, रेडिकल और एक्सपोनेंशियल के साथ काम किया है। आवधिक फलनों को बदलने के लिए छात्र बाद की इकाई में इस कार्य को आगे बढ़ाएंगे। परिवर्तनों के अध्ययन के बाद तक त्रिकोणमितीय फलनों के परिचय को सहेजने से, छात्रों को नए दृष्टिकोण से परिवर्तनों को फिर से देखने का अवसर मिलता है, जो इस विचार को पुष्ट करता है कि सभी फलन, यहां तक कि आवधिक एकल इकाइयां, स्थानांतरण, प्रतिबिंब और पैमाने के कारकों के संबंध में समान व्यवहार करती हैं। इकाई की शुरुआत छात्रों द्वारा अनौपचारिक रूप से ग्राफ़ के परिवर्तनों का वर्णन करने, उनके पूर्व ज्ञान को प्राप्त करने और उस भाषा को स्थापित करने से होती है जिसे पूरी इकाई में परिष्कृत किया जाएगा। छात्र अपनी जांच ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज स्थानांतरण और अक्षों पर प्रतिबिंब के साथ शुरू करते हैं। इससे किसी फलन का बीजगणितीय और ज्यामितीय दोनों प्रकार का विवरण सम, विषम या कुछ भी नहीं होता है। छात्र किसी फलन के इनपुट और आउटपुट को माप गुणक से गुणा करने के प्रभावों की खोज करके अपनी समझ को गहरा करना जारी रखते हैं। फिर छात्र स्थानांतरण, प्रतिबिंब और स्केलिंग की अपनी समझ को कई फलन प्रकारों के ग्राफ़ और समीकरण पर लागू करते हैं। इकाई वास्तविक दुनिया के डेटा सेट को मॉडल करने के लिए विभिन्न फलनों में परिवर्तन लागू करने वाले छात्रों के साथ समाप्त होती है।

अनुभाग ए: स्थानांतरण, प्रतिबिंब और समरूपता

खंड के लक्ष्य

- ग्राफ़ के ज्ञात स्थानांतरणों और प्रतिबिंबों का प्रतिनिधित्व करने के लिए समीकरण बनाएं।
- समीकरण से स्पष्ट करें कि कोई फ़ंक्शन सम, विषम या न तो क्यों है।
- एक ग्राफ़ से दूसरे ग्राफ़ में परिवर्तन का प्रतिनिधित्व करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र उन फलनों के परिवर्तनों पर विचार करते हैं जो मूल फलन के आकार को बनाए रखते हैं। वे ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज स्थानांतरण और क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर अक्षों पर प्रतिबिंब के साथ शुरू होते हैं। द्विघात फलनों का अध्ययन करते समय छात्रों ने इस प्रकार के परिवर्तन देखे हैं। यह अनुभाग उस समझ को सभी फलन प्रकारों तक विस्तारित करता है। सबसे पहले, छात्र बाहर छोड़ी गई पानी की बोतल के तापमान का वर्णन करने वाले डेटा सेट के लिए दो संभावित फलनों के ग्राफ़ को फिट मानते हैं और इस बारे में तर्क देते हैं कि एक बेहतर फिट क्यों है। छात्र भविष्य के पाठों में इस डेटा सेट पर वापस लौटते हैं क्योंकि वे किसी दिए गए समीकरण को फिट डेटा में बदलने के अधिक तरीके सीखते हैं। इसके बाद, छात्र जांच करते हैं कि फलन नोटेशन का उपयोग करके क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर अक्षों पर प्रतिबिंब कैसे परिभाषित किए जाते हैं। इन विचारों को ग्राफ़िकल और बीजगणितीय दोनों परिप्रेक्ष्य से, सम फलनों, विषम फलनों और ऐसे फलनों के गुणों पर विचार करने के लिए विस्तारित किया गया है जो न तो सम हैं और न ही विषम हैं। ग्राफ़ और तालिकाओं पर स्थानांतरणों के प्रभाव के अपने अध्ययन के समानांतर, छात्र फलन नोटेशन का उपयोग करके परिवर्तनों का वर्णन करने के लिए किसी अन्य फलन के संदर्भ में परिभाषित फलन के लिए समीकरण लिखना सीखते हैं।

