

बीजगणित 1

पूरा सिलेबस

Illustrative Mathematics® 9-12 AGA (v.360)

8 इकाइयाँ • इकाई लक्ष्य • अनुभाग लक्ष्य • पाठ-दर-पाठ रूपरेखा

स्रोत: <https://accessim.org/9-12-aga/algebra-1?a=teacher>

लाइसेंस प्राप्त CC BY-NC 4.0 • © Illustrative Mathematics

पाठ्यक्रम अवलोकन

Illustrative Mathematics 9-12 AGA पाठ्यक्रम का बीजगणित 1 8 इकाइयों में व्यवस्थित है। छात्र एक-चर आँकड़ों से शुरुआत करते हैं, फिर स्थितियों में रिश्तों को मॉडलिंग करके रैखिक समीकरण और सिस्टम का अध्ययन करते हैं। वे दो-चर आँकड़ों का उपयोग करके चर के बीच संबंधों की जांच करते हैं, फिर रैखिक असमिकाएँ और रैखिक असमिकाएँ की प्रणालियों को हल करते हैं और रेखांकन करते हैं। छात्र फलन नोटेशन, प्रांत और परिसर, परिवर्तन की औसत दर, और ग्राफ़ की विशेषताओं के माध्यम से फलनों की अपनी समझ को गहरा करते हैं, रैखिक फलनों और उनके व्युत्क्रमों, टुकड़े-टुकड़े और पूर्ण मूल्य फलनों, घातीय फलनों और द्विघात फलनों का सामना करते हैं। पाठ्यक्रम द्विघात समीकरण पर एक इकाई के साथ समाप्त होता है, जहां छात्र समाधान के बारे में तर्क करते हैं, समकक्ष समीकरण लिखते हैं, वर्ग पूरा करते हैं, और द्विघात सूत्र लागू करते हैं।

इकाई अनुक्रम है:

- यूनिट 1: एक-चर सांख्यिकी
- यूनिट 2: रैखिक समीकरण और सिस्टम
- यूनिट 3: दो-चर सांख्यिकी
- यूनिट 4: रैखिक असमिकाएँ और सिस्टम
- इकाई 5: फलन
- इकाई 6: घातीय फलनों का परिचय
- यूनिट 7: द्विघात फलनों का परिचय
- इकाई 8: द्विघात समीकरण

प्रत्येक इकाई को अक्षरांकित अनुभागों (ए, B, C, D, E, F जैसा लागू हो) में विभाजित किया गया है, और प्रत्येक अनुभाग दैनिक पाठों का एक क्रम है। वैकल्पिक पाठ नोट किये गये हैं।

यूनिट 1: एक-चर सांख्यिकी

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी माध्य, माध्यिका, अंतःचतुर्थक परिसर और मानक विचलन जैसे सांख्यिकीय मापों से आँकड़े एकत्र करते, दिखाते और उनका विश्लेषण करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में विद्यार्थी माध्य, माध्यिका, अंतरचतुर्थक परास और मानक विचलन जैसे सांख्यिकीय मानों से आँकड़े एकत्र करते, दर्शाते और विश्लेषित करते हैं। कक्षा 6-8 में उन्होंने आँकड़ों के सार के लिए आयतचित्रों, बिंदु आलेखों और बॉक्स प्लॉट का उपयोग किया तथा केंद्र के मूल मापों (माध्य और माध्यिका) और परिवर्तनशीलता के मापों (माध्य निरपेक्ष विचलन और अंतरचतुर्थक परास) पर काम किया था। पहले दो खंडों में इन अवधारणाओं की पुनरावृत्ति होती है, लेकिन आँकड़ों के प्रदर्शन बनाने की प्रक्रिया के साथ-साथ उनकी व्याख्या और उनसे मिलने वाली जानकारी पर जोर रहता है। वैकल्पिक तीसरा खंड स्प्रेडशीट और उस तकनीक से परिचित कराता है जिसका उपयोग माध्य, माध्यिका, चतुर्थक तथा मानक विचलन निकालने और आँकड़े दर्शाने में होगा। चौथा खंड मानक विचलन और बाह्य मानों से आँकड़ों की व्याख्या के अतिरिक्त तरीके सिखाता है। अंत में विद्यार्थी इन साधनों से संबंधित आँकड़ा समूहों की तुलना केंद्र तथा परिवर्तनशीलता के मापों के आधार पर करते हैं। अंतिम पाठ में वे सांख्यिकीय प्रश्न बनाकर, प्रयोग की रूपरेखा तैयार करके, आँकड़े एकत्र करके और उनका विश्लेषण करके कौशल का अभ्यास करते हैं। इकाई के पहले आधे भाग में मुख्यतः माध्यमिक स्तर की सामग्री की पुनरावृत्ति होने के कारण इसमें मध्य-इकाई आकलन नहीं है। समझ पर नज़र रखने के लिए समापन अभ्यास और जाँच बिंदुओं का उपयोग किया जा सकता है। इस इकाई में केवल समष्टि का मानक विचलन प्रयोग होता है। प्रतिदर्श का मानक विचलन बाद के पाठ्यक्रम में प्रस्तुत किया जाता है।

अनुभाग ए: आपको जानना

खंड के लक्ष्य

- डॉट प्लॉट, हिस्टोग्राम और बॉक्स प्लॉट जैसे डेटा डिस्प्ले बनाएं और व्याख्या करें।

खंड का विवरण

बीजगणित 1 के इस पहले खंड में, छात्र अपने सहपाठियों से डेटा एकत्र करके, उनके द्वारा एकत्र किए जा सकने वाले विभिन्न प्रकार के डेटा को वर्गीकृत करके, और उनके द्वारा एकत्र की गई जानकारी का प्रदर्शन बनाकर समुदाय का निर्माण करना शुरू करते हैं। वैकल्पिक दूसरा पाठ छात्रों को उनके द्वारा एकत्र किए गए डेटा के साथ ऐसा करने का प्रयास करने से पहले दिए गए डेटा का उपयोग करके डॉट प्लॉट, हिस्टोग्राम और बॉक्स प्लॉट बनाने का अभ्यास करने का मौका देता है। यह पाठ इन डिस्प्ले को बनाने के लिए कक्षा द्वारा उपयोग किए जाने वाले किसी भी तकनीकी उपकरण को पेश करने का अवसर होगा। यह अनुभाग जानबूझकर छात्रों को नई दिनचर्या सीखने और पाठ्यक्रम के लिए मानदंड स्थापित करने के लिए अतिरिक्त समय देता है।

पाठ

- आपको जानना - आइए डेटा एकत्र करने और सांख्यिकीय प्रश्नों का पता लगाने के लिए मिलकर काम करें।
- डेटा प्रतिनिधित्व (वैकल्पिक) - आइए डॉट प्लॉट, हिस्टोग्राम और बॉक्स प्लॉट का उपयोग करके डेटा का प्रतिनिधित्व और विश्लेषण करें।
- डेटा की एक गैलरी - आइए डेटा डिस्प्ले बनाएं, तुलना करें और व्याख्या करें।

अनुभाग B: वितरण आकार

खंड के लक्ष्य

- केंद्र के माप और परिवर्तनशीलता के माप सहित वितरण के आकार का वर्णन करें।

खंड का विवरण

छात्र "सममित," "तिरछा," "समान," "बिमोडल," और "घंटी के आकार" जैसे शब्दों का उपयोग करके डेटा के वितरण का वर्णन करने के लिए काम करते हैं। छात्रों को केंद्र के माप और भिन्नता के माप के बारे में पूर्व सीख की याद दिलाने के लिए एक वैकल्पिक पाठ शामिल किया गया है ताकि उन शब्दों को वितरण विवरण में शामिल किया जा सके। भले ही वैकल्पिक पाठ छोड़ दिया गया हो, केंद्र और परिवर्तनशीलता के माप के बारे में एक प्रदर्शन बनाने पर विचार करें, जैसा कि इस पाठ के संश्लेषण में उल्लिखित है।

पाठ

1. वितरण का आकार - आइए डेटा का अन्वेषण करें और वितरण का वर्णन करें।
2. केंद्र और परिवर्तनशीलता के मापों की गणना (वैकल्पिक) - आइए केंद्र के मापों और परिवर्तनशीलता के मापों की गणना करें और जानें कि डेटा के लिए कौन सा सबसे उपयुक्त है।

अनुभाग C: स्प्रेडशीट का उपयोग कैसे करें

खंड के लक्ष्य

- मूल्यों की त्वरित गणना के लिए एक उपकरण के रूप में स्प्रेडशीट का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस वैकल्पिक अनुभाग में छात्रों को बुनियादी सूत्र बनाने और परिणामों की व्याख्या करने के लिए स्प्रेडशीट का उपयोग करने से परिचित कराया जाता है। यह माना जाता है कि छात्रों को स्प्रेडशीट के बारे में कुछ भी नहीं पता है। यदि छात्र स्प्रेडशीट को गणना उपकरण के रूप में उपयोग करने में कुशल हैं, तो पाठों के इस क्रम को सुरक्षित रूप से छोड़ा जा सकता है। यह तकनीक इस इकाई में डेटा की व्याख्या करने के लिए उपयोगी है और इसका उपयोग बाद की इकाई में फलनों की जांच करने के लिए भी किया जाता है। क्योंकि यह संपूर्ण अनुभाग वैकल्पिक है, कोई चेकपॉइंट प्रश्न शामिल नहीं हैं।

पाठ

1. रहस्यमय संगणनाएँ (वैकल्पिक) - आइए स्प्रेडशीट का अन्वेषण करें।
2. स्प्रेडशीट संगणना (वैकल्पिक) - आइए स्प्रेडशीट को कैलकुलेटर के रूप में उपयोग करें।
3. स्प्रेडशीट शॉर्टकट (वैकल्पिक) - आइए स्प्रेडशीट में पुनरावर्ती सूत्रों का पता लगाएं।

अनुभाग D: डेटा में हेरफेर

खंड के लक्ष्य

- डेटा के वितरण पर आउटलेर्स के प्रभाव का वर्णन करें।
- मानक विचलन को परिवर्तनशीलता के माप के रूप में पहचानें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्रों को मानक विचलन और आउटलेर्स जैसे डेटा का विश्लेषण करने के लिए अतिरिक्त टूल से परिचित कराया जाता है। वे समान डेटा सेट की तुलना करने के लिए इन सभी उपकरणों का उपयोग करके अनुभाग को समाप्त करते हैं। ध्यान दें कि इस इकाई में, सभी मानक विचलन नमूना मानक विचलन के बजाय जनसंख्या मानक विचलन गणना को संदर्भित करते हैं। यदि छात्र आयतचित्र बनाने के लिए मैथ टूल्स में जियोजेब्रा या स्प्रेडशीट टूल का उपयोग कर रहे हैं, तो एक समस्या होती है जब अधिकतम मान सबसे बड़े अंतराल की सीमा पर होता है। इस मामले में, जियोजेब्रा अगले अंतराल के लिए एक नया पट्टी बनाने की परंपरा का पालन करने के बजाय पिछले अंतराल के साथ अधिकतम मूल्य शामिल करता है। यदि छात्र इनमें से किसी भी उपकरण का उपयोग कर रहे हैं तो इस समस्या का समाधान करें।

