

ज्यामिति • इकाई 3 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

समरूपता

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 3 समरूपता है। सबसे बड़ा खतरा समरूप त्रिभुजों के साथ ऐसा व्यवहार करना है जैसे कि वे सर्वांगसम हों - वैचारिक अंतर को तीव्र बनाए रखना मूल्यांकन का मुख्य लक्ष्य है। देखें कि छात्र अनुपात का उपयोग कैसे करते हैं और क्षेत्रफल/लंबाई संबंधी भ्रम पर नज़र रखें।

समस्या 1 - एक बिंदु की समरूप विस्तार

- (ए) (8, 12). (ब) (2, 3)। (c) (-4, -6) - मूल के माध्यम से नकारात्मक माप गुणक मूल के माध्यम से प्रतिबिंबित होता है।
- (a), (b), (c) में से कोई भी दूरियां बरकरार नहीं रखता (दूरी का पैमाना $|k|$; केवल $k = 1$ या $k = -1$ लंबाई बरकरार रखता है)।
- गणित में दक्ष विद्यार्थी ध्यान दें कि $k = -1$ कठोर है (यह 180 डिग्री द्वारा घूर्णन है), लेकिन $k = 2$ और $k = 1/2$ नहीं हैं। एक छात्र जो 'कोई नहीं' कहता है वह अभी भी किसी सूक्ष्म कारण से सही हो सकता है - उन्हें इसे स्पष्ट करने के लिए प्रेरित करें।

समस्या 2 - एक त्रिकोण को चौड़ा करना

- $A'(0,0)$, $B'(12,0)$, $C'(0,9)$ । मूल परिमाण $3+4+5=12$, छवि परिमाण $9+12+15=36$ । अनुपात 3 ($= k$)।
- मूल क्षेत्रफल = 6. छवि क्षेत्रफल = 54. अनुपात 9 ($= k$ वर्ग)।
- 'क्यों' निदान है: क्षेत्रफल द्वि-आयामी है, इसलिए प्रत्येक रेखिक आयाम को k द्वारा मापा जाता है, जिससे क्षेत्रफल के लिए $k \cdot k = k^2$ वर्ग दिया जाता है।
- आयतन स्केलिंग यूनिट 5 (ठोस ज्यामिति) में फिर से दिखाई देगी।

प्रश्न 3 — समरूप बनाम सर्वांगसम

- (a) दो वर्ग: हमेशा समरूप; सर्वांगसम तभी जब भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर हों।
- (b) दो समबाहु त्रिभुज: हमेशा समरूप; सर्वांगसम तभी जब भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर हों।
- (c) दो आयत: समरूप या सर्वांगसम होना ज़रूरी नहीं—जैसे 1×2 और 1×3 समरूप नहीं हैं।
- (d) समान पार्श्व लंबाई वाले नियमित षट्भुज: दोनों (सर्वांगसम और तुच्छ रूप से समान)।
- (e) 30 डिग्री कोण वाले दो समकोण त्रिभुज: समान (वे दो कोण साझा करते हैं: 90 और 30, इसलिए तीसरा 60 होना चाहिए)।
- (c) निदान है: छात्र अक्सर सोचते हैं कि 'समान आकार श्रेणी = समान', लेकिन विभिन्न पहलू अनुपात वाले आयत समान नहीं हैं।

समस्या 4 - AA समरूपता

- समान: हाँ, AA द्वारा (सर्वांगसम कोणों के दो जोड़े)।
- सर्वांगसम: आवश्यक नहीं - भुजाएँ किसी भी मेल खाने वाले अनुपात में हो सकती हैं।
- प्रयुक्त प्रमेय: कोण-कोण समरूपता (एए)।
- दक्ष विद्यार्थी स्पष्ट कहते हैं: "समरूप, लेकिन सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं — हमारे पास भुजाओं की जानकारी नहीं है।" कमज़ोर विद्यार्थी इन दोनों अवधारणाओं को एक मान लेते हैं।

समस्या 5 - ज्ञात अनुपात का उपयोग करना

- माप गुणक $= DE/AB = 9/6 = 1.5$.
- $DF = 1.5 \times 10 = 15$. $EF = 1.5 \times 8 = 12$.
- कोण D = 36 डिग्री क्योंकि समरूप त्रिभुजों में सर्वांगसम संगत कोण होते हैं।
- पत्राचार को ध्यान से देखें: जो छात्र गलत पक्षों से मेल खाते हैं (e.g., DE/AC) उन्हें गलत उत्तर मिलते हैं - इसे चिह्नित करें।

समस्या 6 - अप्रत्यक्ष माप (ध्वजपोल)