पाठ

1. डेटा से मिलान - आइए वर्णन करें कि ग्राफ़ को कैसे बदला जाए।
2. मूविंग फ़ंक्शंस - आइए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करके ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज स्थानांतरण का प्रतिनिधित्व करें।

3. अधिक हलचल - आइए स्थितियों से मिलान करने के लिए ग्राफ़ का लंबवत और क्षैतिज रूप से स्थानांतरण करें।
4. फलनों को प्रतिबिंबित करना - आइए कुछ ग्राफ़ को प्रतिबिंबित करें।
5. कुछ फलनों में समरूपता होती है - आइए फलनों के ग्राफ़ में समरूपता को देखें।
6. समीकरण में समरूपता - आइए यह तय करने के लिए समीकरण का उपयोग करें कि कोई फलन सम है, विषम है या नहीं।
7. फलनों के परिवर्तनों को बीजगणितीय रूप से व्यक्त करना - आइए रूपांतरित फलनों को बीजगणितीय रूप से व्यक्त करें।

अनुभाग B: स्केलिंग आउटपुट और इनपुट

खंड के लक्ष्य

- किसी फ़ंक्शन के इनपुट या आउटपुट को डेटा में फ़िट करने के लिए आवश्यक माप गुणक की गणना करें।
- फ़ंक्शंस को जोड़कर, घटाकर, गुणा और विभाजित करके नए फ़ंक्शंस बनाएं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र किसी फलन पर परिवर्तनों के प्रभावों का पता लगाते हैं जो उसके आकार को बदलते हैं, जिसमें किसी फलन के इनपुट या आउटपुट को माप गुणक से गुणा करना और फलन को संयोजित करना शामिल है। सबसे पहले, वे "स्ववैश" या "स्ट्रेच" आउटपुट को बेहतर ढंग से समझने के लिए तस्वीरों में परवल्यिक मेहराबों में द्विघात फलनों को फिट करते हैं क्योंकि वे आउटपुट को माप गुणक द्वारा गुणा करने के प्रभाव का पता लगाते हैं। इसके बाद, छात्र अलग-अलग फेरिस पहियों पर सवार की समय के साथ ऊंचाई में बदलाव को स्केल कारकों के एक और अनुप्रयोग के रूप में मानते हैं क्योंकि वे माप गुणक द्वारा फलनों के इनपुट को गुणा करने का पता लगाते हैं। स्पष्ट और सटीक भाषा के उपयोग पर जोर दिया जाता है क्योंकि छात्र विभिन्न पैमाने के कारकों के प्रभावों को समझते हैं। अंत में, छात्र एक नया फलन बनाने के लिए जोड़, घटाव, गुणन, और भाग का उपयोग करके फलन को जोड़ते हैं।

पाठ

1. आउटपुट को स्केल करना - आइए कुछ ग्राफ़ को फैलाएं और स्ववैश करें।
2. इनपुट को स्केल करना - आइए विभिन्न तरीकों से स्केल कारकों का उपयोग करें।
3. फ़ंक्शंस का संयोजन - आइए अन्य फ़ंक्शंस का उपयोग करके कुछ नए फ़ंक्शंस बनाएं।

अनुभाग C: फलनों का परिवर्तन

खंड के लक्ष्य

- किसी मूल फ़ंक्शन और परिवर्तन को देखते हुए किसी फ़ंक्शन का ग्राफ़ बनाएं।
- एक फ़ंक्शन के लिए एक समीकरण बनाएं जिसे एक विशिष्ट फ़ंक्शन और एक अज्ञात फ़ंक्शन f से रूपांतरित किया गया है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र अब तक परिवर्तनों के साथ किए गए सभी कार्यों को विभिन्न प्रकार के फलन प्रकारों पर लागू करते हैं। छात्र एक मूल फलन से रूपांतरित होते हैं और रूपांतरित फलनों के लिए समीकरण लिखते हैं, जाँचते हैं कि फलनों के समीकरण में परिवर्तन प्रभाव कैसे दिखाई देते हैं, परवलय को रूपांतरित करते हैं, और वृत्तों को रूपांतरित करने का एक वैकल्पिक अवसर रखते हैं।