पाठ

1. तकनीकी रेखांकन - आइए डेटा का प्रतिनिधित्व करने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करें।
2. चरम सीमाओं का प्रभाव - आइए देखें कि डेटा के साथ आंकड़े कैसे बदलते हैं।

3. डेटा वितरण की तुलना और विरोधाभास - आइए डेटा डिस्प्ले और सारांश आंकड़ों का उपयोग करके परिवर्तनशीलता की जांच करें।
4. मानक विचलन - आइए मानक विचलन के बारे में जानें, जो परिवर्तनशीलता का एक और माप है।
5. अधिक मानक विचलन - आइए मानक विचलन की व्याख्या करना जारी रखें।
6. आउटलेर्स - आइए आउटलेर्स की जांच करें और उनसे कैसे निपटें।
7. डेटा सेट की तुलना - आइए डेटा सेट के आंकड़ों की तुलना करें।

अनुभाग E: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस इकाई का अंतिम खंड एक पाठ है जहां छात्रों को पूरी इकाई से अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. डेटा का विश्लेषण - आइए डेटा का विश्लेषण करके और उनके वितरण आकार और केंद्र और परिवर्तनशीलता के उपायों की तुलना और तुलना करके सांख्यिकीय प्रश्नों का उत्तर दें।

यूनिट 2: रैखिक समीकरण और सिस्टम

इकाई का लक्ष्य

छात्र रैखिक समीकरण और रैखिक समीकरण की प्रणालियों को हल करने और रेखांकन करने की जांच करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र रैखिक समीकरण और रैखिक समीकरण की प्रणालियों को हल करने और रेखांकन करने की जांच करते हैं। इकाई मिडिल स्कूल से सीखने पर आधारित है जब छात्रों ने समीकरण लिखने के लिए चर का उपयोग किया, वितरण संपत्ति जैसे वैध चारों का उपयोग करके समीकरण में हेरफेर किया, और ग्राफ और प्रतिस्थापन का उपयोग करके रैखिक समीकरण की बुनियादी प्रणालियों को हल किया। पहले खंड में, छात्रों को स्थितियों का प्रतिनिधित्व करने के लिए समीकरण लिखना याद आता है। दूसरे खंड में, वे समतुल्य समीकरण लिखने के लिए वैध चारों का उपयोग करते हैं जिनका उपयोग अज्ञात मानों को हल करने या चर को अलग करने के लिए किया जा सकता है। तीसरा खंड ग्राफ, चर के प्रतिस्थापन और चर के उन्मूलन का उपयोग करके समीकरण की समाधान प्रणालियों की जांच करता है। छात्र समकक्ष समीकरण लिखने की अपनी समझ का उपयोग यह समझने के लिए करते हैं कि प्रत्येक विधि समाधान खोजने के लिए क्यों काम करती है।

अनुभाग ए: समीकरण के साथ लेखन और मॉडलिंग

खंड के लक्ष्य

- एक चर और दो चर में समीकरण के समाधान की व्याख्या करें।
- पहचानें कि दो चरों के रैखिक समीकरण का आलेख उन सभी मान-युग्मों को दर्शाता है जो समीकरण के हल हैं।
- संबंधों और बाधाओं का वर्णन करने के लिए संख्याओं और चरों के साथ समीकरण लिखें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र उन स्थितियों से अभिव्यक्ति और समीकरण लिखना याद करते हैं जो भिन्न हो सकती हैं या अज्ञात मात्राएँ हो सकती हैं। वे स्थिति के अनुकूल स्व-परिभाषित चर और बाधाओं का उपयोग करके स्थितियों का मॉडलिंग करके शुरुआत करते हैं। फिर, वे मूल्यों के पैटर्न की जांच करने के लिए तालिकाओं का उपयोग करते हैं और समीकरण लिखने के लिए उनका उपयोग करते हैं। वे याद करते हैं कि किसी समीकरण के समाधान के लिए किसी मान का क्या मतलब है और फिर कई समाधानों को देखने के लिए समीकरण को ग्राफ करते हैं। छात्रों की अभिव्यक्ति में हेरफेर और समीकरण की आने वाली समझ का आकलन करने के लिए अपनी तैयारी की जाँच करें का उपयोग करें। यदि ठोस समझ है, तो बेझिझक वैकल्पिक पाठों को तेजी से पढ़ें या समय बचाने के लिए उन्हें छोड़ दें।

पाठ

1. एक पार्टी की योजना बनाना - आइए एक पार्टी की लागत का अनुमान लगाने के लिए अभिव्यक्तियाँ लिखें।
2. मॉडल संबंधों के लिए समीकरण लिखना (भाग 1) (वैकल्पिक) - आइए देखें कि समीकरण हमें रिश्तों और बाधाओं का वर्णन करने में कैसे मदद कर सकता है।
3. मॉडल संबंधों के लिए समीकरण लिखना (भाग 2) - आइए समीकरण लिखने में मदद के लिए पैटर्न का उपयोग करें।
4. समीकरण और उनके समाधान (वैकल्पिक) - आइए याद करें कि हम समीकरण के समाधानों के बारे में क्या जानते हैं।
5. समीकरण और उनके ग्राफ (वैकल्पिक) - आइए समीकरण को दो वेरिबल्स में ग्राफ करें।

अनुभाग B: समीकरण में हेरफेर करना और उनकी संरचना को समझना

खंड के लक्ष्य

- रैखिक समीकरण की संरचना से या उसे पुनर्व्यवस्थित करके उसके आलेख की ढाल और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर अंतःखंड ज्ञात करें।
- किसी विशेष मात्रा को हाइलाइट करने के लिए बहु-चर समीकरण को पुनर्व्यवस्थित करें।
- पहचानें कि समतुल्य समीकरणों के ठीक वही हल होते हैं और कई समतुल्य समीकरण एक ही संबंध दिखा सकते हैं।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र चरों को हल करने के लिए समकक्ष समीकरण का उपयोग करते हैं। प्रारंभ में, छात्र किसी अज्ञात मात्रा के लिए समीकरण को हल करते हैं, फिर बाद में स्थितियों की पुनर्व्याख्या करने और मूल्यों को अधिक कुशलता से खोजने के लिए किसी अन्य चर के संदर्भ में एक चर को हल करते हैं। फिर, छात्र मानक और ढलान-इंटरसेप्ट फॉर्म दोनों में ग्राफ़ और समीकरण के बीच घनिष्ठ संबंध बनाते हैं।

पाठ

1. समतुल्य समीकरण - आइए जांच करें कि दो समीकरण को क्या समतुल्य बनाता है।
2. समीकरण को फिर से लिखने के चरणों की व्याख्या - आइए इस बारे में सोचें कि समीकरण को फिर से लिखने के कुछ चरण वैध क्यों हैं लेकिन अन्य चरण मान्य नहीं हैं।
3. किस वेरिएबल को हल करना है? (भाग 1) - आइए एक निश्चित मात्रा को निर्धारित करने के लिए समीकरण को पुनर्व्यवस्थित करें।
4. किस वेरिएबल को हल करना है? (भाग 2) - आइए किसी एक चर के लिए समीकरण को हल करें।
5. समीकरण को ग्राफ़ से कनेक्ट करना (भाग 1) - आइए जांच करें कि कौन से ग्राफ़ हमें समीकरण और उनके द्वारा दर्शाए गए रिश्तों के बारे में बता सकते हैं।
6. समीकरण को ग्राफ़ से कनेक्ट करना (भाग 2) - आइए रैखिक समीकरण के विभिन्न रूपों का विश्लेषण करें और यह रूप उनके ग्राफ़ से कैसे संबंधित हैं।

अनुभाग C: दो चर में रैखिक समीकरण की प्रणाली

खंड के लक्ष्य

- समीकरण युग्म की संरचना का विश्लेषण करके या आलेख बनाकर तय करें कि उसके 0, 1 या अनंत हल होंगे।
- मूल प्रणाली को हल करने में सहायता के लिए एक या अधिक समकक्ष सिस्टम बनाने के लिए उन्मूलन या प्रतिस्थापन का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र समीकरण की प्रणालियों पर दोबारा गौर करते हैं और कोई भी समाधान खोजने के लिए बीजगणितीय तरीके विकसित करते हैं। पिछली कक्षाओं में, छात्रों ने ग्राफ़ और प्रतिस्थापन विधियों का उपयोग करके समाधान प्रणालियों का पता लगाया। जोड़ में इन अवधारणाओं पर दोबारा गौर करने के लिए, छात्र उन्मूलन विधियों का उपयोग करके सिस्टम को हल करने के लिए समकक्ष समीकरण लिखने के बारे में पिछले अनुभागों में जो सीखा है उसका उपयोग करते हैं। ग्राफ़ पर सिस्टम के समाधानों को देखने के बाद, छात्र सिस्टम को हल करने के लिए प्रतिस्थापन और उन्मूलन विधियों का उपयोग करते हैं। वे देखते हैं कि समतुल्य समीकरण के अलग-अलग ग्राफ़ हैं, लेकिन सिस्टम के समाधान पर अन्य ग्राफ़ों को काटना जारी रखते हैं। अनुभाग का अंतिम पाठ, रेखांकन के साथ-साथ बीजगणितीय रूप से, उन रैखिक प्रणालियों पर नज़र डालता है जिनका कोई समाधान नहीं है या अनंत रूप से कई समाधान हैं।

पाठ

1. रैखिक समीकरण की लेखन और रेखांकन प्रणाली - आइए याद करें कि रैखिक समीकरण की एक प्रणाली को हल करने का क्या मतलब है और इसे रेखांकन द्वारा कैसे किया जाए।
2. प्रतिस्थापन द्वारा सिस्टम को हल करना - आइए रैखिक समीकरण के सिस्टम को हल करने के लिए प्रतिस्थापन का उपयोग करें।

