

ज्यामिति • इकाई 4 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

समकोण त्रिभुज त्रिकोणमिति

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 4 साइन, कोसाइन और स्पष्टरिखा का परिचय देती है - विशुद्ध रूप से समकोण त्रिभुजों के लिए। सामान्य त्रुटियाँ: गैर-समकोण त्रिभुजों पर ट्रिग लागू करना, विपरीत/आसन्न त्रिभुजों को मिलाना, sin को रैखिक मानना। देखें कि क्या छात्र संरचनात्मक रूप से सोचते हैं या प्लग-एंड-चग पर भरोसा करते हैं।

समस्या 1 - पक्षों को लेबल करना

- कोण B के संबंध में: भुजा BC अब आसन्न है, भुजा AC विपरीत है, AB अभी भी कर्ण है।
- कर्ण समान रहता है - यह हमेशा समकोण के सामने होता है। दो न्यून कोणों के बीच विपरीत और आसन्न स्विच।
- आम गलतफ़हमी: छात्र सोचते हैं कि 'विपरीत पैर' एक त्रिभुज के लिए निश्चित है (ऐसा नहीं है - यह इस पर निर्भर करता है कि आप किस न्यून कोण पर विचार कर रहे हैं)।

समस्या 2 - अनुपात परिभाषाएँ

- $\sin \theta = \text{विपरीत/कर्ण}$ । $\cos \theta = \text{आसन्न/कर्ण}$ । $\tan \theta = \text{विपरीत/आसन्न}$ ।
- स्मरणीय: SOH-CAH-TOA।
- ध्यान रखें कि छात्र केवल स्मरणीय ही नहीं, बल्कि अनुपात भी सही ढंग से लिखें। एक छात्र जो उत्तर के रूप में 'SOH- CAH- TOA' लिखता है लेकिन आपको यह नहीं बता सकता कि कौन सा पक्ष कहाँ जाता है, उसने बिना समझे याद कर लिया है।

समस्या 3 - cos के साथ लुप्त पक्ष खोजें

- Cos कोण को आसन्न और कर्ण से संबंधित करता है: $\cos 38 = \text{adj}/15$ ।
- $\text{adj} = 15 \cdot \cos 38 \approx 15 \cdot 0.788 \approx 11.8$ इकाइयाँ।
- उन छात्रों पर नज़र रखें जिन्होंने गलती से sin या tan सेट कर लिया है। समझ का संकेत स्पष्ट कर रहा है क्यों cos: 'क्योंकि मेरे पास कर्ण है और मैं आसन्न चाहता हूँ'।

समस्या 4 - 7-24-25 त्रिकोण और आर्कटैन

- कर्ण: $\sqrt{49+576} = \sqrt{625} = 25$ ।
- 7 के विपरीत कोण: $\text{आर्कटैन}(7/24) \approx 16.3$ डिग्री। (आर्क्सिन(7/25) का भी उपयोग कर सकते हैं)।
- अन्य न्यून कोण: $90 - 16.3 = 73.7$ डिग्री (या आर्कटैन(24/7))।
- समकोण त्रिभुज में न्यून कोणों का योग 90 डिग्री होता है क्योंकि तीन कोणों का योग 180 होता है और एक का योग 90 होता है। गणित में दक्ष विद्यार्थी इसका स्पष्ट उल्लेख करें।

समस्या 5 - साइन/कोसाइन पूरक

- $\cos 60 = 1/2 = \sin 30$ ।
- सशक्त स्पष्टीकरण: न्यून कोण 30 और 60 वाले समकोण त्रिभुज में, 30 के विपरीत पैर 60 के निकट वाला पैर है। तो $\sin 30$ (विपरीत/हाइप) = $\cos 60$ (आसन्न/हाइप)।
- यह 'कोण की ज्या = उसके पूरक की कोज्या' पहचान है, बीजगणित 2 ट्रिगर फलनों के लिए तैयारी।
- कमजोर: बिना किसी ज्यामितीय तर्क के केवल यह बताता है कि 'सूत्र के कारण वे समान हैं'।

समस्या 6 - अवनमन का प्रकाशस्तंभ कोण

- आरेख: ऊर्ध्वाधर प्रकाशस्तंभ 60 फीट, नाव क्षैतिज दूरी d पर। अवनमन कोण 22 डिग्री = क्षैतिज और दृष्टि रेखा के बीच का कोण।
- $\tan 22 = 60/d$, तो $d = 60/\tan 22 \approx 60/0.404 \approx 148.5$ फीट।