पाठ

1. एक मूल फलन से रूपांतरण - आइए कुछ फलन को रूपांतरित करें।
2. परिवर्तन प्रभाव - आइए कुछ समीकरण फलनों को रूपांतरित करें।
3. परवलय का रूपांतरण - आइए परवलय के रूपांतरण पर नजर डालें।
4. वृत्तों को रूपांतरित करना (वैकल्पिक) - आइए कुछ वृत्तों को रूपांतरित करें।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. डेटा के लिए एक मॉडल बनाना - आइए फलनों के साथ मॉडल बनाएं।

इकाई 7: त्रिकोणमितीय फलन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी समकोण त्रिभुज के अनुपातों को इकाई वृत्त तक बढ़ाकर त्रिकोणमितीय फलन विकसित करते हैं। वे वास्तविक संख्याओं पर कोसाइन, साइन और टैजेंट को फलनों के रूप में परिभाषित करते हैं तथा आवर्ती फलनों के रूपांतरणों से वृत्तीय और आवर्ती परिस्थितियों के मॉडल बनाते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्रों को त्रिकोणमितीय फलनों से परिचित कराया जाता है। यह इकाई छात्रों को त्रिकोणमितीय फलनों में परिवर्तनों के अपने ज्ञान को लागू करने और आवधिक स्थितियों को मॉडल करने के लिए इन फलनों का उपयोग करने के द्वारा पिछली इकाई के काम पर सीधे निर्माण करती है। इकाई एकक वृत्त के गहन अध्ययन से शुरू होती है, क्योंकि छात्र परिचित संदर्भों में गोलाकार गति का अध्ययन करते हैं। फिर छात्र एक वृत्त पर बिंदुओं के निर्देशांक को निर्धारित करने के लिए पाइथागोरस प्रमेय और समकोण त्रिकोणमिति का उपयोग करते हैं। वे एकक वृत्त को सामान्यीकृत करने के लिए वृत्तों और समकोण त्रिभुजों की समरूपता का उपयोग करते हैं, इस महत्वपूर्ण तथ्य पर ध्यान केंद्रित करते हुए कि जब कर्ण की लंबाई इकाई होती है, तो पैरों की लंबाई को कोसाइन और साइन के साथ व्यक्त की जा सकती है। फिर छात्र कोसाइन और साइन को फलन के रूप में सोचने लगते हैं। वे कोसाइन और साइन को ग्राफ़ करने के लिए एकक वृत्त का उपयोग करते हैं, फिर डोमेन को सभी वास्तविक संख्याओं तक विस्तारित करते हैं क्योंकि वे 2π से अधिक और 0 से कम रेडियन कोणों का अर्थ सीखते हैं। छात्र इनपुट मानों के बारे में भी तर्क देते हैं जहां स्पर्शरेखा फलन मौजूद नहीं है और आउटपुट मान नियमित अंतराल पर कैसे दोहराते हैं, जिससे स्पर्शरेखा फलन की आवधिक प्रकृति होती है। इसके बाद, छात्र ग्राफ़ को त्रिकोणमितीय फलनों में बदलने के साथ अपने पिछले काम को लागू करते हैं क्योंकि वे आवधिक फलनों की महत्वपूर्ण विशेषताओं की पहचान करते हैं - जिनमें मध्य रेखा, आयाम और अवधि शामिल हैं। वे आवधिक या लगभग आवधिक स्थितियों को बीजगणितीय और ग्राफ़िक रूप से मॉडलिंग करके इस इकाई के कार्य को लागू करते हैं। छात्र यूनिट में अपना स्वयं का एकक वृत्त डिस्के बनाते हैं। यह प्रदर्शन पूरी इकाई में छात्रों के लिए एक संदर्भ उपकरण के रूप में है क्योंकि वे त्रिकोणमिति की समकोण-त्रिकोण-केंद्रित समझ से कोसाइन, साइन और स्पर्शरेखा को अपने स्वयं के इनपुट और आउटपुट के साथ फलनों के रूप में देखने के लिए संक्रमण करते हैं।

अनुभाग ए: यूनिट सर्कल

खंड के लक्ष्य

- एक वृत्त पर सभी चार चतुर्थांशों में बिंदुओं के निर्देशांक को खोजने के लिए साइन और कोसाइन का उपयोग करें।
- एक त्रिकोणमितीय अनुपात का मान और कोण का चतुर्थांश दिए होने पर, पाइथागोरस सर्वसमिका से तीनों त्रिकोणमितीय अनुपातों के मान ज्ञात करें।