3. उन्मूलन द्वारा सिस्टम को हल करना (भाग 1) - आइए जांच करें कि समीकरण को जोड़ने या घटाने से हमें रैखिक समीकरण के सिस्टम को हल करने में कैसे मदद मिल सकती है।
4. एलिमिनेशन द्वारा सिस्टम को हल करना (भाग 2) - आइए सोचें कि समीकरण को जोड़ना और घटाना रैखिक समीकरण के सिस्टम को हल करने के लिए क्यों काम करता है।
5. उन्मूलन द्वारा सिस्टम को हल करना (भाग 3) - आइए जानें कि समीकरण को एक कारक से गुणा करने से हमें रैखिक समीकरण के सिस्टम को हल करने में कैसे मदद मिल सकती है।
6. रैखिक समीकरण की प्रणालियाँ और उनके समाधान - आइए जानें कि समीकरण की एक प्रणाली में कितने समाधान हो सकते हैं।

अनुभाग D: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। क्योंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई अनुभाग लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं होते हैं।

पाठ

1. समाधान प्रणालियों के बारे में पूछना (वैकल्पिक) - आइए कुछ प्रणालियों का पता लगाएं।
2. रैखिक पैटर्न (वैकल्पिक) - आइए ग्राफ़ बनाएं और उन प्रणालियों का पता लगाएं जो एक पैटर्न बनाते हैं।

यूनिट 3: दो-चर सांख्यिकी

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी सांख्यिकीय तरीकों से द्विचरीय आँकड़ों में संबंध खोजते हैं। वे दो-तरफ़ा तालिकाओं, प्रकीर्ण आलेखों, आँकड़ों से सबसे अच्छी तरह मेल खाने वाली रेखाओं, अवशेषों और सहसंबंध गुणांकों पर काम करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र द्विचर डेटा में संघों को देखने के लिए सांख्यिकीय तरीकों का उपयोग करते हैं। इकाई की शुरुआत छात्रों द्वारा दो-तरफ़ा तालिकाओं में व्यवस्थित श्रेणीबद्ध डेटा का विश्लेषण करने से होती है। छात्र डेटा में किसी भी एसोसिएशन के साक्ष्य की जांच करने के लिए उन श्रेणीबद्ध चर के संयोजन की सापेक्ष आवृत्तियों का उपयोग करते हैं। इकाई तब द्विचर संख्यात्मक डेटा में परिवर्तित हो जाती है, जिसे स्कैटर प्लॉट और सर्वोत्तम फिट की रेखाओं का उपयोग करके देखा जाता है। छात्र सर्वोत्तम फिट की रेखाओं की गणना करने और यह देखने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करते हैं कि रैखिक मॉडल डेटा से कितनी अच्छी तरह मेल खाते हैं। अवशिष्ट और सहसंबंध गुणांक का उपयोग रैखिक मॉडल के लिए फिट की अच्छाई को मापने के लिए किया जाता है। इकाई सहसंबंध और कारण संबंधों के बीच अंतर की खोज के साथ समाप्त होती है, और यह इस सीख को मानव विज्ञान और खेल जैसे रुचि के क्षेत्रफलों में लागू करने का एक अवसर भी है। ग्रेड 8 में, छात्रों ने अनौपचारिक रूप से स्कैटर प्लॉट और फिट की रेखाओं का निर्माण किया, रैखिक पैटर्न पर ध्यान दिया, और दो-तरफ़ा तालिकाओं का उपयोग करके श्रेणीबद्ध डेटा में एसोसिएशन का अवलोकन किया। इस इकाई में, छात्र यह आकलन करके इस पिछले ज्ञान का निर्माण करते हैं कि एक रैखिक मॉडल अवशेषों के साथ-साथ सर्वोत्तम-फिट लाइनों (प्रौद्योगिकी का उपयोग करके पाया गया) के लिए सहसंबंध गुणांक का उपयोग करके डेटा से कितनी अच्छी तरह मेल खाता है। ढलान की व्याख्या करके और संदर्भ में एक रैखिक मॉडल के अवरोधन के साथ-साथ दूसरे के बारे में दी गई जानकारी के अनुसार एक चर की भविष्यवाणी करने के लिए मॉडल का उपयोग करके पिछली इकाई की अवधारणाओं का अभ्यास करने के अवसर हैं।

अनुभाग ए: दो-तरफ़ा तालिकाएँ

खंड के लक्ष्य

- दो-तरफ़ा तालिका में या किसी स्थिति के बारे में दी गई जानकारी से सापेक्ष आवृत्ति तालिकाएँ बनाएँ।
- सापेक्ष आवृत्ति और दो-तरफ़ा तालिकाओं में प्रतिरूप देखकर तय करें कि दो चुने हुए चरों में कोई संबंध हो सकता है या नहीं।

खंड का विवरण

यह अनुभाग दो-तरफ़ा तालिकाओं का उपयोग करके श्रेणीबद्ध डेटा की व्याख्या करने पर केंद्रित है। सबसे पहले, छात्र ग्रेड 8 से याद करते हैं कि द्विप्रवेश सारणी में मूल्यों की व्याख्या कैसे करें। फिर, वे सापेक्ष आवृत्ति तालिकाएँ बनाकर अपनी समझ का विस्तार करते हैं और चर के बीच संबंध खोजने के लिए उनका उपयोग करते हैं।

पाठ

1. टू-वे टेबल्स - आइए श्रेणीबद्ध डेटा देखें।
2. सापेक्ष आवृत्ति टेबल्स - आइए श्रेणीबद्ध डेटा की सापेक्ष आवृत्तियों का पता लगाएं।
3. श्रेणीबद्ध डेटा में एसोसिएशन - आइए श्रेणीबद्ध चर के बीच संबंधों को देखें।

अनुभाग B: स्कैटर प्लॉट

खंड के लक्ष्य

- अवशिष्टों, परिवर्तनशीलता और रैखिक मॉडल का उपयोग करना उचित है या नहीं, के बीच संबंध को समझें।
- किसी स्थिति के संदर्भ में एक रैखिक मॉडल के लिए परिवर्तन की दर और ऊर्ध्वाधर अवरोधन की व्याख्या करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र रैखिक मॉडल पर ध्यान केंद्रित करते हैं और वे डेटा को कितनी अच्छी तरह फिट करते हैं। पहला पाठ ढलान की समझ और संदर्भ में अवरोधन और मॉडल से अतिरिक्त मूल्यों की भविष्यवाणी करने का तरीका दिखाकर एक रैखिक मॉडल होने के महत्व को प्रेरित करता है। अगले दो पाठ अनौपचारिक रूप से यह आकलन करने के बारे में हैं कि रैखिक मॉडल कैसे प्राप्त करें। छात्र दिए गए मॉडलों के बीच चयन करने से लेकर अपने स्वयं के मॉडल का अनुमान लगाने से लेकर सर्वोत्तम-फिट लाइन खोजने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करने तक प्रगति करते हैं। फिर वे अधिक मात्रात्मक रूप से यह समझने के लिए अवशेषों का उपयोग करते हैं कि एक रैखिक मॉडल डेटा में कितनी अच्छी तरह फिट बैठता है।

पाठ

1. रैखिक मॉडल - आइए दो संख्यात्मक चर के बीच संबंधों का पता लगाएं।
2. फिटिंग लाइन्स - आइए कुछ डेटा के लिए सबसे अच्छा रैखिक मॉडल खोजें।
3. अवशेष - आइए जांच करें कि डेटा रैखिक मॉडल के कितना करीब है।

अनुभाग C: सहसंबंध गुणांक

खंड के लक्ष्य

- सहसंबंध गुणांक के आधार पर चरों के बीच संबंध की ताकत और संकेत का वर्णन करें।
- यह विश्लेषण करने के लिए कि क्या संबंध कारणात्मक है या नहीं, दो चरों के बीच संबंध की जांच करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र दो चरों के बीच संबंधों को अधिक गहराई से देखते हैं। विशेष रूप से, वे रिश्तों को मजबूत या कमजोर और सकारात्मक या नकारात्मक के रूप में वर्गीकृत करने के लिए सहसंबंध गुणांक का उपयोग करते हैं। फिर वे स्थितियों की अपनी समझ का उपयोग यह सुझाव देने के लिए करते हैं कि क्या संबंध कारणात्मक है या केवल सहसंबंध है।

पाठ

1. सहसंबंध गुणांक - आइए देखें कि कुछ डेटा के लिए एक रैखिक मॉडल कितना अच्छा है।
2. सहसंबंध गुणांक का उपयोग करना - आइए सहसंबंध गुणांक को करीब से देखें।
3. कारण संबंध - आइए संबंधित चरों पर करीब से नज़र डालें।

अनुभाग D: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. जीवाश्म और झंडे (वैकल्पिक) - आइए कुछ डेटा एकत्र करें और उसका विश्लेषण करें।

यूनिट 4: रैखिक असमिकाएँ और सिस्टम

इकाई का लक्ष्य

छात्र रैखिक असमिकाएँ और रैखिक असमिकाएँ की प्रणालियों को हल करने और रेखांकन करने की जांच करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र रैखिक असमिकाएँ और रैखिक असमिकाएँ की प्रणालियों को हल करने और रेखांकन करने की जांच करते हैं। यह इकाई मिडिल स्कूल की अवधारणाओं पर आधारित है जब छात्र मात्राओं के बारे में तर्क करके असमिकाएँ लिखते और हल करते हैं। यह पिछली इकाई की अवधारणाओं पर आधारित है जिसमें छात्र रैखिक समीकरण और समीकरण के सिस्टम को समकक्ष समीकरण लिखकर हल करते हैं। शुरू करने के लिए, छात्र एक चर में रैखिक असमिकाएँ को हल करते हैं और समकक्ष असमिकाएँ लिखकर संख्या रेखा पर समाधानों को ग्राफ़ करते हैं। दूसरे खंड में, वे संबंधित समीकरण को देखकर, इसे निर्देशांक तल पर रेखांकन करके और समाधान क्षेत्र निर्धारित करने के लिए रेखा के दोनों ओर बिंदुओं का परीक्षण करके दो चर के साथ रैखिक असमिकाएँ को हल करते हैं। तीसरा खंड रैखिक असमिकाएँ की प्रणालियों को हल करने के बारे में है, जिसमें कई रैखिक असमिकाएँ को स्थितियों के लिए शर्तों के रूप में माना जाता है और एक समाधान क्षेत्र खोजा जाता है जो सभी असमिकाएँ को संतुष्ट करता है।

