

# ज्यामिति • इकाई 7 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

## वृत्त

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 7 में वृत्त-विशिष्ट प्रमेय (अंकित कोण, स्पर्शरेखा-त्रिज्या, चक्रीय चतुर्भुज) और डिग्री से रेडियन तक की वैचारिक छलांग शामिल है। देखें कि क्या छात्र उत्कीर्ण-कोण-आधा-केंद्रीय नियम के पीछे का कारण समझते हैं, और क्या वे रेडियन की परिभाषा को समझते हैं।

### समस्या 1 - शब्दावली

- जीवा: एक खंड जिसका अंतर्बिंदु वृत्त पर स्थित होता है।
- केंद्रीय कोण: वह कोण जिसका शीर्ष वृत्त का केंद्र होता है।
- उत्कीर्ण कोण: वह कोण जिसका शीर्ष वृत्त पर होता है और जिसकी भुजाएँ जीवाएँ होती हैं।
- लघु चाप: वृत्त के आधे से कम; प्रमुख चाप: आधे से अधिक।
- आम भ्रम: छात्र सोचते हैं कि 'कॉर्ड = व्यास' (एक व्यास एक विशेष कॉर्ड है जो केंद्र से होकर गुजरता है, लेकिन अधिकांश कॉर्ड ऐसा नहीं करते हैं)।

### समस्या 2 - उत्कीर्ण कोण प्रमेय

- केंद्रीय कोण = 70 डिग्री (अंकित कोण का दोगुना)।
- चाप = 70 डिग्री (परिभाषा के अनुसार केंद्रीय कोण के समान)।
- खुदा हुआ कोण प्रमेय: एक खुदा हुआ कोण का माप उसी चाप को अंतरित करने वाले केंद्रीय कोण का आधा होता है।
- निदान यह है कि क्या छात्रों को 2 का कारक याद है - और सही दिशा (अंकित छोटा है)।

### समस्या 3 - स्पर्शरेखा-त्रिज्या लंबवत

- कोण = 90 डिग्री।
- प्रमेय: बिंदु P पर एक स्पर्शरेखा रेखा उस बिंदु पर त्रिज्या OP पर लंबवत है।
- क्यों: P से होकर जाने वाली कोई भी अन्य रेखा वृत्त को दूसरे बिंदु पर पार करेगी (इसलिए यह स्पर्शरेखा नहीं होगी)। त्रिज्या, O से लाइन की सबसे छोटी दूरी है, और सबसे छोटी दूरी लंबवत है।
- मजबूत छात्र इस ज्यामितीय तर्क को स्पष्ट करते हैं; कमजोर छात्र सिर्फ प्रमेय का हवाला देते हैं।

### समस्या 4 - बाह्य बिंदु से दो स्पर्शरेखाएँ

- P और Q पर समकोण (त्रिज्या स्पर्शरेखा के लंबवत)।
- OE = OE (साझा/प्रतिवर्ती)। ओपी = ओक्यू (एक ही वृत्त की दोनों त्रिज्याएँ)।
- त्रिभुज OEP और OEQ HL (कर्ण-पैर, क्योंकि वे समकोण त्रिभुज हैं) द्वारा सर्वांगसम हैं।
- इसलिए ईपी = सीपीसीटीसी द्वारा ईक्यू।
- मजबूत छात्र एचएल का सही हवाला देते हैं; कमजोर छात्र एसएसए आजमाते हैं या बस देखते हैं कि 'वही दिखता है'।

### समस्या 5 - चक्रीय चतुर्भुज

- कोण C =  $180 - 80 = 100$  डिग्री। कोण D =  $180 - 95 = 85$  डिग्री।
- क्यों: एक चक्रीय चतुर्भुज में विपरीत कोण पूरक होते हैं क्योंकि प्रत्येक कोण उस चाप का आधा होता है जिस पर वह अंतरित होता है, और दोनों चाप मिलकर पूरा 360 डिग्री वृत्त बनाते हैं। तो कोण A + कोण C =  $(1/2)(\text{चाप BCD}) + (1/2)(\text{चाप BAD}) = (1/2)(360) = 180$  डिग्री।
- 'क्यों' तर्क निदानात्मक है। गणित में दक्ष विद्यार्थी चाप बनाएं; कमजोर विद्यार्थी सिर्फ 'विपरीत कोण संपूरक' याद कर लेते हैं।