खंड का विवरण

यह खंड छात्रों को एकक वृत्त से परिचित कराता है क्योंकि यह समरूप त्रिभुजों और त्रिकोणमितीय अनुपात के साथ काम करता है। सबसे पहले, छात्र दोहराए जाने वाले आउटपुट वाले संदर्भ पर विचार करते हैं। पूरे अनुभाग में, छात्र परिपत्र गति से जुड़े संदर्भों का उपयोग करते हैं क्योंकि वे आवधिक फलनों और एकक वृत्त को समझते हैं। इसके बाद, छात्र समकोण त्रिभुज के पैरों को एक वृत्त पर बिंदुओं के निर्देशांक से जोड़ने के लिए पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हैं। फिर, छात्र दो पाठों में एकक वृत्त का अन्वेषण करते हैं। छात्र पिछले पाठ्यक्रम कार्य को आगे बढ़ाते हैं जिसके परिणामस्वरूप वृत्त के त्रिज्या तक जाने वाले चाप की लंबाई के अनुपात के रूप में कोण के रेडियन माप को परिभाषित किया गया। छात्र एकक वृत्त संदर्भ बनाकर इस कार्य को जारी रखते हैं क्योंकि वे एकक वृत्त पर रेडियन कोण माप और बिंदुओं के निर्देशांक की पहचान करने के लिए एकक वृत्त की समरूपता का उपयोग करते हैं। इसके बाद, छात्र समकोण त्रिभुज त्रिकोणमिति अनुपात को वृत्त के बिंदुओं से जोड़ते हैं, जिससे दो पाठों में त्रिकोणमितीय पहचान का विकास होता है। अंत में, छात्र त्रिकोणमितीय अनुपात से जुड़े भावों का उपयोग करते हुए, संदर्भ में विभिन्न वृत्तों पर बिंदुओं का प्रतिनिधित्व करते हैं। यह एक महत्वपूर्ण संक्रमण चरण है क्योंकि छात्र कोसाइन और साइन को फलन के रूप में सोचने की दिशा में आगे बढ़ते हैं।

पाठ

1. वृत्तों में घूमना - आइए वृत्तों में घूमने के बारे में सोचें।
2. समकोण त्रिभुजों का पुनरावलोकन - आइए समकोण त्रिभुजों के बारे में हम जो कुछ जानते हैं उसे याद करें और उसका उपयोग करें।
3. एकक वृत्त (भाग 1) - आइए एकक वृत्त के बारे में जानें।
4. एकक वृत्त (भाग 2) - आइए एकक वृत्त पर कोणों और बिंदुओं को देखें।
5. पायथागोरियन पहचान (भाग 1) - आइए कोसाइन और साइन के बारे में और जानें।
6. पाइथागोरस पहचान (भाग 2) - आइए पाइथागोरस पहचान का उपयोग करें।
7. एक वृत्त पर अज्ञात निर्देशांक ढूँढना - आइए एक वृत्त पर निर्देशांक खोजें।

अनुभाग B: आवधिक फलन

खंड के लक्ष्य

- कोसाइन, साइन और टेंगेट फ़ंक्शंस की विशेषताओं की तुलना करें और अंतर करें।
- 0 और 2π के बीच इनपुट मानों, 2π से अधिक मान और 0 से कम मानों के लिए कोसाइन और साइन के ग्राफ़ की व्याख्या करें।