अनुभाग ए: एक चर में रैखिक असमिकाएँ

खंड के लक्ष्य

- एक चर में असमिका को हल करने के लिए संबंधित समीकरण का उपयोग करें।
- स्थितियों में बाधाओं को दर्शाने और समस्याओं को हल करने के लिए एक चर में असमिकाएँ लिखें और हल करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र एक चर में रैखिक असमिकाएँ को हल करते हैं। वे स्थितियों के लिए असमिकाएँ जैसी बाधाओं को लिखकर शुरू करते हैं, और फिर समकक्ष असमिकाएँ लिखकर और मात्राओं के बारे में तर्क करके उन्हें हल करते हैं। वे संदर्भ द्वारा निहित बाधाओं के लिए असमिकाएँ की जांच करके अनुभाग को समाप्त करते हैं, जैसे कि चर को सकारात्मक होना आवश्यक है। इस अनुभाग का अधिकांश कार्य मिडिल स्कूल की अवधारणाओं पर दोबारा गौर करता है, लेकिन इस इकाई में तर्क उस कार्य पर आधारित है जो छात्रों ने पिछली इकाई में समीकरण के साथ किया था। एक चर के साथ असमिकाएँ को हल करने में छात्र की दक्षता के आधार पर, इस अनुभाग को या तो जल्दी से आगे बढ़ाया जा सकता है या अतिरिक्त अभ्यास असमिकाएँ को हल करने के लिए उपलब्ध कई वैकल्पिक गतिविधियों पर अतिरिक्त समय खर्च किया जा सकता है।

पाठ

1. असमिकाएँ के साथ स्थितियों का प्रतिनिधित्व - आइए स्थितियों में बाधाओं का प्रतिनिधित्व करने के लिए असमिकाएँ का उपयोग करें।
2. एक चर में असमिकाएँ का समाधान - आइए एक चर में असमिकाएँ का समाधान खोजें और व्याख्या करें।
3. असमिकाएँ को एक वेरिएबल में लिखना और हल करना - आइए असमिकाएँ को एक वेरिएबल में लिखकर और हल करके समस्याओं को हल करें।

अनुभाग B: दो चर में रैखिक असमिकाएँ

खंड के लक्ष्य

- समझें कि दो चरों पर लगी शर्त को असमिका, आलेख के अर्ध-समतल और शब्दों में दिए वर्णन से दिखाया जा सकता है।

- परिस्थिति की शर्तें दिखाने के लिए दो चरों की असमिकाएँ लिखें। तकनीकी साधन से हल-समुच्चय का आलेख बनाकर परिस्थिति से जुड़े प्रश्नों के उत्तर दें।

खंड का विवरण

इस खंड में विद्यार्थी दो चरों वाली असमिकाओं पर काम करते हैं। शुरुआत में वे सोचते हैं कि ऐसी असमिका का हल होने का क्या अर्थ है। फिर वे पहचानते हैं कि आलेख पर हल एक ऐसे क्षेत्र में होते हैं जिसकी सीमा मूल असमिका से संबंधित रैखिक समीकरण बनाता है। इस समझ से वे 2-चर असमिकाओं के हल क्षेत्र का आलेख बनाते हैं — पहले संबंधित समीकरण का आलेख बनाते हैं, फिर बिंदु जाँचकर हल क्षेत्र खोजते हैं। शुरुआत में वे यह प्रक्रिया हाथ से करते हैं; बाद में प्रक्रिया तेज़ करने के लिए आलेख बनाने की तकनीक से परिचित होते हैं।

पाठ

- दो चरों की रैखिक असमिकाओं के आलेख (भाग 1) — आइए सीखें कि दो चरों की असमिकाओं के हल आलेखों से कैसे दर्शाएँ।
- दो चरों की रैखिक असमिकाओं के आलेख (भाग 2) — आइए दो चरों की असमिकाएँ लिखें और तर्क तथा आलेखों से उनके हल समझें।
- दो चरों की असमिकाओं वाले प्रश्न हल करना — आइए दो चरों की असमिकाएँ लिखने, समझने और उनके हलों के आलेख बनाने का अभ्यास करें।

अनुभाग C: दो चर में रैखिक असमिकाएँ की प्रणाली

खंड के लक्ष्य

- असमिकाएँ की एक प्रणाली और उनके ग्राफ़ को देखते हुए, बताएं कि कैसे बताया जाए कि मूल्यों की एक जोड़ी प्रणाली का समाधान है या नहीं।
- समझें कि दो चरों वाली असमिका-प्रणाली के हल वे मान-युग्म हैं जो दोनों असमिकाएँ सत्य बनाते हैं। आलेख में यह उन क्षेत्रों का साझा भाग है जहाँ दोनों आलेख एक-दूसरे पर आते हैं।

खंड का विवरण

यह अनुभाग सिस्टम को शामिल करने के लिए असमिकाएँ की खोज का विस्तार करता है। छात्र असमिकाएँ की प्रणालियों के समाधानों की व्याख्या उन मूल्यों के रूप में शुरू करते हैं जो सभी बाधाओं को एक साथ संतुष्ट करते हैं। फिर, वे व्यक्तिगत असमिकाएँ के लिए समाधान क्षेत्रों के अतिव्यापी भागों के रूप में सिस्टम के लिए एक समाधान क्षेत्र की कल्पना करने के लिए असमिकाएँ को ग्राफ़ करते हैं। इकाई के वैकल्पिक अंतिम पाठ में, छात्र गणितीय रूप से रैखिक असमिकाएँ की प्रणालियों का उपयोग करके एक स्थिति का मॉडल बनाते हैं और उस संदर्भ में समाधान तलाशते हैं।

पाठ

- दो चरों में रैखिक असमिकाएँ के सिस्टम का समाधान - आइए उन स्थितियों को देखें जिनमें दो बाधाएं (जिन्हें असमिकाएँ द्वारा व्यक्त किया जा सकता है) एक साथ मिलनी चाहिए।
- दो चरों में रैखिक असमिकाएँ के सिस्टम के साथ समस्याओं का समाधान - आइए कुछ समस्याओं को हल करने के लिए असमिकाएँ के सिस्टम का उपयोग करें।
- दो वेरिएबल्स में असमिकाएँ के सिस्टम के साथ मॉडलिंग - आइए असमिकाएँ के सिस्टम का उपयोग करके गणितीय मॉडल बनाएं।

इकाई 5: फलन

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी फलनों की समझ का विस्तार करते हैं। वे फलन संकेतन, आलेखों के गुण, प्रांत और परिसर, खंडशः परिभाषित फलन, निरपेक्ष मान फलन तथा प्रतिलोम फलन सीखते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र फलनों के बारे में अपनी समझ का विस्तार और गहन करते हैं। वे एक फलन की परिभाषा (एक नियम जो प्रत्येक इनपुट के लिए बिल्कुल एक आउटपुट निर्दिष्ट करता है) की याद दिलाने के साथ शुरू करते हैं, जिसे उन्होंने पहले ग्रेड 8 में देखा था, फिर फलन नोटेशन से परिचित होते हैं और इसका उपयोग फलन की तुलना और विश्लेषण करने, फलन के लिए नियम लिखने और इनपुट या आउटपुट के लिए हल करने के लिए करते हैं। फिर, छात्र "अधिकतम," "न्यूनतम," "अवरोधन," "बढ़ते," "घटते," और "परिवर्तन की औसत दर" जैसी विशेषताओं का वर्णन करने के लिए फलन के ग्राफ़ का पता लगाते हैं और ग्राफ़ और वास्तविक जीवन स्थितियों के बीच संबंध बनाते हैं। वे किसी फलन के प्रांत और परिसर पर चर्चा करने और टुकड़े-टुकड़े-परिभाषित फलनों को समझने के लिए स्थितियों का उपयोग करते हैं। विशेष रूप से, छात्र निरपेक्ष मूल्य फलन और इसके कुछ बुनियादी परिवर्तनों की जांच करते हैं। बाद में, छात्र आउटपुट मान ज्ञात होने पर संबंधित इनपुट मान खोजने के तरीके के रूप में रैखिक फलनों के व्युत्क्रमों का पता लगाते हैं। पूरी इकाई में, छात्रों के पास वास्तविक दुनिया की स्थितियों को गणितीय रूप से मॉडल करने का मौका होता है।

अनुभाग ए: फलन और उनका प्रतिनिधित्व

खंड के लक्ष्य

- फ़ंक्शन नोटेशन में दिए गए कथनों का एक ग्राफ बनाएं।
- समझें कि दो मात्राओं के बीच संबंध एक फ़ंक्शन है यदि प्रत्येक इनपुट के लिए केवल एक संभावित आउटपुट है।
- समीकरण लिखें जो फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करके नियमों का प्रतिनिधित्व करता है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र एक फ़ंक्शन की परिभाषा को एक नियम के रूप में याद करते हैं जो प्रत्येक इनपुट के लिए एक से अधिक आउटपुट निर्दिष्ट नहीं करता है। फिर, वे वास्तविक दुनिया की स्थितियों से नियमों का वर्णन करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करते हैं और समझते हैं कि नोटेशन इनपुट और आउटपुट मानों के बीच कैसे अंतर करता है।

पाठ

1. स्थितियों का वर्णन और रेखांकन - आइए हमारे आस-पास के कुछ मज़ेदार फलनों को देखें और उनका वर्णन करने का प्रयास करें!
2. फ़ंक्शन नोटेशन - आइए किसी फ़ंक्शन को संदर्भित करने और उसके बारे में बात करने के आसान तरीके के बारे में जानें।
3. फ़ंक्शन नोटेशन की व्याख्या करना और उसका उपयोग करना - आइए फ़ंक्शन के बारे में बात करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करें।
4. नियमों का वर्णन करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करना (भाग 1) - आइए नियमों का वर्णन करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करें।
5. नियमों का वर्णन करने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करना (भाग 2) - आइए ग्राफ़ बनाएं और कुछ फ़ंक्शन के मान ढूँढ़ें।

अनुभाग B: फलनों का विश्लेषण और ग्राफ़ बनाना

खंड के लक्ष्य

- किसी फ़ंक्शन का ग्राफ़ देखते हुए, एक निर्दिष्ट अंतराल पर परिवर्तन की औसत दर का अनुमान लगाएं या गणना करें।

- परिस्थिति के संदर्भ में आलेख के प्रमुख गुण समझें—अक्षों पर अंतःखंड, अधिकतम और न्यूनतम मान, तथा वे अंतराल जिनमें फलन बढ़ता या घटता है।
- फ़ंक्शन नोटेशन में लिखे गए दो या दो से अधिक फ़ंक्शन के बारे में कथनों की व्याख्या करें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र "अधिकतम," "न्यूनतम," "अवरोधन," और "परिवर्तन की औसत दर" जैसी विशेष विशेषताओं सहित फलनों के ग्राफ़ का विश्लेषण करते हैं। वे वास्तविक जीवन की स्थितियों के विवरण और उन स्थितियों को मॉडल करने वाले फलनों के ग्राफ़ के बीच संबंध बनाते हैं। फिर वे ग्राफ़ और फलन नोटेशन का उपयोग करके स्थितियों की तुलना करते हैं।

