

ज्यामिति · इकाई 8 · मूल्यांकन मार्गदर्शिका

सशर्त प्रायिकता

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 8 एकमात्र ऐसी इकाई है जो ज्यामिति के बारे में नहीं है। बड़े विचार: $P(A|B)$, $P(B|A)$ के समान नहीं है, और 'स्वतंत्र घटनाएँ' एक सटीक गणितीय स्थिति है, न कि केवल अंतर्ज्ञान। देखें कि क्या छात्रों को सशर्त संकेतन सही से मिलता है और क्या वे गुणन नियम को सही ढंग से लागू करते हैं।

समस्या 1 - स्पिनर और डार्ड प्रतिदर्श समष्टि

- प्रतिदर्श समष्टि: $8 \times 6 = 48$ कच्चे परिणाम; $3 \times 6 = 18$ विशिष्ट रंग-डार्ड जोड़े।
- $P(\text{लाल और संख्या 6}) = (3/8)(1/6) = 3/48 = 1/16$.
- $P(\text{पीला और सम संख्या}) = (2/8)(3/6) = 6/48 = 1/8$.
- दो घटनाओं के स्वतंत्र होने (स्पिनर और डार्ड) का अर्थ है संभावनाएं गुणा करें।

समस्या 2 - जोड़ नियम के साथ कार्ड प्रायिकता

- (a) $13/52 = 1/4$.
- (b) $12/52 = 3/13$ । (3 फेस कार्ड $\times$ 4 सूट = 12)।
- (c) $3/52$ । (दिलों का J, Q, K)।
- (d) $13/52 + 12/52 - 3/52 = 22/52 = 11/26$.
- जोड़ नियम ओवरलैप को घटाता है। जो छात्र ओवरलैप भूल जाता है उसे गलत उत्तर मिलता है।
- मजबूत छात्र ओवरलैप देखने के लिए वेन आरेख बनाते हैं।

समस्या 3 - दो-तरफ़ा तालिका सशर्त

- $P(\text{गणित}) = 70/200 = 0.35$.
- $P(9\text{th}) = 75/200 = 0.375$.
- $P(\text{गणित और कक्षा 9}) = 30/200 = 0.15$.
- $P(\text{गणित} | \text{कक्षा 9}) = 0.15 / 0.375 = 0.40$. (या सीधे: $30/75 = 0.40$.)
- $P(\text{कक्षा 9} | \text{गणित}) = 0.15 / 0.35 \approx 0.4286$ । (या: $30/70$.)
- निदान: $P(A | B) P(B | A)$ नहीं है। मजबूत छात्र दोनों की गणना करते हैं और देखते हैं कि वे भिन्न हैं।
- सामान्य त्रुटि: वातानुकूलित उपसमुच्चय (75 या 70) के बजाय 200 से विभाजित करना।

समस्या 4 - समस्या 3 से स्वतंत्रता परीक्षण

- $P(\text{गणित}) \cdot P(\text{कक्षा 9}) = 0.35 \cdot 0.375 = 0.131$.
- $P(\text{गणित और कक्षा 9}) = 0.15$.
- 0.131, 0.15 नहीं है, इसलिए वे स्वतंत्र नहीं हैं - 9वीं कक्षा में होने से गणित को प्राथमिकता देने की संभावना थोड़ी बढ़ जाती है।
- पूर्ण स्वतंत्रता के लिए, $P(\text{गणित} | \text{कक्षा 9})$, $P(\text{गणित})$ के बराबर होगा। वर्तमान में $P(\text{गणित} | \text{कक्षा 9}) = 0.40$ बनाम $P(\text{गणित}) = 0.35$ ।
- डायग्नोस्टिक: क्या छात्र मानते हैं कि स्वतंत्रता के लिए 'लगभग बराबर' पर्याप्त नहीं है - सूत्र को सटीक रूप से लागू होना चाहिए।

समस्या 5 - सिक्का पलटना

- स्वतंत्र: हाँ, क्योंकि प्रत्येक फ्लिप दूसरों को प्रभावित नहीं करता है।
- $P(\text{हर बार चित}) = (1/2) \text{ घन} = 1/8$.
- $P(\text{एक भी चित नहीं}) = (1/2) \text{ घन} = 1/8$. तो $P(\text{कम से कम 1 H}) = 1 - 1/8 = 7/8$.