खंड का विवरण

यह खंड साइन, कोसाइन और स्पष्टरिखा को त्रिकोणमितीय फलनों के रूप में विकसित करता है। यह पहले के पाठ्यक्रम के काम पर आधारित है जिसमें छात्रों ने समकोण त्रिभुजों का उपयोग करके साइन, कोसाइन और स्पष्टरिखा अनुपात के साथ काम किया था, और फिर पिछले अनुभाग में काम किया था जिसमें छात्रों ने एक वृत्त पर बिंदुओं का पता लगाने के लिए साइन और कोसाइन से जुड़े भावों का उपयोग किया था। सबसे पहले, छात्र उन फलनों के ग्राफ़ की जांच करते हैं जिनमें बार-बार व्यवहार शामिल होता है, जिससे आवधिक फलनों की परिभाषा मिलती है। इसके बाद, छात्र 0 से 2π रेडियन तक इनपुट के साथ शुरुआत करते हुए, साइन और कोसाइन फलन के लिए बिंदु प्लॉट करना शुरू करते हैं। फिर छात्र इस कार्य को संदर्भ और अमूर्त दोनों में, 2π रेडियन से अधिक मूल्यों तक विस्तारित करते हैं। फिर, छात्र नकारात्मक रेडियन मानों के इनपुट पर विचार करते हैं। वे इन नकारात्मक इनपुटों को प्रासंगिक रूप से समझते हैं, फिर अपने अब विस्तारित डोमेन में कोसाइन और साइन के ग्राफ़ बनाते हैं। अंत में, छात्र त्रिकोणमितीय अनुपात, एकक वृत्त की अपनी समझ और साइन और कोसाइन फलन के साथ अपने काम का उपयोग करके स्पष्टरिखा फलन को समझते हैं। इस खंड का अंतिम पाठ सेकेंट, कोसेकेंट और कोटेंजेंट त्रिकोणमितीय फलनों का एक वैकल्पिक अन्वेषण है।

पाठ

1. उत्थान और पतन - आइए दोहराए जाने वाले ग्राफ़ का अध्ययन करें।
2. त्रिकोणमितीय फलन का परिचय - आइए कोसाइन और साइन का ग्राफ़ बनाएं।
3. 2π से परे - आइए त्रिकोणमितीय फलनों की हमारी समझ का विस्तार करें।
4. त्रिकोणमितीय फलनों के डोमेन का विस्तार - आइए सभी प्रकार के इनपुट के लिए कोसाइन और साइन के मूल्य के बारे में सोचें।
5. स्पष्टरिखा - आइए स्पष्टरिखा के बारे में और जानें।
6. कुछ नए अनुपात (वैकल्पिक) - आइए कुछ और त्रिकोणमितीय फलनों के ग्राफ़ देखें।

अनुभाग C: त्रिकोणमिति परिवर्तन

खंड के लक्ष्य

- वृत्ताकार गति को मॉडल करने के लिए त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन बनाएं, विवरण दिया गया है।
- ग्राफ़िक रूप से और समीकरण के साथ प्रस्तुत त्रिकोणमितीय फलनों में मध्य रेखा, आयाम और अवधि की पहचान करें।

खंड का विवरण

यह अनुभाग त्रिकोणमितीय फलनों के परिवर्तनों पर केंद्रित है। छात्रों ने पिछली इकाई में ग्राफ़ पर स्थानांतरण और स्केल कारकों के प्रभाव को देखा है जब उन्होंने फलनों के सामान्य परिवर्तनों का अध्ययन किया था और पिछले पाठ्यक्रम में जब उन्होंने द्विघात समीकरण और उनके ग्राफ़ का अध्ययन किया था। सबसे पहले, छात्रों को संदर्भ में एक आवधिक फलन के आयाम, माप गुणक के साथ पूर्व कार्य से निर्माण या किसी फलन के ग्राफ़ के ऊर्ध्वाधर खिंचाव से परिचित कराया जाता है। छात्र किसी आवधिक फलन की मध्य रेखा की नई विशेषता की भी जांच करते हैं। वे बदलते आयाम और मध्य रेखा को उसी आवधिक फलन में संयोजित करने के लिए इस कार्य को जारी रखते हैं क्योंकि वे ऊर्ध्वाधर खिंचाव और ऊर्ध्वाधर स्थानांतरण से संबंधित हैं। छात्र समीकरण और फलन के ग्राफ़ पर क्षैतिज स्थानांतरण के प्रभावों पर भी विचार करते हैं। इसके बाद, छात्र जांच करते हैं कि क्षैतिज माप गुणक फलन की अवधि को कैसे प्रभावित करता है। दो पाठों में, उन्होंने ग्राफ़ और समीकरण का उपयोग करके मध्य रेखा, आयाम और अवधि सहित त्रिकोणमितीय फलनों के मापदंडों और विशेषताओं को पहचानने और निर्धारित करने के लिए इन सभी परिवर्तनों को एक साथ रखा। छात्र इन परिवर्तनों को एक आवधिक फलन के मापदंडों के रूप में सामान्यीकृत करते हैं, जो पिछली इकाइयों और पाठ्यक्रमों में उनके काम पर आधारित होते हैं। वे आवधिक फलनों का उपयोग करके परिपत्र गति मॉडलिंग के साथ अनुभाग को समाप्त करते हैं।