• निदान आरेख है: क्या छात्र 22 डिग्री कोण को सही ढंग से रखता है? अवनमन कोण को क्षैतिज से नीचे की ओर मापा जाता है, लेकिन वैकल्पिक आंतरिक कोणों द्वारा यह नाव पर ऊंचाई के कोण के बराबर होता है।

• उन छात्रों पर नज़र रखें जिन्हें $\tan 22 = d/60$ मिलता है (गलत: विपरीत/आसन्न उलट)।

समस्या 7 - व्हीलचेयर रैंप

- $\tan 4.8 = 30/\text{क्षैतिज}$, $\text{क्षैतिज} = 30/\tan 4.8 \approx 30/0.084 \approx 357$ इंच ≈ 29.8 फीट।
- निदान: क्या छात्र 'क्षैतिज लंबाई' को 'रैंप लंबाई' (कर्ण) से अलग करते हैं? समस्या 'क्षैतिज लंबाई' कहती है - स्पर्शरेखा का उपयोग करें, साइन का नहीं।
- एक छात्र जो साइन का उपयोग करता है उसे रैंप की लंबाई स्वयं मिल जाती है - करीब, लेकिन तकनीकी रूप से गलत प्रश्न।

समस्या 8 - डिएगो की छिपी हुई धारणा

- डिएगो $\sin 60 = AC / 8$ का उपयोग कर रहा है, जिसके लिए कर्ण के लिए $AB = 8$ की आवश्यकता है। लेकिन समस्या समकोण त्रिभुज के बारे में कुछ नहीं कहती है।
- यदि त्रिभुज ABC एक समकोण त्रिभुज नहीं है, तो $\sin 60$ का कोई सीधा 'कर्ण पर विपरीत' अर्थ नहीं है - आपको ज्या के नियम (बीजगणित 2 सामग्री) की आवश्यकता होगी।
- इकाई विशेष रूप से समकोण त्रिभुज ट्रिगर सिखाती है। डिएगो ने कुछ ऐसा मान लिया है जो नहीं दिया गया है। जैसा कि बताया गया है, समस्या यूनिट 4 टूल से हल नहीं की जा सकती।
- मजबूत छात्र इसे स्पष्ट करते हैं; कमजोर छात्र सिर्फ डिएगो के काम की नकल करते हैं।

समस्या 9 - लिन की रैखिकता त्रुटि

- $\sin 30 = 0.5$, $\sin 60 \approx 0.866$ । $2 \cdot 0.5 = 1.0$, जो ≈ 0.866 नहीं है। तो लिन गलत है।
- अंतर्निहित गलतफ़हमी: छात्र ट्रिग फ़ंक्शंस को ऐसे मान रहे हैं मानो वे रैखिक हों (जैसे $f(x) = mx$)। ट्रिग फ़ंक्शन अरेखीय हैं; कोण को दोगुना करने से ज्या दोगुनी नहीं होती।
- मजबूत: छात्रों का उल्लेख है कि साइन 1 पर अधिकतम होता है।

समस्या 10 - पायथागोरियन पहचान

- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = (\text{opp}/\text{hyp})^2 + (\text{adj}/\text{hyp})^2 = (\text{opp}^2 + \text{adj}^2)/(\text{hyp}^2) = (\text{hyp}^2)/(\text{hyp}^2) = 1$ ।
- पाइथागोरस प्रमेय चरण $\text{opp}^2 + \text{adj}^2 = \text{hyp}^2$ में दिखाई देता है।
- मजबूत छात्र इसे एकीकरण के रूप में देखते हैं: ट्रिग में सबसे प्रसिद्ध पहचान केवल छद्म रूप में पाइथागोरस प्रमेय है।

समस्या 11 - सीढ़ी मॉडलिंग

- यदि कोण क्षैतिज से 60 डिग्री है, तो आधार दूरी $d = 12 \cdot \cos 60 = 6$ फीट है। 90 (सीधे ऊपर), $d = 0$ पर। 0 (सपाट पड़ा हुआ), $d = 12$ पर।
- बड़े कोण का अर्थ है छोटी आधार दूरी। तो न्यूनतम कोण 60 डिग्री का अर्थ है अधिकतम आधार दूरी = 6 फीट।
- न्यूनतम के बारे में क्या? कोई ऊपरी बाधा नहीं बताई गई है, इसलिए न्यूनतम आधार = 0 (सीढ़ी लंबवत)।
- कई छात्र 'न्यूनतम कोण' को 'न्यूनतम दूरी' के साथ भ्रमित करते हैं - सीढ़ी की लंबाई तय होने पर वे विपरीत रूप से संबंधित होते हैं।
- मजबूत छात्र विवेक-जांच: दीवार के करीब = अधिक ऊर्ध्वाधर = बड़ा कोण।