पाठ

1. ग्राफ़ की विशेषताएं - आइए स्थितियों के बारे में जानने के लिए फ़ंक्शंस के ग्राफ़ का उपयोग करें।
2. परिवर्तन की औसत दर खोजने के लिए ग्राफ़ का उपयोग करना - आइए मापें कि किसी फ़ंक्शन का आउटपुट कितनी तेज़ी से बदलता है।
3. व्याख्या करना और ग्राफ़ बनाना - आइए स्थितियों को दर्शाने के लिए ग्राफ़ बनाएं।
4. ग्राफ़ की तुलना - आइए उन स्थितियों के बारे में जानने के लिए फ़ंक्शन के ग्राफ़ की तुलना करें जिनका वे प्रतिनिधित्व करते हैं।

अनुभाग C: इनपुट और आउटपुट पर एक नज़दीकी नज़र

खंड के लक्ष्य

- शब्दों या फलन संकेतन में बताए निरपेक्ष मान फलन को समझें और उसे दिखाने के लिए मानों की तालिका तथा आलेख बनाएँ।
- खंडशः परिभाषित फलन का आलेख या फलन संकेतन में उसके नियम समझें। परिस्थिति के संदर्भ में नियमों को बोलकर और लिखकर समझाएँ।
- समझें कि किसी फ़ंक्शन का डोमेन सभी संभावित इनपुट का सेट है और रेंज सभी संभावित आउटपुट का सेट है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र विभिन्न फलनों के प्रांत और परिसर पर ध्यान केंद्रित करते हैं। प्रांत और परिसर की भाषा छात्रों को टुकड़े-टुकड़े फलनों को बेहतर ढंग से समझने की अनुमति देती है जिसके लिए डोमेन के विभिन्न हिस्सों पर अलग-अलग नियम लागू होते हैं। विशेष रूप से, छात्र ऐसी स्थिति के माध्यम से निरपेक्ष मूल्य फलनों का पता लगाते हैं जिसमें छात्र यह निर्धारित करते हैं कि अनुमान वास्तविक मूल्य से कितनी दूर हैं।

पाठ

1. प्रांत और परिसर (भाग 1) - आइए किसी फ़ंक्शन के लिए सभी संभावित इनपुट और आउटपुट ढूंढें।
2. प्रांत और परिसर (भाग 2) - आइए उनके प्रांत और परिसर के बारे में जानने के लिए फ़ंक्शन के ग्राफ़ का विश्लेषण करें।
3. टुकड़े-टुकड़े फलन - आइए उन फलनों को देखें जिन्हें टुकड़ों में परिभाषित किया गया है।
4. निरपेक्ष मूल्य फलन (भाग 1) - आइए कुछ अनुमान लगाएं और देखें कि वे कितने अच्छे हैं।
5. निरपेक्ष मान फलन (भाग 2) - आइए एक फलन के रूप में दूरी की जांच करें।

अनुभाग D: उलटा फलन

खंड के लक्ष्य

- इनपुट वेरिएबल के लिए समीकरण को हल करके रैखिक फलन का व्युत्क्रम ज्ञात करें।
- डेटा को मॉडल करने और समस्याओं को हल करने के लिए एक रैखिक फलन और एक उलटा फ़ंक्शन लिखें।

खंड का विवरण

इस अनुभाग में, छात्र ज्ञात आउटपुट मानों के अनुरूप इनपुट मान खोजने के तरीके के रूप में व्युत्क्रम फलनों के साथ काम करते हैं। प्रारंभ में, छात्र किसी दिए गए आउटपुट को उत्पन्न करने वाले इनपुट को खोजने की आवश्यकता को प्रेरित करने के लिए एक गुप्त कोड लिखने के विचार का उपयोग करते हैं। फिर, उन्हें ऐसे संदर्भ प्रदान किए जाते हैं जिनमें कई अलग-अलग आउटपुट ज्ञात होने पर इनपुट खोजने के लिए व्युत्क्रम का उपयोग करना कुशल होता है, जैसे कि मुद्राओं या तापमान पैमानों के बीच परिवर्तित करना।

पाठ

1. व्युत्क्रम फलन - आइए आगे और पीछे के फलन को परिभाषित करें।
2. व्युत्क्रम फलनों को खोजना और उनकी व्याख्या करना - आइए रैखिक फलनों के व्युत्क्रमों को खोजें।
3. समस्याओं को हल करने के लिए व्युत्क्रम फलन लिखना - आइए समस्याओं को हल करने के लिए व्युत्क्रम फलन का उपयोग करें।

अनुभाग E: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. बैटरी पावर को मॉडल करने के लिए फ़ंक्शंस का उपयोग करना - आइए डेटा को मॉडल करने और पूर्वानुमान लगाने के लिए फ़ंक्शंस का उपयोग करें।

इकाई 6: घातीय फलनों का परिचय

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी रैखिक फलनों, घातांकों के गुणों और प्रतिशत परिवर्तन की समझ से घातांकीय संबंध खोजते हैं। वे घातांकीय फलन लिखते हैं, उनके आलेख बनाते हैं और उनकी तुलना रैखिक फलनों से करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र घातांकीय संबंधों का पता लगाने के लिए रैखिक फलनों, घातांक के गुणों और प्रतिशत परिवर्तनों की अपनी समझ का निर्माण करते हैं। छात्र सीखते हैं कि घातांकीय संबंधों को समान अंतरालों पर एक स्थिर भागफल द्वारा चित्रित किया जाता है, और इसकी तुलना रैखिक संबंधों से की जाती है, जो समान अंतरालों पर एक निरंतर अंतर की विशेषता रखते हैं। वे ऐसे संदर्भों का सामना करते हैं जो तेजी से बदलते हैं। इन संदर्भों को मौखिक रूप से और तालिकाओं और ग्राफ़ के साथ प्रस्तुत किया जाता है। वे समीकरण का निर्माण करते हैं और स्थितियों को मॉडल करने और समस्याओं को हल करने के लिए उनका उपयोग करते हैं। सबसे पहले, छात्र फलन नोटेशन और भाषा का उपयोग किए बिना इन घातीय संबंधों की जांच करते हैं ताकि वे घातीय संबंधों के महत्वपूर्ण गुणों और विशेषताओं की सराहना प्राप्त करने पर ध्यान केंद्रित कर सकें। बाद में, छात्र इन संबंधों को फलनों के रूप में देखते हैं और फलनों के संकेतन और शब्दावली का उपयोग करते हैं। वे घातीय फलनों के ग्राफ़ का अध्ययन उन संदर्भों के संदर्भ में करते हैं जिनका वे प्रतिनिधित्व करते हैं और अमूर्त फलन जो किसी विशेष संदर्भ का प्रतिनिधित्व नहीं करते हैं, ग्राफ़ पर विभिन्न पैरामीटर मानों के प्रभाव को देखते हुए। इस इकाई में आरंभ में उपयोग किए गए संदर्भ उन फलनों की ओर ले जाते हैं जहां डोमेन पूर्णांक है। कुछ स्थितियों में, छात्र ग्राफ़िंग का उपयोग करके घातांक में भिन्नात्मक मानों के साथ घातीय अभिव्यक्तियों की व्याख्या करेंगे, लेकिन जड़ों या लघुगणक से संबंध बाद के पाठ्यक्रम के लिए छोड़ दिया गया है। सामग्री पर ध्यान दें:

इस पूरी इकाई में, छात्रों के पास घातांक बटन वाले कैलकुलेटर तक पहुंच होनी चाहिए। कुछ गतिविधियों के लिए ग्राफ़िंग तकनीक तक पहुंच आवश्यक है और पूरी इकाई में इसे प्रोत्साहित किया जाता है।

अनुभाग ए: विकास को देखते हुए

खंड के लक्ष्य

- गणना करके रैखिक और घातीय संबंधों की तुलना करें।
- तालिकाओं में पैटर्न का वर्णन करें जो रैखिक और घातीय संबंधों का प्रतिनिधित्व करते हैं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र घातीय फलनों की खोज शुरू करते हैं। वे संख्याओं के पैटर्न पर विचार करते हैं जो एक सामान्य कारक से बढ़ते हैं और उनकी तुलना उन पैटर्न से करते हैं जो एक सामान्य अंतर से बढ़ते हैं। यह घातीय अभिव्यक्तियों के साथ इन गैर-रैखिक पैटर्न का वर्णन करने के तरीके की आवश्यकता को प्रेरित करता है।

पाठ

1. बढ़ना और बढ़ना - आइए बेहतर सौदा चुनें।
2. विकास के पैटर्न - आइए विकास के विभिन्न पैटर्न की तुलना करें।

धारा B: एक नए तरह का रिश्ता

खंड के लक्ष्य

- समीकरण में एक नकारात्मक घातांक की व्याख्या करें जो घातीय वृद्धि या क्षय का प्रतिनिधित्व करता है।
- किसी वृद्धि कारक द्वारा परिवर्तित होने वाली मात्रा का प्रतिनिधित्व करने के लिए एक समीकरण लिखें।
- समस्याओं को हल करने के लिए एक समीकरण लिखें और ग्राफ़ करें जो घातीय क्षय का प्रतिनिधित्व करता है।

खंड का विवरण

इस खंड में विद्यार्थी चरघातांकी वृद्धि दर्शाने के लिए व्यंजक लिखते हैं। वे घातांकों के गुणधर्मों और वृद्धि गुणक के बार-बार गुणा का उपयोग करते हैं। 0 और 1 के बीच के वृद्धि गुणक देखकर तथा वितरण गुणधर्म से व्यंजक दोबारा लिखकर वे चरघातांकी ढंग से घटने वाले पैटर्न समझते हैं। आगे वे चरघातांकी पैटर्नों के आलेख और पैटर्न जाँचकर संदर्भ में ऋणात्मक घातांकों का अर्थ समझते हैं। ऋणात्मक घातांकों की सुसंगत समझ बनाने के लिए उन्हें घातांकों के उन गुणधर्मों पर निर्भर रहना होता है जिन्हें पहली बार कक्षा 8 में विकसित किया गया था। पूरे खंड में विद्यार्थी स्थितियों के वर्णन, मानों की सारणियों, आलेखों और चरघातांकी परिवर्तन दर्शाने वाले व्यंजकों या समीकरणों के बीच संबंध बनाते रहते हैं।

पाठ

1. घातीय वृद्धि का प्रतिनिधित्व - आइए घातीय वृद्धि का पता लगाएं।
2. घातीय क्षय का प्रतिनिधित्व - आइए सोचें कि घातीय क्षय के बारे में कैसे दिखाया और बात की जाए।
3. क्षय को समझना - आइए घातीय क्षय को देखें।
4. ग्राफ़ का विश्लेषण - आइए उन स्थितियों की तुलना करें जिनमें मात्राएँ तेजी से बदलती हैं।
5. नकारात्मक घातांक का उपयोग करना - आइए घातीय ग्राफ़ और समीकरण पर अधिक बारीकी से नज़र डालें।