पाठ

1. आयाम और मध्य रेखा - आइए त्रिकोणमितीय फलनों के ग्राफ़ को रूपांतरित करें।
2. त्रिकोणमितीय फलनों को बदलना - आइए त्रिकोणमितीय फलनों के ग्राफ़ में बहुत सारे बदलाव करें।
3. त्रिकोणमितीय ग्राफ़ की विशेषताएं (भाग 1) - आइए त्रिकोणमितीय फलनों के ग्राफ़ और समीकरण की तुलना करें।
4. त्रिकोणमितीय ग्राफ़ की विशेषताएं (भाग 2) - आइए एक स्थिति को मॉडलिंग करने वाले त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन का पता लगाएं।
5. परिवर्तनों की तुलना - आइए त्रिकोणमितीय फलनों के परिवर्तनों का पता लगाने के लिए प्रश्न पूछें।
6. वृत्ताकार गति का मॉडलिंग - आइए वृत्ताकार गति का मॉडल बनाने के लिए त्रिकोणमितीय फलनों का उपयोग करें।

अनुभाग D: आइए इसे काम पर लगाएं

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. वृत्तों से परे - आइए डेटा को मॉडल करने के लिए त्रिकोणमितीय फ़ंक्शंस का उपयोग करें।

इकाई 8: सांख्यिकीय अनुमान

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी अध्ययन के प्रकार और यादृच्छिकीकरण की भूमिका देखते हैं। वे सामान्य वक्रों से घंटी के आकार के वितरणों के मॉडल बनाते हैं, त्रुटि सीमाओं से नमूना-चयन के कारण होने वाला बदलाव मापते हैं और प्रयोग के आँकड़ों से जाँचते हैं कि देखे गए प्रभाव सांख्यिकीय रूप से सार्थक हैं या नहीं।

इकाई का विवरण

यह इकाई सांख्यिकी में यादृच्छिकीकरण के कुछ महत्वपूर्ण उपयोगों पर केंद्रित है। प्रारंभ में, छात्र डेटा एकत्र करने के तरीकों के रूप में तीन प्रकार के अध्ययन (प्रयोगात्मक, अवलोकन और सर्वेक्षण) पर विचार करते हैं। अध्ययन के प्रत्येक रूप में, बड़ी आबादी के लिए निष्कर्षों को सामान्य बनाने में सक्षम होने के लिए प्रतिभागियों का यादृच्छिक चयन और किसी उपसमूह में असाइनमेंट महत्वपूर्ण है। छात्रों ने देखा कि नमूना डेटा से जनसंख्या के अनुपात या अंकगणितीय माध्य का अनुमान कुछ परिवर्तनशीलता के साथ आता है क्योंकि विभिन्न नमूनों के परिणामस्वरूप अलग-अलग अनुमान हो सकते हैं। इसे दिए गए किसी भी बिंदु अनुमान के साथ त्रुटि के मार्जिन को शामिल करके व्यक्त किया जा सकता है। इसके बाद, छात्र घंटी के आकार के वितरण के लिए सामान्य मॉडल के रूप में सामान्य वितरण की जांच करते हैं। प्रौद्योगिकी के साथ, छात्र निश्चित अंतराल के भीतर डेटा के अनुपात का अनुमान लगाने के लिए एक सामान्य वितरण मॉडल का उपयोग कर सकते हैं। यह छात्रों को जनसंख्या अनुपात या साधनों के अनुमान में होने वाले आत्मविश्वास को मापने का एक तरीका प्रदान करता है। यह यह जांचने का एक तरीका भी प्रदान करता है कि क्या प्रायोगिक अध्ययन के डेटा में यह निष्कर्ष निकालने के लिए पर्याप्त सबूत हैं कि नियंत्रण और उपचार समूह के बीच साधनों में अंतर उपचार के कारण है। इकाई एक प्रायोगिक अध्ययन के साथ समाप्त होती है जिसे छात्र अध्ययन डिजाइन से लेकर डेटा संग्रह और विश्लेषण तक एक साथ कर सकते हैं। फिर छात्र अपने विश्लेषण के आधार पर प्रयोग के बारे में निष्कर्ष निकालते हैं।