## समस्या 6 - परिकेंद्र

- किसी भुजा का लंब समद्विभाजक उस भुजा के दो अंतिम बिंदुओं से समान दूरी वाले बिंदुओं का स्थान है। दो भुजाओं के लंबवत समद्विभाजक एक बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं जो तीनों शीर्षों से समान दूरी पर है। P भी तीसरे लंब समद्विभाजक पर स्थित है।
- निर्माण: किन्हीं दो भुजाओं के लंबवत समद्विभाजक बनाएं; वे परिकेंद्र पर मिलते हैं। इस बिंदु पर केंद्र रखकर किसी भी शीर्ष से एक वृत्त बनाएं।
- गणित में दक्ष विद्यार्थी देखें कि समान दूरी का तर्क सामान्यीकरण करता है; कमजोर छात्र बिना कारण बताए 'तीन पंक्तियाँ मिलती हैं' का पाठ करते हैं।

## समस्या 7 - अंतर्केंद्र बनाम परिकेंद्र

- अंतर्केंद्र: कोण समद्विभाजकों से मिलता है; भुजाओं से समान दूरी पर होता है।
- परिकेंद्र: भुजाओं के लंबवत समद्विभाजक से; शीर्षों से समान दूरी पर।
- निदान: क्या छात्र दूरी के लिए पक्ष बनाम शीर्ष सही ढंग से कहते हैं? वे अक्सर उनकी अदला-बदली करते हैं।
- मजबूत: बताता है कि कोण का द्विभाजक पक्षों से समान दूरी क्यों देता है (लंबवत दूरी की व्याख्या)।

## समस्या 8 - चाप लंबाई, सेक्टर क्षेत्रफल, रेडियन

- चाप की लंबाई =  $(60/360) \cdot 2\pi \cdot 12 = (1/6) \cdot 24\pi = 4\pi \approx 12.57$ .
- सेक्टर क्षेत्रफल =  $(60/360) \cdot \pi \cdot 144 = (1/6) \cdot 144\pi = 24\pi \approx 75.4$ .
- रेडियन: आर्क =  $r \cdot \theta = 12 \cdot (\pi/3) = 4\pi$ . वही।
- $r \cdot \theta$  क्यों काम करता है: परिभाषा के अनुसार, एक रेडियन वह कोण है जिसके लिए चाप की लंबाई = त्रिज्या है। इसलिए यदि  $\theta$  रेडियन में है, तो चाप =  $r \cdot \theta$  है।
- मजबूत छात्र परिभाषा को स्पष्ट करते हैं; कमजोर बस सूत्र में प्लग करें।

## समस्या 9 — टायलर का जीवा और व्यास के बीच भ्रम

- गलत। व्यास वह जीवा है जो केंद्र से होकर गुजरती है, लेकिन अधिकांश जीवाएँ केंद्र से नहीं गुजरतीं।
- व्यास: केंद्र से होकर गुजरने वाली जीवा; यह वृत्त की सबसे लंबी जीवा होती है।
- कॉर्ड: वृत्त पर दोनों समापन बिंदुओं वाला कोई भी खंड।
- सरल परिभाषा जांच। देखें कि क्या छात्र विशिष्ट, संपूर्ण परिभाषाएँ दे सकते हैं।

## समस्या 10 - लिन का सूत्र सत्यापन

- दोनों  $5\pi$  देते हैं। हाँ, वे सहमत हैं।
- क्यों: चाप की लंबाई =  $(\theta/360) \cdot 2\pi r$  डिग्री में =  $(\theta/180) \cdot \pi r$  रेडियन में,  $180$  डिग्री =  $\pi$  रेडियन, इसलिए  $\theta_{\text{रेडियन}} = (\theta_{\text{डिग्री}} \cdot \pi) / 180$ । प्रतिस्थापित करने पर वही सूत्र प्राप्त होता है।
- बड़ी तस्वीर:  $r \cdot \theta_{\text{radians}}$  अंतर्निहित सूत्र है; डिग्री संस्करण रूपांतरण कारक  $\pi/180$  से आता है।
- मजबूत छात्र रेडियन को 'प्राकृतिक' कोण माप के रूप में देखते हैं; कमजोर उन्हें विकल्प के रूप में देखते हैं।

## समस्या 11 - टायर रोटेशन मॉडलिंग

- वृत्त की परिधि =  $\pi \cdot 26 = 26\pi \approx 81.68$  इंच  $\approx 6.807$  फीट।
- क्रांतियाँ =  $5280 / 6.807 \approx 775.6$  क्रांतियाँ।
- डिग्री =  $775.6 \cdot 360 \approx 279,222$  डिग्री।
- रेडियन =  $775.6 \cdot 2\pi \approx 4874$  रेडियन।
- तीन कोण इकाइयों का एक महान परीक्षण। इकाई रूपांतरण त्रुटियों (इंच बनाम फुट) पर नज़र रखें।
- मजबूत छात्रों ने देखा कि रेडियन = कुल चाप लंबाई / त्रिज्या =  $(5280 \cdot 12) / 13 \approx 4874$  - रेडियन परिभाषा की पुष्टि करता है।