अनुभाग C: घातीय फलन

खंड के लक्ष्य

- घातीय फलन का प्रतिनिधित्व करने वाले ग्राफ़ पर पैरामीटर बदलने के प्रभाव का वर्णन करें।
- समीकरण लिखने के लिए फ़ंक्शन नोटेशन का उपयोग करें जो घातीय संबंधों का प्रतिनिधित्व करता है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र घातीय संबंधों को फलन के रूप में लिखना शुरू करते हैं। वे फलन नोटेशन पर दोबारा गौर करते हैं और फलन से जुड़ी भाषा को लागू करते हैं, जैसे कि आश्रित और स्वतंत्र चर। वे एक घातीय संदर्भ में परिवर्तन की औसत दर पर भी विचार करते हैं और निष्कर्ष निकालते हैं कि ये उपाय रैखिक फलनों का उपयोग करने की तुलना में फलन के कम प्रतिनिधि हैं। बाद में, छात्र फॉर्म के फलनों पर मापदंडों के प्रभाव की जांच करते हैं और गणितीय रूप से उन स्थितियों को मॉडल करने के लिए लागू करते हैं जो तेजी से बदलती हैं। अनुभाग में अंतिम पाठ वैकल्पिक है और फलन में मापदंडों की खोज के लिए अतिरिक्त अभ्यास प्रदान करता है।

पाठ

1. फलनों के रूप में घातीय स्थितियाँ - आइए घातीय फलनों का पता लगाएं।
2. घातांकीय फलनों की व्याख्या - आइए घातांकीय फलनों को दर्शाने के कुछ सार्थक तरीके खोजें।
3. परिवर्तन की दरों को देखते हुए - आइए घातीय फलनों के लिए परिवर्तन की औसत दरों की गणना करें।
4. घातीय व्यवहार मॉडलिंग - आइए वास्तविक जीवन स्थितियों को मॉडल करने के लिए घातीय फलनों का उपयोग करें।
5. घातीय ग्राफ़ (भाग 1) के बारे में तर्क - आइए समीकरण और घातीय फलनों के ग्राफ़ का अध्ययन और तुलना करें।
6. घातीय ग्राफ़ के बारे में तर्क (भाग 2) (वैकल्पिक) - आइए जांच करें कि हम उन ग्राफ़ से क्या सीख सकते हैं जो घातीय फलनों का प्रतिनिधित्व करते हैं।

अनुभाग D: प्रतिशत वृद्धि और क्षय

खंड के लक्ष्य

- समान शुरुआती धनराशि और ब्याज दर पर, अलग-अलग अंतरालों में चक्रवृद्धि होने वाली बार-बार प्रतिशत वृद्धि का परिणाम निकालें।
- स्पष्ट करें कि प्रतिशत वृद्धि को n बार लागू करना प्रतिशत n बार लागू करने के बराबर क्यों नहीं है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र बार-बार होने वाले प्रतिशत परिवर्तन की जांच करते हैं और उसे घातीय फलनों से जोड़ते हैं। वे प्रतिशत परिवर्तन को याद करके शुरू करते हैं, फिर उन स्थितियों का पता लगाते हैं जहां प्रतिशत परिवर्तन समान समय अंतराल पर दोहराए जाते हैं। छात्र तब चक्रवृद्धि ब्याज को देखते हैं और विभिन्न चक्रवृद्धि अंतराल अंतिम मूल्य को कैसे प्रभावित करते हैं। वे विभिन्न अंतरालों पर वृद्धि या क्षय की तुलना करने के लिए समतुल्य घातांकीय अभिव्यक्तियाँ भी लिखते हैं।

पाठ

1. प्रतिशत परिवर्तन को याद करना (वैकल्पिक) - आइए प्रतिशत द्वारा किसी संख्या को बदलने का परिणाम खोजें।
2. प्रतिशत परिवर्तन से जुड़े फलन - आइए जांच करें कि जब हम बार-बार किसी मात्रा में प्रतिशत वृद्धि लागू करते हैं तो क्या होता है।
3. चक्रवृद्धि ब्याज - आइए प्रतिशत वृद्धि को बार-बार लागू करने के विभिन्न तरीकों का पता लगाएं।
4. अलग-अलग कंपाउंडिंग अंतराल - आइए जानें कि क्या होता है जब हम बार-बार एक ही प्रतिशत वृद्धि को अलग-अलग समय के अंतराल पर लागू करते हैं।
5. विभिन्न तरीकों से व्यक्त - आइए विभिन्न तरीकों से घातांकीय अभिव्यक्तियाँ लिखें।

अनुभाग E: रैखिक और घातीय फलनों की तुलना करना

खंड के लक्ष्य

- परिवर्तन की दरों का उपयोग करके दिखाएँ कि स्वतंत्र चर के किसी भी बराबर अंतराल में घातांकीय फलन हमेशा एक ही गुणक से बढ़ता या घटता है।
- रैखिक और घातीय फलनों की वृद्धि दर की तुलना करने के लिए तालिकाओं, गणनाओं और ग्राफ़ का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र अब फलनों पर ध्यान केंद्रित करते हुए रैखिक और घातीय परिवर्तन के बीच तुलना पर फिर से गौर करते हैं। वे देखते हैं कि घातीय फलन अंततः रैखिक फलनों की तुलना में अधिक तेज़ी से बढ़ते हैं। वे यह भी उचित ठहराते हैं कि रैखिक फलनों में 1 इकाई से अलग किसी भी 2 इनपुट के बीच एक स्थिर अंतर होता है, जबकि घातीय फलनों में 1 इकाई से अलग किसी भी 2 इनपुट के बीच एक स्थिर अनुपात होता है।

पाठ

1. कौन सा तेज़ी से बदलता है? - आइए रैखिक और घातीय फलनों की तुलना करें क्योंकि वे लगातार बढ़ रहे हैं।
2. समान अंतराल पर परिवर्तन - आइए जानें कि समान अंतराल पर रैखिक और घातीय फलन कैसे बदलते हैं।

अनुभाग F: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस अंतिम खंड में, छात्रों को पूरी इकाई में अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. जनसंख्या की भविष्यवाणी - आइए जनसंख्या परिवर्तनों को दर्शाने और समझने के लिए रैखिक और घातीय मॉडल का उपयोग करें।

यूनिट 7: द्विघात फलनों का परिचय

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी द्विघात रूप से बढ़ने वाले प्रतिरूप देखते हैं और उनकी वृद्धि की तुलना रैखिक तथा घातांकीय वृद्धि से करते हैं। वे द्विघात फलनों के मानक, गुणनखंडित और शीर्ष रूपों का अध्ययन करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई से पहले, छात्रों ने अध्ययन किया है कि किसी रिश्ते के लिए एक फलन होने का क्या मतलब है, फलन नोटेशन का उपयोग किया है, और रैखिक और घातीय फलनों की जांच की है। इस इकाई में, वे कुछ ऐसे पैटर्न देखते हैं जो द्विघात रूप से बढ़ते हैं और इस वृद्धि को रैखिक और घातीय वृद्धि के साथ तुलना करते हैं। उन्होंने आगे देखा कि अंततः ये द्विघात पैटर्न रैखिक पैटर्न की तुलना में अधिक तेज़ी से बढ़ते हैं लेकिन घातीय पैटर्न की तुलना में अधिक धीरे-धीरे बढ़ते हैं। छात्र मुक्त रूप से गिरती वस्तुओं के महत्वपूर्ण उदाहरण की जांच करते हैं जिनकी ऊंचाई समय के साथ द्विघात फलनों के साथ मॉडलिंग की जा सकती है। वे इन वस्तुओं की गति का वर्णन करने के लिए तालिकाओं, ग्राफ़ और समीकरण का उपयोग करते हैं, अंततः उस स्थिति को देखते हैं जिसमें एक प्रक्षेप्य को ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। वे इस संदर्भ में प्रत्येक शब्द के अर्थ की व्याख्या करते हैं और यह समझने की दिशा में काम करते हैं कि गुणांक ग्राफ़ के आकार को कैसे प्रभावित करता है। अतिरिक्त स्थितियाँ, जैसे राजस्व और क्षेत्रफल, भी पेश की गई हैं। इसके बाद, छात्र द्विघात फलनों के मानक, गुणनखंडित और शीर्ष रूपों की जांच करते हैं। वे पहचानते हैं कि प्रत्येक रूप से ग्राफ़ के बारे में कौन सी जानकारी आसानी से प्राप्त की जा सकती है और प्रत्येक रूप में विभिन्न मान ग्राफ़ को कैसे प्रभावित करते हैं। विशेष रूप से, वे इस विचार को सामान्य बनाना शुरू करते हैं कि कैसे क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर स्थानांतरण, साथ ही ग्राफ़ का ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज विस्तार, किसी फलन के समीकरण को संशोधित करने से संबंधित है।

खंड ए: एक अलग तरह का बदलाव

खंड के लक्ष्य

- समझें कि एक "द्विघात संबंध" को एक वर्ग पद के साथ व्यक्त किया जा सकता है।
- निर्धारित करें और समझाएं कि क्या दृश्य पैटर्न एक रैखिक, घातांकीय या द्विघात संबंध का प्रतिनिधित्व करता है।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्रों को ऐसे पैटर्न से परिचित कराया जाता है जो चतुष्कोणीय रूप से बढ़ते हैं। वे इन नए पैटर्न की तुलना पिछली इकाइयों के रैखिक और घातीय पैटर्न से करते हैं और मानते हैं कि एक नए प्रकार के संबंध की आवश्यकता है। वे आयताकार क्षेत्रफलों के साथ काम करते हैं जिनमें दिए गए परिमाण और दृश्य पैटर्न होते हैं जो प्रत्येक चरण के साथ चतुर्भुज रूप से बढ़ते हैं और संबंधों का वर्णन करने के लिए तालिकाओं, ग्राफ़ और अभिव्यक्तियों का उपयोग करते हैं। पूरे अनुभाग में समस्याओं को हल करने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करने के अवसर हैं। यदि संभव हो, तो ये उपकरण उपलब्ध कराएँ ताकि छात्र गणना या विज़ुअलाइज़ेशन के बजाय पैटर्न पर ही ध्यान केंद्रित कर सकें।

पाठ

1. एक अलग प्रकार का परिवर्तन - आइए सबसे बड़े क्षेत्रफल वाला आयत खोजें।
2. यह कैसे बदलता है? - आइए परिवर्तन के कुछ पैटर्न का वर्णन करें।

अनुभाग B: द्विघात फलन

खंड के लक्ष्य

- किसी भौतिक घटना का प्रतिनिधित्व करने वाले द्विघात फलनों की व्याख्या करें, दिए गए भाव और ग्राफ़।