- 'कम से कम एक' ट्रिक (पूरक का उपयोग करें) एक सामान्य तकनीक है - देखें कि क्या छात्र उस तक पहुंचते हैं या गिनती करने का प्रयास करते हैं।

समस्या 6 - प्रतिस्थापन के बिना

- (a) $5/12$.
- (b) $4/11$ (एक कम लाल, एक कम कुल)।
- (c) $(5/12)(4/11) = 20/132 = 5/33$.
- स्वतंत्र क्यों नहीं: पहला मार्बल खींचने से इसे बैग से हटा दिया जाता है, संरचना बदल जाती है। P(दूसरा लाल) इस बात पर निर्भर करता है कि पहले क्या खींचा गया था।
- सशक्त: स्पष्ट रूप से उल्लेख करता है 'दूसरे प्रायिकता में एक अलग हर है'।

समस्या 7 - वेन आरेख

- केवल खेल: $18 - 8 = 10$ । केवल संगीत: $14 - 8 = 6$ । दोनों: 8. न ही: $30 - (10 + 6 + 8) = 6$ ।
- खेल लेकिन संगीत नहीं: 10।
- कोई नहीं: 6.
- $P(\text{संगीत} \mid \text{खेल}) = 8/18 = 4/9$.
- ध्यान दें कि विद्यार्थी साझा हिस्से को सही तरह घटाते हैं या नहीं; कई उसे दो बार गिन लेते हैं।

समस्या 8 - आंद्रे का जुआरी का भ्रम

- आंद्रे गलत है।
- $P(\text{अगली बार फेंकने पर } 6) = 1/6$, हमेशा की तरह ही। पिछले रोल भविष्य की स्वतंत्र घटनाओं को प्रभावित नहीं करते हैं।
- यह 'जुआरी का भ्रम' है।
- गलतफहमी का एक उत्कृष्ट उदाहरण। मजबूत छात्र 'प्रत्येक रोल स्वतंत्र है' का उल्लेख करते हैं, इसलिए पूर्व परिणाम अप्रासंगिक हैं।

समस्या 9 - सशर्त संकेतन

- माई सही है।
- $P(A \mid B) = 'A \text{ दिए गए } B \text{ का प्रायिकता}'$ (B शर्त है, A वह है जिसकी आप गणना कर रहे हैं)।
- डिएगो ने A और B को मिलाया।
- छात्र नोटेशन को सही ढंग से पढ़ते हैं या नहीं, इसका निदान।

समस्या 10 - बायेसियन परीक्षण समस्या

- एक 1000-व्यक्ति तालिका बनाएं: बीमारी के साथ 20 (1000 का 2 प्रतिशत), बिना 980।
- 20 के साथ: 19 परीक्षण सकारात्मक (0.95 सेंस), 1 गलत नकारात्मक।
- 980 के बिना: 98 गलत सकारात्मक (0.10), 882 सच्चे नकारात्मक।
- कुल सकारात्मकता: $19 + 98 = 117$.
- $P(\text{रोग है} \mid \text{जाँच सकारात्मक}) = 19 / 117 \approx 0.162 = 16.2 \text{ प्रतिशत}$ ।
- आश्चर्यजनक रूप से कम! चूंकि यह बीमारी दुर्लभ है और परीक्षण सही नहीं है, अधिकांश सकारात्मक परिणाम गलत हैं। यह प्रसिद्ध 'आधार दर भ्रांति' है।
- यह कठिन है। गणित में दक्ष विद्यार्थी ने तालिका को सही ढंग से सेट किया; कमजोर छात्र सीधे सशर्त सूत्र का उपयोग करने का प्रयास करते हैं और आधार दर से चूक जाते हैं।

समस्या 11 - विद्यार्थी द्वारा डिज़ाइन किया गया प्रयोग

- खोजें: स्पष्ट प्रश्न; अच्छी तरह से परिभाषित प्रतिदर्श समष्टि; स्वतंत्रता की सही पहचान (या उसकी कमी); एक गणना जो सही उपकरण (गुणन, जोड़, सशर्त) का उपयोग करती है।
- सशक्त: एक प्रयोग जो वे वास्तव में सैद्धांतिक और अनुभवजन्य दोनों संभावनाओं के साथ चलाते हैं (e.g., पासा, कार्ड, सिक्का फ्लिप)।
- कमजोर: अस्पष्ट प्रश्न; वास्तव में कुछ भी गणना नहीं करता; गलत फ़ॉर्मूले का उपयोग करता है।