- अनुपात: $6/4 = h/22$. तो $h = 6 \cdot 22/4 = 33$ फीट।
- 'क्यों' प्रश्न निदानात्मक है। सूर्य की किरणें समानांतर होने का मतलब है कि ऊंचाई का कोण दोनों के लिए समान है, इसलिए दोनों त्रिकोणों में एक कोण (समकोण, ऊर्ध्वाधर/जमीन) और दूसरा कोण (सूर्य कोण) सर्वांगसम है - एए समरूपता।
- कमज़ोर: 'वे आनुपातिक हैं' बिना किसी कारण के।

समस्या 7 - समकोण त्रिभुज / पायथागोरियन प्रमाण में ऊंचाई

- सभी तीन त्रिभुज समकोण (90 डिग्री) साझा करते हैं और प्रत्येक छोटा त्रिभुज बड़े के साथ एक न्यून कोण साझा करता है - इसलिए AA के अनुसार, तीनों समरूप हैं।
- ACD के समरूप त्रिभुज ABC से: $AB/AC = AC/AD$, इसलिए AC का वर्ग = $AB \cdot AD$ ।
- सीबीडी के समरूप त्रिभुज एबीसी से: $एबी/बीसी = बीसी/बीडी$, इसलिए $बीसी$ वर्ग = $एबी \cdot बीडी$ ।
- जोड़ना: AC वर्ग + BC वर्ग = $AB \cdot AD + AB \cdot BD = AB \cdot (AD + BD) = AB \cdot AB = AB$ वर्ग।
- यह समरूपता के माध्यम से पाइथागोरस प्रमेय का प्रमाण है। गणित में दक्ष विद्यार्थी सुंदरता देखें: एक वर्ग + b वर्ग = c वर्ग स्वाभाविक रूप से उभरता है।
- कमजोर: वे छात्र जो बीजगणित तो कर सकते हैं लेकिन यह नहीं बता सकते कि AC वर्ग + BC वर्ग = AB वर्ग क्यों पाइथागोरस प्रमेय है।

समस्या 8 - हान का क्षेत्रफल दावा

- हान गलत है। क्षेत्रफलों में भुजाओं की लंबाई के वर्गों का अनुपात होता है, भुजाओं का अनुपात नहीं।
- उदाहरण: 2×2 वर्ग में क्षेत्रफल 4 है; 6×6 वर्ग में क्षेत्रफल 36 है। साइड अनुपात 1:3, क्षेत्रफल अनुपात $1:9 = 1:3$ वर्ग।
- सामान्य भ्रम (समस्या 2 से जुड़ा हुआ)।

समस्या 9 - माई की समरूपता का दावा

- सही: भुजाएँ आनुपातिक हैं ($6:9 = 8:12 = 10:15 = 2:3$)।
- गलत: वह कहती है कि कोण अलग-अलग हैं - लेकिन यदि भुजाएँ समानुपाती हैं, तो त्रिभुज समान हैं (एसएसएस समरूपता प्रमेय), इसलिए कोण बराबर होने चाहिए।
- वास्तविक संबंध: ये त्रिकोण माप गुणक 3:2 (या 2:3) के साथ SSS के समरूप हैं।
- यह इस बात का निदानात्मक प्रश्न है कि क्या छात्र एसएसएस समरूपता के साथ-साथ अधिक प्रसिद्ध एए समरूपता को समझते हैं।

समस्या 10 - एक फोटो को बड़ा करना

- नए आयाम: $4 \cdot 2.5 = 10$ इंच गुणा $6 \cdot 2.5 = 15$ इंच।
- स्याही: क्षेत्रफल स्केल द्वारा 2.5 वर्ग = 6.25 , इसलिए स्याही = $12 \cdot 6.25 = 75$ वर्ग इंच।
- आयतन: 2.5 घन द्वारा तराजू = 15.625 ।
- तीनों आयामों में k , k वर्ग, k घन पैटर्न का परीक्षण करता है। यूनिट 5 के लिए महत्वपूर्ण सेटअप।

समस्या 11 - मध्यखंड प्रमेय

- माना D और E त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और AC के मध्यबिंदु हैं। फिर त्रिभुज ADE , SAS समरूपता द्वारा त्रिभुज ABC के समरूप है (माप गुणक $1/2$ के साथ): $AD/AB = 1/2$, $AE/AC = 1/2$, और कोण A साझा किया गया है।
- तो $DE/BC = 1/2$, दे रहा है $DE = (1/2)BC$ । D और E के कोण B और C के कोणों के अनुरूप हैं, इसलिए संगत कोणों से, $DE \parallel BC$ के समानांतर है।
- गणित में दक्ष विद्यार्थी इसे 'शीर्ष A से $1/2$ द्वारा त्रिभुज को सिकोड़ें' के रूप में पहचानें। कमजोर छात्र सर्वांगसमता का प्रयोग करने का प्रयास करते हैं और फंस जाते हैं।