- यह दिखाने के लिए ग्राफ़, तालिकाओं और गणनाओं का उपयोग करें कि घातांकीय फलन अंततः द्विघात फलन से आगे निकल जाते हैं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र फलनों के संदर्भ में द्विघात संबंधों की जांच करते हैं। वे द्विघात-फलन वृद्धि की तुलना रैखिक और घातांकीय फलन से करते हैं। उन्होंने देखा कि सकारात्मक द्विघात गुणांक के साथ द्विघात फलन रैखिक फलनों की तुलना में तेजी से बढ़ते हैं और घातीय फलनों की तुलना में धीमी गति से बढ़ते हैं जिनका विकास कारक 1 से अधिक होता है। फिर, छात्र मुक्त-पतन, प्रक्षेप्य गति और राजस्व वक्र में वस्तुओं जैसे संदर्भों में द्विघात फलनों का पता लगाते हैं। वे शून्य, इंटरसेप्ट और शीर्ष निर्धारित करने के लिए फलन की संरचना का उपयोग करते हैं।

पाठ

1. ज्यामितीय पैटर्न से द्विघात फलन का निर्माण - आइए कुछ अन्य ज्यामितीय पैटर्न का वर्णन करें।
2. द्विघात और घातीय फलनों की तुलना - आइए द्विघात और घातीय परिवर्तनों की तुलना करें और देखें कि कौन तेजी से बढ़ता है।
3. स्थितियों का वर्णन करने के लिए द्विघात फलनों का निर्माण (भाग 1) - आइए गिरती वस्तुओं को मापें।
4. स्थितियों का वर्णन करने के लिए द्विघात फलनों का निर्माण (भाग 2) - आइए हवा में लॉन्च की जा रही वस्तुओं को देखें।
5. स्थितियों का वर्णन करने के लिए द्विघात फलनों का निर्माण (भाग 3) - आइए देखें कि राजस्व को अधिकतम कैसे किया जाए।

अनुभाग C: द्विघात अभिव्यक्तियों के साथ कार्य करना

खंड के लक्ष्य

- गुणनखंडित रूप में दिए गए द्विघात व्यंजक और उसके ग्राफ़ के अंतःखंडों का समन्वय करें।
- समतुल्य द्विघात व्यंजकों को गुणनखंड से मानक रूप में लिखने के लिए वितरण गुण का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र औपचारिक रूप से पहचानते हैं कि द्विघात अभिव्यक्तियों और फलनों के लिए कई उपयोगी रूप हैं। वे मानक और तथ्यात्मक रूपों की जांच करते हैं और दोनों रूपों में समान संबंध को पहचानने के लिए वितरण संपत्ति का उपयोग करते हैं। सबसे पहले, वे वितरण करने के लिए पहले के ग्रेड से परिचित क्षेत्रफल मॉडल और समान आरेखों का उपयोग करते हैं, लेकिन बाद में उन्हें आरेख के बिना काम करने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है। फिर वे समीकरण के विभिन्न रूपों की संरचना को ग्राफ़ की विशेषताओं से जोड़ते हैं, जिसमें इंटरसेप्ट और वर्टिक्स भी शामिल हैं।

पाठ

1. समतुल्य द्विघात व्यंजक - आइए द्विघात व्यंजकों को फिर से लिखने में मदद के लिए आरेखों का उपयोग करें।
2. मानक रूप और गुणनखंडित रूप - आइए विभिन्न रूपों में द्विघात अभिव्यक्तियाँ लिखें।
3. मानक और गुणनखंडित रूपों में फलनों के ग्राफ़ - आइए जानें कि मानक और गुणनखंडित रूपों में द्विघात अभिव्यक्तियाँ उनके ग्राफ़ के गुणों के बारे में क्या बता सकती हैं।

अनुभाग D: द्विघात फलनों के ग्राफ़ की विशेषताएं

खंड के लक्ष्य

- समझाएँ कि मानक, गुणनखंडित और शीर्ष रूप में लिखे द्विघात व्यंजकों के प्राचल बदलने से आलेख पर क्या प्रभाव पड़ता है।
- द्विघात फलन के अधिकतम या न्यूनतम की पहचान करने के लिए शीर्ष रूप में समीकरण का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र द्विघात फलनों के गुणनखंडित और मानक रूपों में विभिन्न मापदंडों के अपने ग्राफ़ पर प्रभाव की खोज करके शुरुआत करते हैं। वे परवलय के शीर्ष के महत्व को पहचानते हैं और उन्हें द्विघात अभिव्यक्ति के शीर्ष रूप से परिचित कराया जाता है। फिर वे यह जांचने के लिए शीर्ष रूप का उपयोग करते हैं कि किसी फलन को संशोधित करने से निर्देशांक तल में ग्राफ़ का स्थानांतरण कैसे किया जा सकता है। छात्रों को गहराई से जानने या जो उन्होंने सीखा है उसका अभ्यास करने के लिए कई वैकल्पिक पाठ उपलब्ध हैं। छात्र मानक रूप में द्विघात गुणांक और द्विघात फलन के रैखिक पद के प्रभाव को देखते हैं, लेकिन रैखिक गुणांक के बारे में उत्सुक छात्रों के लिए एक वैकल्पिक पाठ उपलब्ध है। संदर्भ में द्विघात फलनों को फिर से देखने के लिए एक वैकल्पिक अभ्यास पाठ भी उपलब्ध है और दूसरा यह निर्धारित करने के लिए फलन में पैरामीटर का उपयोग करने के बारे में है कि ग्राफ़ खोलें ऊपर या नीचे की ओर होगा या नहीं।

पाठ

1. गुणनखंडित रूप से रेखांकन - आइए गुणनखंडित रूप में कुछ द्विघात फलनों का रेखांकन करें।
2. मानक रूप (भाग 1) का ग्राफ़ बनाना - आइए देखें कि इस तरह के भावों में संख्याएँ उनके ग्राफ़ को कैसे प्रभावित करती हैं।
3. मानक रूप (भाग 2) को रेखांकन करना (वैकल्पिक) - आइए द्विघात अभिव्यक्ति के कुछ अन्य भागों को बदलें और देखें कि वे इसके ग्राफ़ को कैसे प्रभावित करते हैं।
4. ग्राफ़ जो स्थितियों का प्रतिनिधित्व करते हैं (वैकल्पिक) - आइए उन ग्राफ़ों की जांच करें जो हवा में प्रक्षेपित की जाने वाली वस्तुओं के पथ का प्रतिनिधित्व करते हैं।
5. शीर्ष रूप - आइए शीर्ष रूप के बारे में जानें।
6. शीर्ष रूप से रेखांकन (वैकल्पिक) - आइए शीर्ष रूप में समीकरण का रेखांकन करें।
7. वर्टैक्स को बदलना - आइए कुछ ग्राफ़ बनाने के लिए शीर्ष रूप में नया द्विघात समीकरण लिखें।

इकाई 8: द्विघात समीकरण

इकाई का लक्ष्य

विद्यार्थी गुणनखंडन, पूर्ण वर्ग बनाने और द्विघात सूत्र की मदद से द्विघात समीकरणों को समझते, लिखते और बीजगणितीय रूप से हल करते हैं। वे अधिकतम और न्यूनतम मान के लिए शीर्ष रूप का उपयोग करते हैं।

इकाई का विवरण

इस इकाई में, छात्र बीजगणितीय रूप से समीकरण की व्याख्या करते हैं, लिखते हैं और हल करते हैं। पहले, छात्र अभिव्यक्तियों, तालिकाओं और विवरणों का उपयोग करके द्विघात फलनों का प्रतिनिधित्व करते थे। उन्होंने ग्राफ़ की महत्वपूर्ण विशेषताओं को मानक, गुणनखंडित और शीर्ष रूपों से जोड़ा और अभिव्यक्ति को मानक रूप में विस्तारित किया। छात्र बिना अधिक बीजगणितीय हेरफेर के तर्क के माध्यम से द्विघात समीकरण को हल करना शुरू करते हैं। फिर, वे द्विघात समीकरण के लिए शून्य उत्पाद गुण का उपयोग करके हल करने की जांच करते हैं जिसे गुणनखंडित रूप में लिखा जा सकता है। वे ऐसे पैटर्न देखते हैं जो उन्हें गुणनखंडित रूप में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखने में मदद करते हैं और पहचानते हैं कि उनमें से सभी आसानी से गुणनखंडित नहीं होते हैं। यह द्विघात समीकरण को हल करने की एक और प्रक्रिया खोजने के लिए प्रेरित करता है। छात्र कुछ रूपों के समीकरण के लाभों को पहचानते हैं और वर्ग को पूरा करने की विधि विकसित करते हैं। फिर, वे इस प्रक्रिया को द्विघात सूत्र में सामान्यीकृत करते हैं। पूरी इकाई में, छात्र यह पहचानने के लिए द्विघात समीकरण का विश्लेषण करते हैं कि 0, 1, या 2 समाधान हो सकते हैं। समाधान परिमेय, अपरिमेय या इनका संयोजन हो सकता है। छात्र विभिन्न संदर्भों में उत्पन्न होने वाले समाधानों की व्याख्या करते हैं। इकाई अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करने के लिए मानक रूप से शीर्ष रूप में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखने के साथ समाप्त होती है, फिर उनकी सभी समझ को लागू समस्याओं पर लागू करती है।

अनुभाग ए: अज्ञात इनपुट ढूँढना

खंड के लक्ष्य

- द्विघात समीकरण लिखें, और किसी स्थिति के संदर्भ में उनके समाधान के बारे में कारण बताएं।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्रों को ऐसी गतिविधियाँ प्रस्तुत की जाती हैं जो द्विघात समीकरण को हल करने के लिए अधिक बीजगणितीय तरीकों की आवश्यकता को प्रेरित करती हैं। छात्र स्थितियों से द्विघात समीकरण लिखते हैं, लेकिन मानते हैं कि उनके पास समीकरण को सटीक रूप से हल करने के लिए उपकरण नहीं हैं, जब तक कि वे बहुत विशिष्ट रूपों में न हों, जैसे कि शून्य के बराबर गुणनखंडित रूप या किसी अन्य पूर्ण वर्ग के बराबर एक पूर्ण वर्ग।

पाठ

- अज्ञात इनपुट ढूँढना - आइए हल करने के लिए कुछ नए समीकरण खोजें।
- हम द्विघात समीकरण कब और क्यों लिखते हैं? - आइए कुछ द्विघात समीकरण को हल करने का प्रयास करें।