अनुभाग ए: अध्ययन के प्रकार

खंड के लक्ष्य

- प्रायोगिक अध्ययन, अवलोकन अध्ययन और सर्वेक्षण में यादृच्छिकता के उद्देश्य को समझें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र तीन प्रकार के अध्ययन की जाँच करते हैं: प्रयोगात्मक, अवलोकनात्मक और सर्वेक्षण। छात्र अध्ययन के विवरणों को तीन प्रकारों में से एक के रूप में वर्गीकृत करते हैं और अध्ययन डिजाइन के कुछ पहलुओं पर ध्यान देते हैं जो उन्हें रुचि के प्रश्न को संबोधित करने में बेहतर बनाते हैं। अच्छे अध्ययन डिजाइन का एक मुख्य पहलू अध्ययन में प्रतिभागियों के चयन में यादृच्छिकता का समावेश है।

पाठ

- संशयवादी होना - आइए उन कुछ तरीकों की जाँच करें जिनसे लोग सांख्यिकी का उपयोग करते हैं।
- अध्ययन के प्रकार - आइए विभिन्न प्रकार के अध्ययनों की जाँच करें।
- समूहों में यादृच्छिकता - आइए जानें कि अध्ययन में यादृच्छिकता क्यों महत्वपूर्ण है।

अनुभाग B: वितरण

खंड के लक्ष्य

- किसी अंतराल के भीतर डेटा के अनुपात का अनुमान लगाने के लिए सामान्य वितरण मॉडल का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र घंटी के आकार के वितरण के मॉडल के रूप में सामान्य वितरण पर ध्यान केंद्रित करते हैं। इस मॉडल और प्रौद्योगिकी (या मूल्यों की तालिकाओं) का उपयोग करके, छात्र डेटा के अनुपात का अनुमान लगा सकते हैं

एक वितरण से जो निश्चित अंतराल के भीतर है। यह तकनीक बाद के अनुभागों में उपयोगी होगी जब छात्र जनसंख्या विशेषताओं के अनुमानों में अपेक्षित विश्वास की मात्रा निर्धारित करेंगे। इस खंड का पहला पाठ कुछ सांख्यिकीय उपायों की वैकल्पिक समीक्षा है, जैसे कि माध्य और मानक विचलन, और वितरण विवरण जो छात्रों को उन वितरणों को पहचानने के लिए तैयार करते हैं जो सामान्य वितरण मॉडल के साथ फिट होंगे।

पाठ

1. वितरण का वर्णन (वैकल्पिक) - आइए याद रखें कि मानक विचलन का क्या अर्थ है और वितरण पर चर्चा करें।
2. सामान्य वितरण - आइए एक विशिष्ट प्रकार के वितरण की जाँच करें जिसे "सामान्य वितरण" कहा जाता है।
3. हिस्टोग्राम में क्षेत्रफल - आइए कुछ अंतरालों में डेटा का अनुपात ज्ञात करें।
4. सामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल - आइए डेटा के अनुपात का अनुमान लगाने के लिए सामान्य वितरण का उपयोग करें।

अनुभाग C: सभी नमूने समान नहीं हैं

खंड के लक्ष्य

- जनसंख्या विशेषताओं के बिंदु अनुमान निर्धारित करने और त्रुटि के संबंधित मार्जिन का अनुमान लगाने के लिए नमूनों से डेटा का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र देखते हैं कि नमूनों का उपयोग किसी जनसंख्या की विशेषताओं का अनुमान लगाने के लिए किया जा सकता है और इस तथ्य के लिए कैसे समायोजित किया जा सकता है कि विभिन्न नमूनों के परिणामस्वरूप अलग-अलग अनुमान होंगे। सबसे पहले, छात्र मानते हैं कि वास्तविक डेटा के साथ काम करने का मतलब अक्सर कुछ मात्रा में परिवर्तनशीलता से निपटना होता है। उदाहरण के लिए, यदि एक यादृच्छिक नमूना बताता है कि आधी आबादी में कोई विशेषता है, तो यह आश्चर्य की बात नहीं हो सकती है यदि यह वास्तव में 52% के करीब है जिसमें विशेषता है। हालाँकि, यदि जनसंख्या का 80% ऐसा करता है तो यह आश्चर्य की बात हो सकती है। छात्रों को त्रुटि के मार्जिन के विचार से परिचित कराया जाता है जिसे मानों की एक श्रृंखला को इंगित करने के लिए बिंदु अनुमानों से जोड़ा जा सकता है जो एक नमूने से मिली जानकारी के आधार पर आश्चर्यजनक नहीं होगा। फिर छात्र एक नमूने का उपयोग करके जनसंख्या के लिए अनुपात या माध्य का अनुमान लगाने का अभ्यास करते हैं, और सिमुलेटेड नमूनों से परिवर्तनशीलता के आधार पर बिंदु अनुमान के लिए त्रुटि का मार्जिन भी शामिल करते हैं।

