

ज्यामिति • इकाई 2 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

सर्वांगसमता

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 2 की मांग है कि छात्र एक विशिष्ट प्रमेय (SSS, SAS, ASA, AAS) के साथ सर्वांगसमता का औचित्य सिद्ध करें और पहचानें कि क्या दिया गया है बनाम क्या दिखाया जाना चाहिए। साफ़-सुथरे तर्क की तलाश करें, न कि केवल 'एकरूप दिखने वाली' तस्वीरों की।

समस्या 1 - CPCTC ऑर्डरिंग

- भुजाएँ: $AB \cong DE$, $BC \cong EF$, $AC \cong DF$ ।
- कोण: कोण A $\cong$ कोण D, कोण B $\cong$ कोण E, कोण C $\cong$ कोण F।
- आदेश देने वाला प्रश्न निदानात्मक है। यदि त्रिभुज $ABC \cong$ त्रिभुज DEF है, तो त्रिभुज $ABC \cong$ त्रिभुज EDF का अर्थ $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow D$ होगा - आमतौर पर गलत। एक अच्छा उत्तर एक उदाहरण देता है जो दर्शाता है कि पत्राचार यह निर्धारित करता है कि कौन सी भुजाएँ/कोण बराबर हैं।
- कमजोर: 'हमें हमेशा आदेश का पालन करना होगा' - सच है लेकिन कोई स्पष्टीकरण नहीं।

समस्या 2 - कौन सा अभिधारणा लागू होता है

- (ए) एसएसएस। (बी) एसएसएस। (सी) एसएस। (डी) पर्याप्त नहीं - एएस समरूपता देता है लेकिन सर्वांगसमता नहीं। (ई) SSA - सर्वांगसम अभिधारणा नहीं (अस्पष्ट मामला)।
- भाग (डी) और (ई) निदानात्मक हैं: जो छात्र 'AAA' को एक सर्वांगसम अभिधारणा के रूप में लिखते हैं, वे समरूप त्रिभुजों को सर्वांगसम एकल इकाइयों के साथ भ्रमित कर रहे हैं - ठीक उसी प्रकार के संलयन को इकाई का उद्देश्य रोकना है।

समस्या 3 - त्रिभुज $ACM \cong BCM$

- सुदृढ़ प्रमाण: 1) $AM \cong BM$ (M दिया गया मध्यबिंदु है)। 2) कोण $AMC \cong$ कोण BMC (दोनों समकोण हैं, क्योंकि $CM \perp AB$)। 3) $CM \cong CM$ (उभयनिष्ठ भुजा / स्वतुल्यता)। 4) SAS से त्रिभुज $ACM \cong$ त्रिभुज BCM ।
- $CM \cong CM$ (उभयनिष्ठ भुजा का गुण) लिखना अक्सर छूट जाता है। इसके बिना तीन आवश्यक तथ्य पूरे नहीं होते, इसलिए SAS लागू नहीं होता।
- कमजोर: 'वे सर्वांगसम दिखते हैं क्योंकि वे एक पक्ष साझा करते हैं' - कोई अभिधारणा उद्धृत नहीं की गई है।

समस्या 4 - समांतर चतुर्भुज विकर्ण प्रमाण

- प्रमाण: $AB \parallel CD$ होने से कोण $BAC \cong$ कोण DCA (एकांतर अंतःकोण, तिर्यक रेखा AC)। इसी तरह कोण $BCA \cong$ कोण DAC । $AC \cong AC$ उभयनिष्ठ भुजा है। अतः ASA से त्रिभुज $ABC \cong$ त्रिभुज CDA ।
- निदान यह है कि क्या छात्र सही ढंग से पहचानता है कि कौन से कोण किस तिर्यक रेखा के साथ वैकल्पिक आंतरिक हैं। कई छात्र ट्रांसवर्सल को निर्दिष्ट किए बिना 'वैकल्पिक इंटीरियर' कहते हैं - उन्हें स्पष्ट होने के लिए प्रेरित करें।
- कमजोर: इसे साबित किए बिना सिर्फ यह बताता है कि 'विपरीत भुजाएं बराबर हैं' (वह गोलाकार होगा)।

समस्या 5 - लंब समद्विभाजक प्रमेय

- (ए) रूपरेखा: लंबवत समद्विभाजक पर एक बिंदु P लें। त्रिभुज $PAM \cong$ त्रिभुज PBM बटा SAS (PM साझा; समकोण बराबर; $AM = BM$ द्विभाजक की परिभाषा के अनुसार)। तो पीए = पीबी।
- (बी) AB का, फिर BC का लंबवत समद्विभाजक ज्ञात कीजिए। उनका चौराहा परिकेंद्र है - तीनों शहरों से समान दूरी पर।
- यह एक 'प्रमेय को संदर्भ से जोड़ने' वाली समस्या है। गणित में दक्ष विद्यार्थी निर्माण दें; कमजोर छात्र बस इतना कहते हैं 'इसे बीच में रखो।'

समस्या 6 - समांतर चतुर्भुज विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं

- प्रमाण: पिछला परिणाम (त्रिभुज $ABE \cong$ त्रिभुज CDE) ASA से मिलता है: कोण $BAE \cong$ कोण DCE (एकांतर अंतःकोण), $AB \cong CD$ (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ) और कोण $ABE \cong$ कोण CDE (एकांतर अंतःकोण)। इसलिए CPCTC से $AE \cong CE$ तथा $BE \cong DE$ ।
- निदान: क्या वे विपरीत भुजाओं के सर्वांगसम होने के बारे में पिछले प्रमेय का उपयोग करते हैं, या शुरुआत से सिद्ध करने का प्रयास करते हैं? पूर्व प्रमेयों पर निर्माण करना इकाई का मुख्य प्रमाण कौशल है।

समस्या 7 - चतुर्भुज T/F

- (ए) F - एक समचतुर्भुज की चार सर्वांगसम भुजाएँ होती हैं लेकिन जरूरी नहीं कि वह एक वर्ग हो। प्रतिउदाहरण: 60/120 डिग्री कोण वाला समचतुर्भुज।
- (b) T - विपरीत भुजाओं का सर्वांगसम होना समांतर चतुर्भुज को दर्शाता है।
- (c) F - एक समद्विबाहु समलम्ब चतुर्भुज में सर्वांगसम विकर्ण होते हैं लेकिन यह एक आयत नहीं है।
- यह एक 'संबंधित प्रमेयों को अलग करें' प्रश्न है। गणित में दक्ष विद्यार्थी प्रति उदाहरण दें; कमजोर छात्र बिना किसी समर्थन के केवल T/F कहते हैं।

समस्या 8 - लिन की SSA त्रुटि

- लिन गलत है। कोण A और D पर है, लेकिन दोनों दी गई भुजाओं (AB और BC) के बीच शामिल नहीं है। यह एसएसए है, एसएसएस नहीं, और एसएसए सर्वांगसमता (अस्पष्ट मामला) की गारंटी नहीं देता है।
- भाग E का नैदानिक प्रश्न। एक छात्र जो 'कोण A, AB और BC के बीच नहीं है' को चिह्नित करता है, उसने सम्मिलित कोण की सूक्ष्मता में महारत हासिल कर ली है।
- एक बेहतरीन प्रतिउदाहरण एक ही एसएसए डेटा के साथ दो अलग-अलग त्रिकोण दिखाता है।

समस्या 9 - डिएगो का साझा पक्ष

- डिएगो सही है। $AC \cong AD$ (दिया गया), कोण $CAB \cong$ कोण DAB (दिया गया), $AB \cong AB$ (प्रतिवर्ती/साझा)। साझा पक्ष गिना जाता है क्योंकि प्रतिवर्ती गुण: एक पक्ष स्वयं के सर्वांगसम होता है।
- कई छात्र साझा पक्ष को 'धोखाधड़ी' कहकर खारिज कर देते हैं - मूल्यांकन करें कि क्या वे समझते हैं कि रिफ्लेक्सिव संपत्ति एक वैध प्रमाण कदम है।
- कमजोर: सोचता है कि प्रमाण गलत है क्योंकि 'वे उस पक्ष को साझा करते हैं, इसलिए आप इसे दो बार उपयोग नहीं कर सकते' - मौलिक गलतफहमी।

समस्या 10 - समद्विबाहु त्रिभुज के आधार कोण

- प्रमाण: शीर्ष A से आधार BC पर बिंदु M तक लंब खींचें। $AB \cong AC$ दिया है, $AM \cong AM$ उभयनिष्ठ है, और $AM \perp BC$ से दो समकोण बनते हैं। HL से त्रिभुज $ABM \cong$ त्रिभुज ACM (या समकोणों के साथ SAS)। इसलिए CPCTC से कोण B $\cong$ कोण C।
- वैकल्पिक: ऊंचाई के बजाय ए पर कोण समद्विभाजक का उपयोग करें - सीधे एसएसएस देता है।
- मजबूत छात्रों ने नोटिस किया कि यह यूनिट 1 (एक बिंदु से लंबवत) में उनके द्वारा किए गए निर्माण का एक उपयोग है।

समस्या 11 - समचतुर्भुज विकर्ण अनुमान

- अनुमानों में शामिल होना चाहिए: विकर्ण लंबवत हैं; विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं; विकर्ण शीर्ष कोणों को समद्विभाजित करते हैं। इनमें से कोई भी एक सशक्त उत्तर है।
- रूपरेखा: त्रिभुज सर्वांगसमता का उपयोग करें (विकर्णों द्वारा निर्मित सभी चार छोटे त्रिभुज SSS या SAS द्वारा सर्वांगसम होते हैं)। फिर CPCTC लंबवतता देता है (प्रतिच्छेद पर आसन्न कोणों का योग 180 डिग्री होता है और सर्वांगसम होते हैं $\rightarrow$ प्रत्येक 90 डिग्री होता है)।
- कमजोर: अनुमान बताता है लेकिन प्रमाण का रेखांकन नहीं कर सकता - उन्होंने परिणाम को बिना यह समझे कि क्यों याद कर लिया है।