अनुभाग B: द्विघात समीकरण को हल करना

खंड के लक्ष्य

- एक द्विघात अभिव्यक्ति को देखते हुए, गुणनखंडित रूप में एक समकक्ष अभिव्यक्ति बनाएं।
- द्विघात समीकरण को हल करने के लिए गुणनखंडित रूप और शून्य उत्पाद गुण का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र द्विघात समीकरण को हल करने पर अधिक गहराई से ध्यान देते हैं जिसे शून्य के बराबर गुणनखंडित रूप के रूप में लिखा जा सकता है। वे शून्य उत्पाद संपत्ति की अपनी समझ को औपचारिक बनाते हैं, फिर काम करते हैं

पैटर्न को पहचानने पर जो उन्हें मानक रूप से गुणनखंडित रूप तक द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखने की अनुमति देता है। छात्र यह भी पहचानने लगते हैं कि द्विघात समीकरण में 0, 1, या 2 समाधान हो सकते हैं। ध्यान दें कि इस पाठ्यक्रम में द्विघात अभिव्यक्तियों को मानक रूप से गुणनखंडित रूप में बदलने पर केवल कुछ पाठ शामिल हैं। यह जानबूझकर किया गया है। लक्ष्य छात्रों को गुणनखंडित रूप को वैचारिक रूप से देखने में मदद करना है, यह समझना है कि यह हमें फ़ंक्शन के बारे में क्या बता सकता है, और उस ज्ञान का उपयोग मॉडलिंग समस्याओं में करना है, जिसमें ऐसी समस्याएं भी शामिल हैं जहां शून्य परिमेय नहीं हैं और बीजगणितीय फैक्टरिंग मदद नहीं करेगी। फैक्टरिंग के बीजगणितीय कौशल पर बहुत अधिक ध्यान इन अंतर्निहित अवधारणाओं को अस्पष्ट कर सकता है। कभी-कभी - बाद के पाठ्यक्रमों और उससे आगे सहित - अभिव्यक्तियों को गुणनखंडित रूप में लिखने की आवश्यकता होती है। हालाँकि, कंप्यूटर बीजगणित प्रणालियों की बढ़ती उपलब्धता के साथ, हाथ से कारक बनाना सीखने में बहुत अधिक समय खर्च करने की आवश्यकता कम हो गई है।

पाठ

1. तर्क द्वारा द्विघात समीकरण को हल करना - आइए द्विघात समीकरण का समाधान खोजें।
2. शून्य उत्पाद संपत्ति के साथ द्विघात समीकरण को हल करना - आइए समीकरण के समाधान खोजें जिनमें शून्य के बराबर उत्पाद हों।
3. कितने समाधान? - आइए द्विघात समीकरण की जांच के लिए ग्राफ़ का उपयोग करें जिनके दो समाधान हैं, एक समाधान है, या कोई समाधान नहीं है।
4. गुणनखंडित रूप में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखना (भाग 1) - आइए भावों को गुणनखंडित रूप में लिखें।
5. गुणनखंडित रूप में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखना (भाग 2) - आइए कुछ और अभिव्यक्तियों को गुणनखंडित रूप में लिखें।
6. गुणनखंडित रूप में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखना (भाग 3) - आइए कुछ विशेष प्रकार के कारकों पर बारीकी से नजर डालें।
7. गुणनखंडित रूप का उपयोग करके द्विघात समीकरण को हल करना - आइए कुछ द्विघात समीकरण को हल करें, जिसे अब से पहले, हम केवल रेखांकन द्वारा ही हल कर सकते थे।
8. गुणनखंडित रूप (भाग 4) में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखना - आइए अधिक जटिल द्विघात अभिव्यक्तियों को गुणनखंडित रूप में बदलें।

अनुभाग C: वर्ग को पूरा करना

खंड के लक्ष्य

- समझें कि 'धन-ऋण' चिह्न किसी संख्या के दोनों वर्गमूल दिखाता है, जबकि वर्गमूल का संकेत केवल धनात्मक वर्गमूल बताता है।
- पदों को पुनर्व्यवस्थित करके और वर्ग पूरा करके द्विघात समीकरण को हल करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र द्विघात समीकरण को हल करने के लिए एक अतिरिक्त रणनीति के रूप में वर्ग को पूरा करना सीखते हैं। सबसे पहले, वे यह पहचानने से शुरू करते हैं कि कब द्विघात अभिव्यक्तियों को पूर्ण वर्गों के रूप में फिर से लिखा जा सकता है और यह फॉर्म समीकरण को हल करने के लिए कैसे उपयोगी है। फिर, छात्र वर्ग पूरा करके किसी भी द्विघात समीकरण को उस रूप में बदलना सीखते हैं।

पाठ

1. पूर्ण वर्ग क्या है? — आइए देखें कि कैसे पूर्ण वर्ग कुछ समीकरण को हल करना आसान बनाते हैं।
2. वर्ग को पूरा करना (भाग 1) - आइए द्विघात समीकरण को हल करने की एक नई विधि सीखें।
3. वर्ग को पूरा करना (भाग 2) - आइए कुछ कठिन द्विघात समीकरण को हल करें।

- वर्ग को पूरा करना (भाग 3) - आइए कुछ अधिक जटिल अभिव्यक्तियों के लिए वर्ग को पूरा करें।
- अपरिमेय समाधानों के साथ द्विघात समीकरण - आइए द्विघात समीकरण के सटीक समाधान खोजें, भले ही समाधान अपरिमेय हों।

अनुभाग D: द्विघात सूत्र

खंड के लक्ष्य

- स्पष्ट करें कि परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के संयोजन के गुणनफल या योग परिमेय हैं या अपरिमेय।
- द्विघात समीकरण को हल करने के लिए द्विघात सूत्र का उपयोग करें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्रों को द्विघात सूत्र का सामना करना पड़ता है। प्रारंभ में, छात्रों को सूत्र दिया जाता है, और वे देखते हैं कि समाधान अन्य तरीकों का उपयोग करके पाए गए समाधानों से मेल खाते हैं। सूत्र का उपयोग करने में सहज होने के बाद, वे द्विघात सूत्र के प्रमाण की जांच करते हैं जो वर्ग को पूरा करने का उपयोग करता है। एक वैकल्पिक पाठ जिसमें छात्र द्विघात सूत्र का उपयोग करके आने वाली सामान्य त्रुटियों का विश्लेषण करते हैं, शामिल है। यदि छात्र भी ऐसी ही गलतियाँ कर रहे हैं, तो पाठ को शामिल करने के लिए समय निकालने पर विचार करें। अनुभाग 8 ग्रेड में पहली बार सामने आई परिमेय और अपरिमेय संख्याओं पर एक नज़र डालने के साथ समाप्त होता है। यहां, वे इन संख्याओं के विभिन्न संयोजनों के योगों और उत्पादों को या तो अपरिमेय या परिमेय के रूप में वर्गीकृत करते हैं।

पाठ

- द्विघात सूत्र - आइए द्विघात समीकरण का समाधान खोजने के लिए एक सूत्र सीखें।
- द्विघात सूत्र (भाग 1) को लागू करना - आइए कुछ समस्याओं को हल करने के लिए द्विघात सूत्र का उपयोग करें।
- द्विघात सूत्र (भाग 2) को लागू करना (वैकल्पिक) - आइए द्विघात सूत्र का उपयोग करें और द्विघात समीकरण को सावधानी से हल करें।
- द्विघात सूत्र की व्युत्पत्ति - आइए द्विघात सूत्र की व्युत्पत्ति करें।
- परिमेय और अपरिमेय समाधान - आइए विचार करें कि द्विघात समीकरण को हल करते समय हमें किस प्रकार की संख्याएँ मिलती हैं।
- परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के योग और उत्पाद - आइए इस बारे में ठोस तर्क दें कि परिमेय संख्याएँ और अपरिमेय संख्याओं के योग और उत्पाद हमेशा कुछ विशेष प्रकार की संख्याएँ क्यों होते हैं।

अनुभाग E: वर्टेक्स फॉर्म पर दोबारा गौर किया गया

खंड के लक्ष्य

- द्विघात व्यंजक को शीर्ष रूप में लिखकर उससे परिभाषित फलन का अधिकतम या न्यूनतम मान पहचानें।

खंड का विवरण

इस खंड में, छात्र द्विघात अभिव्यक्तियों के शीर्ष रूप पर दोबारा गौर करते हैं। पिछली इकाई में, छात्रों ने देखा कि इस फॉर्म का उपयोग द्विघात फलन के शीर्ष को आसानी से खोजने के लिए किया जा सकता है और एक ग्राफ पर उस बिंदु की पहचान की जा सकती है। यहां, छात्र मानक रूप से शीर्ष रूप तक अभिव्यक्तियों को फिर से लिखने के लिए वर्ग को पूरा करने की प्रक्रिया का उपयोग करते हैं, फिर शीर्ष को अधिकतम या न्यूनतम के रूप में वर्गीकृत करते हैं और अपने तर्क को सही ठहराते हैं।

पाठ

1. वर्टेक्स फॉर्म में द्विघात अभिव्यक्तियों को फिर से लिखना - आइए देखें कि वर्ग को पूरा करने से हमें और क्या करने में मदद मिल सकती है।
2. समस्याओं को हल करने के लिए वर्टेक्स फॉर्म में द्विघात अभिव्यक्तियों का उपयोग करना - आइए द्विघात फलन का अधिकतम या न्यूनतम मान ज्ञात करें।

अनुभाग F: आइए इसे कार्यान्वित करें

खंड का विवरण

इस इकाई का अंतिम खंड एक पाठ है जहां छात्रों को पूरी इकाई से अपनी सोच को लागू करने का अवसर मिलता है। चूंकि यह एक छोटा खंड है जिसके बाद यूनिट-ऑफ़-यूनिट मूल्यांकन होता है, इसमें कोई खंड लक्ष्य या चेकपॉइंट प्रश्न नहीं हैं।

पाठ

1. स्थितियों को मॉडल करने और समस्याओं को हल करने के लिए द्विघात समीकरण का उपयोग करना - आइए द्विघात समीकरण द्वारा तैयार की गई स्थिति का विश्लेषण करें।

इस सिलेबस के बारे में

यह पाठ्यक्रम accessim.org पर सार्वजनिक रूप से उपलब्ध Illustrative Mathematics 9-12 AGA v.360 पाठ्यक्रम से संकलित किया गया था। इकाई और अनुभाग विवरण, लक्ष्य और पाठ शीर्षक शिक्षक के दृष्टिकोण से लिए गए हैं। वैकल्पिक पाठों को "(वैकल्पिक)" लेबल किया गया है। मूल्यांकन (चेकपॉइंट, मध्य-इकाई, और अंत-इकाई मूल्यांकन) स्रोत पाठ्यक्रम में संदर्भित हैं, लेकिन देखने के लिए कैंडल हंट शिक्षक खाते की आवश्यकता होती है; वे यहां शामिल नहीं हैं.

<https://accessim.org/9-12-aga/algebra-1?a=teacher>