पाठ

1. हमेशा आदर्श नहीं - आइए देखें कि डेटा अपेक्षाओं से कितना मेल खाता है।
2. नमूनों में परिवर्तनशीलता - आइए जानें कि नमूने कैसे भिन्न हो सकते हैं।
3. नमूनों से अनुपात का अनुमान लगाना - आइए कुछ डेटा के साथ जनसंख्या अनुपात का अनुमान लगाएं।
4. जनसंख्या माध्य का अनुमान लगाना - आइए नमूना डेटा का उपयोग करके जनसंख्या का अनुमान लगाएं।

अनुभाग D: प्रायोगिक डेटा का विश्लेषण

खंड के लक्ष्य

- प्रयोग के आँकड़ों को फिर से समूहों में बाँटने के परिणामों से जाँचें कि मूल माध्यों का अंतर सार्थक है या नहीं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र प्रायोगिक अध्ययन में दो समूहों के बीच के अंतर की जाँच करते हैं और यह निर्धारित करते हैं कि क्या यह निर्धारित करने के लिए पर्याप्त सबूत हैं कि उपचार के कारण अंतर होने की संभावना है या नहीं। एक प्रयोग में दो समूहों के डेटा को देखते हुए, छात्र एक यादृच्छिकीकरण वितरण बनाते हैं और सामान्य वितरण के बारे में जो कुछ भी वे जानते हैं उसका उपयोग यह पहचानने के लिए करते हैं कि साधनों में देखा गया अंतर कब होगा

असामान्य हो यदि उपचार का कोई प्रभाव न हो, और इस प्रकार, जब उपचार जो समूह को परिभाषित करता है, संभवतः प्रतिक्रिया चर पर कुछ प्रभाव डालता है। अंत में, छात्रों को अपने स्वयं के प्रयोगात्मक अध्ययन को डिजाइन करने, डेटा एकत्र करने और प्रयोग के बारे में निष्कर्ष निकालने के लिए इसका विश्लेषण करने का मौका दिया जाता है। इस खंड की भाषा पर एक नोट: विश्लेषण इस धारणा के तहत होता है कि प्रयोग के उपचार का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। इसका मतलब यह है कि विश्लेषण से जो भी निष्कर्ष निकाला जा सकता है वह या तो उस धारणा का समर्थन करता है या नहीं।

पाठ

1. प्रयोग - आइए एक प्रयोग करें।
2. प्रयोग विश्लेषण के लिए सामान्य वितरण का उपयोग करना - आइए निर्धारित करें कि किसी प्रयोग के परिणाम कब महत्वपूर्ण हैं।
3. प्रयोग पर सवाल उठाना - आइए एक प्रयोग से डेटा का विश्लेषण करने के लिए सही प्रश्न पूछें।

अनुभाग E: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. हृदय गति - आइए डेटा एकत्र करें और उसका विश्लेषण करें।

इस सिलेबस के बारे में

यह पाठ्यक्रम accessim.org पर सार्वजनिक रूप से उपलब्ध Illustrative Mathematics 9-12 AGA v.360 पाठ्यक्रम से संकलित किया गया था। इकाई और अनुभाग विवरण, लक्ष्य और पाठ शीर्षक शिक्षक के दृष्टिकोण से लिए गए हैं। वैकल्पिक पाठों को "(वैकल्पिक)" लेबल किया गया है। मूल्यांकन (चेकपॉइंट और इकाई के अंत के आकलन) को स्रोत पाठ्यक्रम में संदर्भित किया गया है, लेकिन देखने के लिए केंडल हंट शिक्षक खाते की आवश्यकता होती है; वे यहां शामिल नहीं हैं।

<https://accessim.org/9-12-aga/algebra-2?a=teacher>